

L A B R I

Laboratoire Bordelais de Recherche en Informatique

U..E.R. de Mathématiques et d'Informatique
Université de Bordeaux I

Unité associée au C.N.R.S. n° 726

351, Cours de la Libération
33405 TALENCE - Cedex

EVALUATION DES TOPOLOGIES :
APPLICATION A UN RESEAU
LOCAL D'IMAGES

par

B. COUSIN(*)

N° 89-79

- Mai 1989 -

(*) E.N.S.E.R.B., 351, Cours de la Libération, 33405 TALENCE -Cedex - France

Evaluation des topologies : application à un réseau local d'images.

Bernard COUSIN
Laboratoire LABRI
ENSERB - Université de Bordeaux 1
351 Cours de la Libération
33405 Talence cedex

Résumé

Nous évaluons la topologie des réseaux informatiques. Nous basons notre évaluation sur la caractérisation des besoins exprimés comme l'ensemble des liaisons logiques intéressantes. Ce qui permet à l'expression des besoins d'être indépendante des contraintes du support physique. Notre fonction d'évaluation, en tenant compte des besoins exprimés, établit pour chaque configuration compatible avec la topologie étudiée, l'ensemble maximum des liaisons établies ou pouvant être établies à partir de cette configuration. Cette même technique d'évaluation nous permet d'étudier la résistance aux pannes d'une topologie. Nous obtenons alors une évaluation globale de la topologie. Nous démontrons qu'il est possible de déterminer les probabilités d'états relatives aux différentes configurations sans avoir à résoudre la matrice associée à la chaîne de Markov. Nous appliquons notre étude à l'évaluation des topologies, circulaire et linéaire, d'un réseau local supportant la transmission d'images analogiques.

Abstract

We evaluate the topology of computer networks. We base the evaluation of a topology on the characterization of the requirements, by means of the set of logicals needed links. That enables the requirements to be established regardless of the constraints of the physical topology. Our evaluation function, taking into account the requirements, makes out the set of connected logicals links for each compatible configuration of the studied topology. The same process enables the fault tolerance of a topology to be evaluated. Thus, we obtain a total evaluation of a topology. We proof that the state probabilities of the configurations can be obtained without resolving the matrix of the associated Markov chain. Our study is applied to the evaluation of both the circular and linear topologies, of a high speed local network for the analog transmission of images.

Mots clefs

Réseau locaux, transmission d'images, évaluation, topologie, tolérance aux fautes, chaîne de Markov.

1. Introduction

Nous nous proposons d'étudier les topologies de réseaux informatiques. La topologie d'un réseau est formée par l'ensemble de ses sites, et l'ensemble des liens physiques reliant certaines paires de sites. L'étude des topologies des réseaux date du début des années 60 avec l'émergence de la téléinformatique [Berge, Gondran, Minoux, Swamy]. L'apparition de nouvelles techniques (les fibres optiques) et de nouvelles architectures (les réseaux locaux) permettent d'envisager ces études sous de nouveaux aspects [Lalanne, Sharp].

L'évaluation d'une topologie est basée sur la caractérisation des besoins des utilisateurs. Ces besoins serviront de critères de comparaisons. Nous choisissons d'exprimer ces besoins comme l'ensemble des liaisons logiques nécessaires aux applications des utilisateurs. Chaque liaison logique relie une paire de sites en utilisant un ou plusieurs liens physiques. L'ensemble des liens physiques assurant la liaison logique constitue son support. La notion de liaison logique permet d'exprimer les besoins sans effectuer de choix et indépendamment de la topologie et du routage.

Nous appelons **configuration** un ensemble de liaisons logiques pouvant être simultanément établies sur une topologie donnée. C'est à dire que l'ensemble des liens physiques constituant les supports de chacune des liaisons logiques est inclus dans l'ensemble des liens physiques de la topologie donnée. Nous disons alors que la configuration est compatible avec la topologie.

Notre fonction d'évaluation, en tenant compte des besoins exprimés, tente d'évaluer le nombre de liaisons pouvant être établies simultanément dans une topologie donnée. Pour établir notre évaluation, pour chaque configuration compatible avec la topologie étudiée, nous construisons l'ensemble maximum des liaisons établies ou pouvant être établies à partir de cette configuration. Si l'on pondère cet ensemble maximum par les besoins et par la probabilité d'aboutir à cette configuration, nous obtenons une évaluation de cette dernière. Par extension, l'évaluation d'une topologie est constituée par l'évaluation de toutes ses configurations.

Cette même technique d'évaluation va nous permettre d'étudier la résistance d'une topologie aux pannes. Nous envisageons deux types de pannes : les pannes de sites et les pannes de liens physiques. Après une panne, nous obtenons une nouvelle topologie constituée de la topologie initiale privée du lien physique en panne, ou de l'ensemble des liens physiques partant du ou arrivant au site en panne. Nous appliquons alors la fonction d'évaluation à la topologie réduite. L'estimation des fréquences d'apparitions des différentes pannes permet d'établir une évaluation globale d'une topologie donnée. L'évaluation globale tenant compte de l'arrivée possible d'un nombre quelconque de pannes.

Notre mesure permet d'évaluer l'adéquation d'une topologie relativement aux besoins exprimés. Cette mesure étant uniquement qualitative, nous la complétons en établissant le coût de réalisation de la topologie, exprimé par exemple en nombre de liens physiques. Nous pouvons ainsi comparer le coût et la qualité du service rendu par plusieurs topologies. Les topologies comparées doivent évidemment avoir le même ensemble de sites pour que l'évaluation soit cohérente.

Nous appliquons notre étude à l'évaluation d'un réseau à fibre optique supportant la transmission d'images. Ce transfert d'images est effectué par commutation de circuits. Dans cette application donc, un lien physique ne peut pas être simultanément utilisé par plusieurs liaisons logiques. Cependant plusieurs liens physiques peuvent relier deux mêmes sites. De plus techniquement, nos fibres optiques n'autorisent que des transmissions unidirectionnelles. Nous évaluons plus précisément deux topologies. La première est linéaire, la deuxième circulaire, chacune d'elle ayant le même coût.

2. Présentation

2.1 Définition de la topologie

Nous définissons la topologie $T = \langle S, F \rangle$ à évaluer, par l'ensemble S de ses sites, et l'ensemble de ses liens physiques représenté par la fonction F .

La fonction F définit le nombre de liens reliant un couple de sites. Elle est définie de $S \times S$ vers \mathbb{N} , où \mathbb{N} est l'ensemble des entiers naturels. $F(i,j) = n$ signifie qu'entre les sites i et j , il existe n liens physiques. Si n est égal à zéro, il n'y a aucun lien entre les deux sites. Si n est supérieur à un, il existe alors plusieurs liens entre les deux mêmes sites.

Dans notre modèle, chaque lien est unidirectionnel, et possède donc un site de départ et un site d'arrivée. Si le réseau réel est constitué de connexions autorisant des transmissions bidirectionnelles, chaque connexion réelle sera modélisée par deux liens, un dans chaque sens. De manière similaire, chaque lien est sensé supporter une seule unité de transmission. Si le réseau réel est constitué de connexions autorisant le multiplexage de plusieurs transmissions, chaque connexion réelle sera modélisée par plusieurs liens, à hauteur de sa possibilité de multiplexage.

Exemple :

Soit une topologie T_1 définie sur deux sites A et B et ayant deux liens : un de A vers B et un de B vers A (Figure 1). On a donc $S_{T_1} = \{A, B\}$ et

$$F_{T_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2 Définition des liaisons logiques

Nous définissons les besoins des utilisateurs $U = \langle L, B \rangle$, par l'ensemble des liaisons logiques intéressantes représenté par la fonction L , et par la fonction B qui permet de les pondérer. La définition des besoins en fonction des liaisons logiques, et non comme une pondération des liens physiques, constitue l'une des originalités de notre travail.

La fonction L définit le nombre de liaisons utiles reliant chaque paire de sites. Elle est définie sur $S \times S \rightarrow \mathbb{N}$. $L(i,j) = n$ signifie qu'entre les sites i et j , les utilisateurs veulent obtenir au plus n liaisons logiques. Si n est égal à zéro, la liaison reliant les sites i et j n'intéresse pas les utilisateurs.

On remarque que la définition de la fonction L , donc des besoins des utilisateurs, est complètement indépendante de la topologie, c'est à dire des liens physiques. Dans l'exemple proposé, la topologie ne possède qu'un lien de B vers A alors que les utilisateurs en désirent deux. Ainsi dans des topologies plus complexes, il est souvent possible par un chemin indirect d'obtenir plus de liaisons logiques entre deux sites qu'il n'existe de liens physiques reliant directement les deux sites. De manière réciproque, il est possible d'avoir une topologie où un lien physique direct entre deux sites existe, alors qu'aucune application ne nécessite de liaison logique entre ces deux mêmes sites. De ce fait, la fonction L considérera cette liaison comme inintéressante, et sera donc pour cette liaison nulle.

Exemple :

On définit les besoins de liaisons des deux sites de l'exemple précédent en disant que l'on veut une double liaison de site B vers A et une seule du site A vers B . On a donc :

$$L_{T_1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Notation :

Pour la suite de notre discours, nous avons besoin des notations définies ci-dessous.

La matrice $[k, l]$ représente la matrice où seule la composante (k,l) est non-nulle :

$$\forall i \neq k \in S, \forall j \neq l \in S [k, l](i, j) = 0, \\ \text{alors que } k, l = 1.$$

On note $M1 \leq M2$ si les deux matrices $M1$ et $M2$ sont telles que :

$$\forall i \in S, \forall j \in S, M1(i, j) \leq M2(i, j).$$

On note par $]a .. b[$ l'intervalle formé par tous les entiers compris entre a et b , a étant exclu, et b inclus. On remarque alors que l'intervalle $]a .. a[$ est égal à l'ensemble vide. De manière similaire, pour l'intervalle noté $[a .. b]$, a et b sont inclus, pour l'intervalle $[a .. b[$, a est inclus et b est exclu.

On note par $\| M \|$ le poids d'une matrice. Il est défini par :

$$\| M \| = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} M(i, j).$$

2.3 Définition du Support de liaison

Bien évidemment, une liaison logique pour exister dans une topologie doit prendre corps par l'intermédiaire des liens physiques de cette topologie. L'ensemble des liens constitue un chemin du site de départ au site d'arrivée de la liaison logique. Si le chemin est indirect, il passe par des sites intermédiaires. L'ensemble des liens d'une liaison constitue son support.

On remarque qu'une même liaison peut avoir plusieurs supports. Dans les réseaux réels, le routage effectue justement un choix parmi l'ensemble des supports possibles pour établir la liaison logique. De plus, cette multiplicité des supports possibles assure une redondance qui favorise la résistance aux pannes d'une topologie.

L'ensemble des supports possibles d'une liaison logique entre deux sites i et j dans la topologie $T = \langle S, F \rangle$, c'est à dire l'ensemble des chemins du site i au site j , est représenté par la fonction H^F définie de $S \times S$ vers $S \times S \times \mathbb{N}$.

Une matrice M est un support de la liaison $[i, j]$ dans une topologie T , c'est à dire $M = H^F(i, j)$, si et seulement s'il existe un chemin du site i au site j . C'est à dire si :

$$\exists n \in \mathbb{N} \text{ tel que } M = \sum_{k \in [1..n]} [i_k, j_k] \text{ avec}$$

- (1) $\forall k \in [1..n]$ on a $[i_k, j_k] \leq F$,
- (2) $i_1 = i, j_n = j$, et $\forall k \in [1..n[$ on a $j_k = i_{k+1}$,
- (3) $\forall k \in [1..n]$, si $\exists l \in [1..n]$ tel que $i_k = i_l$, alors $j_k = j_l$.

C'est à dire qu'un chemin est (1) un ensemble de liens physiques existants dans la topologie F ; (2) tel que le premier lien parte du site i , que le dernier lien arrive au site j , et que tous ces liens soient successifs; (3) et qu'il n'ait pas de cycle.

Le site i_0 est le site de départ, le site j_n est le site d'arrivée du chemin, les sites i_k tel que $k \in [1..n]$ sont les sites intermédiaires. n est la longueur du chemin. Si $n=1$ le chemin est direct, c'est à dire que le support de la liaison logique est constitué d'un seul lien physique.

Lemme 1:

$L1 :: M = HF([i,j])$ alors $\forall k \in S, \forall l \in S M(k, l) \leq 1$.

C'est à dire qu'un support d'une liaison logique entre deux sites i et j (un chemin) utilise au plus un lien physique entre deux mêmes sites k et l .

Démonstration par l'absurde :

Supposons qu'il existe $k \in S$, et $l \in S$ tel que $M(k,l) > 1$. Alors il existe au moins deux liens physiques $[k_1, l_1]$ et $[k_2, l_2]$ tel que $k = k_1 = k_2$ et $l = l_1 = l_2$. Ceci contredit la condition (3) pour que M soit un chemin, donc la supposition première est fausse \otimes

2.4 Définition des besoins

La définition des besoins est complétée par la fonction B qui associe à chaque liaison intéressante une pondération. Cette pondération représente l'intérêt de cette liaison par rapport aux autres liaisons. Elle est définie sur $S \times S \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, où \mathbb{R} est l'ensemble des réels. $B(i,j,k) = r$ précise qu'avoir k liaisons entre les sites i et j représente un intérêt de r .

La normalisation de la fonction B impose que :

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sum_{k \in \mathbb{N}} B(i,j,k) = 1.$$

La fonction B doit être cohérente avec la fonction précédente L . Les liaisons inintéressantes doivent avoir un besoin nul :

$$\forall i \in S, \forall j \in S, \forall k \in]L(i,j) .. \infty[, B(i,j,k) = 0.$$

Les valeurs de ces pondérations peuvent être obtenues en connaissant l'ensemble des applications, leur répartition, et en estimant leurs besoins en liaisons. La fonction B dépend de l'ensemble des applications exécutées dans le réseau. Elle peut être obtenue comme une moyenne pondérée de l'ensemble des besoins de chacune des applications. Dans le cas d'une répartition aléatoire des applications sur les différents sites du réseau, et d'une utilisation aléatoire des liaisons par ces mêmes applications, la fonction B définissant les besoins est équitablement répartie.

$$\forall i \in S, \forall j \in S, \forall k \in]0 .. L(i,j)], B(i,j,k) = 1 / \|L\|.$$

L'expression des besoins des utilisateurs à l'aide des matrices L et B , en fonction des liaisons logiques et non des liens physiques, facilite cette expression indépendamment de la topologie et du routage. Les deux fonctions L et B formalisent donc les critères nous permettant de comparer deux topologies différentes basées uniquement sur les mêmes sites.

Exemple :

La fonction B_{T1} associée à la fonction L_{T1} précise que le poids relatif de la liaison AB est de 40% vis à vis à la liaison BA . Cette dernière est donc de 60%. La répartition de celle-ci entre avoir une ou deux liaisons BA est respectivement de 80% ($60\% * 80\% = .48$) et de 20% ($60\% * 20\% = .12$). On obtient donc la matrice suivante :

$$B_{T1} = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.48 \\ 0.40 & 0.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.00 & 0.12 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

3. Construction du graphe

3.1 Introduction

Pour juger une topologie, il faut évaluer sa conformité aux besoins des utilisateurs quelque soit la configuration où elle peut se trouver.

Pour ce faire, nous développons un graphe recouvrant l'ensemble des configurations possibles, c'est à dire compatibles avec la topologie étudiée (matrice F) et intéressantes vis à vis des besoins exprimées (matrice L). Les états du graphe sont des configurations. Une configuration est un ensemble de liaisons logiques pouvant être simultanément établies sur une même topologie. La configuration est compatible, si l'ensemble des liens physiques supportant chacune des liaisons logiques est compris dans l'ensemble des liens physiques existants dans la topologie étudiée. Une configuration est intéressante, si l'ensemble de ses liaisons logiques est compris dans l'ensemble des liaisons logiques défini par les besoins.

Les différents états du graphe sont reliés par des arcs orientés. Un arc part d'une configuration pour arriver à une autre configuration, s'il est possible en ajoutant une nouvelle liaison logique à la configuration de départ d'obtenir la configuration d'arrivée. Le nombre de liaisons logiques de la configuration d'arrivée est égal au nombre de liaisons de la configuration de départ plus un. La configuration de départ est le père de la configuration d'arrivée. Réciproquement la configuration d'arrivée est le fils de la configuration de départ.

On remarque que le graphe est orienté. Une configuration père possède une configuration fils, s'il est possible d'établir une liaison supplémentaire à partir de la configuration père. L'arc inverse existe toujours implicitement. Ainsi il est toujours possible de passer de la configuration fils à la configuration père, en supprimant la liaison supplémentaire.

On remarque qu'une configuration peut avoir plusieurs fils. Il est souvent possible d'établir plusieurs nouvelles liaisons distinctes à partir d'une même configuration. De même, une configuration peut avoir plusieurs pères. Une configuration peut être obtenue à partir de différentes configurations en établissant la liaison manquante à chaque père.

3.2 Définition du Support de configuration

Nous avons vu que le support d'une liaison logique est constitué par l'ensemble de ses liens physiques. De même, le support d'une configuration est constitué de l'ensemble des supports de ses liaisons. Enfin, nous avons constaté qu'il était possible à une liaison logique d'avoir plusieurs supports. De même, une configuration peut avoir plusieurs supports.

L'ensemble des supports d'une configuration est construit par le produit des ensembles des supports de chacune des liaisons constituant la configuration. De cet ensemble, on doit retirer les supports de configuration incompatibles avec la topologie étudiée.

R^F est la fonction définie de $S \times S \times N$ vers $S \times S \times N$ qui permet d'associer à chaque ensemble de liaisons logiques l'ensemble de ses supports possibles dans la topologie $T = \langle S, F \rangle$.

Elle est définie par $M = R^F(e)$ si et seulement si la matrice M est un support de la configuration c basée sur l'ensemble e de liaisons logiques dans la topologie $T = \langle S, F \rangle$. C'est à dire si et seulement si :

- (1) $\exists n \in \mathbb{N}$ tel que $e = \sum_{k \in \{1..n\}} [i_k, j_k]$, et
- (2) $\exists h_k \in H^F [i_k, j_k]$ tel que $M = \sum_{k \in \{1..n\}} h_k$, et
- (3) $M \leq F$.

C'est à dire : (1) Il est possible de décomposer e en un ensemble des liaisons logiques élémentaires; (2) Il est possible de décomposer M en un ensemble de liens physiques

élémentaires; On partitionne cet ensemble de liens, en associant à chaque partie une liaison logique dont elle est le support; (3) De plus M est compatible avec F.

3.3 Définition du graphe

Le graphe $G_T = \langle C, A \rangle$ d'une topologie $T = \langle S, F \rangle$ est défini par la fonction A (formant les arcs de ce graphe) définie sur C l'ensemble des configurations (formant les états du graphe) en fonction de l'expression des besoins des utilisateurs $U = \langle L, B \rangle$.

Plus précisément, une configuration est constituée d'un ensemble de liaisons logiques, et d'un ensemble de liens physiques, appelé support de la configuration. La notion de filiation est affinée, en précisant quel support est employé dans la configuration père pour créer quel support dans la configuration fils.

Soit C l'ensemble des configurations compatibles sur T et U :

$$C = \{ \langle e, p \rangle \text{ tel que } e : S \times S \rightarrow \mathbb{N} \text{ avec } e \leq L, p : S \times S \rightarrow \mathbb{N} \text{ avec } p \leq F, \text{ et } p \in R^F(e) \}.$$

C est un ensemble de doublets formés sur les états logiques e et les états physiques p. e est un ensemble de liaisons intéressantes vis à vis des besoins L, et p est son support physique compatible avec la topologie F.

La fonction A est définie de C vers C. Deux configurations c1 et c2 sont reliées (père/fils), c'est à dire que $A(c1) = c2$ avec $c1 = \langle e1, p1 \rangle$ et $c2 = \langle e2, p2 \rangle$ si et seulement si :

$$\exists i \in S, \exists j \in S \text{ tel que } e1 + [i, j] = e2, \text{ et}$$

$$\exists c \in H^{F \cdot p1}([i, j]) \text{ tel que } p1 + c = p2.$$

On définit deux ensembles supplémentaires :

L'ensemble Père de C vers C est définie par $Père(c1) = \{ c2 \text{ tel que } A(c2) = c1 \}$;

L'ensemble Fils de C vers C est définie par $Fils(c1) = \{ c2 \text{ tel que } A(c1) = c2 \}$.

Lemme 2 :

$$L2 :: \forall f \in Fils(c) \text{ si } c = \langle e_c, p_c \rangle \text{ et } f = \langle e_f, p_f \rangle \text{ alors } \| e_f \| = \| e_c \| + 1.$$

Démonstration :

~

Par définition de Fils : si $f \in Fils(c)$ alors $A(c) = f$.

Par définition de A: si $A(c) = f$ et $c = \langle e_c, p_c \rangle$ et $f = \langle e_f, p_f \rangle$ alors $\exists i, j \in S \times S$ tel que $e_c + [i, j] = e_f$.

Comme $\| \cdot \|$ est associatif : $\| e_f \| = \| e_c + [i, j] \| = \| e_c \| + \| [i, j] \|$.

Par définition de $\| \cdot \|$ et de $[\cdot]$: $\forall i \in S, \forall j \in S \| [i, j] \| = 1$.

Alors : $\| e_f \| = \| e_c \| + 1 \otimes$

Lemme 3 :

$$L3 :: \forall p \in Père(c) \text{ si } c = \langle e_c, p_c \rangle \text{ et } p = \langle e_p, p_p \rangle \text{ alors } \| e_p \| = \| e_c \| - 1.$$

Démonstration similaire au lemme L2.

Exemple :

Le graphe des configurations G_{T1} associé à la topologie T1 de l'exemple précédent est donné à la figure 2.

4. Fonction d'évaluation

4.1 Introduction

Notre fonction d'évaluation V tente de mesurer la possibilité pour une topologie donnée de répondre aux besoins exprimés. C'est à dire de pouvoir établir l'ensemble des liaisons logiques jugées comme intéressantes par les utilisateurs. Ceci revient à mesurer les possibilités d'établissements maximums de liaisons logiques à partir de chacune des configurations.

Obtenir pour chaque configuration sa possibilité maximum, revient à obtenir pour chacun de ses fils sa possibilité maximum. Chaque fils ayant une liaison supplémentaire par rapport à son père.

4.2 Définition des fonctions d'évaluation

La fonction X mesure la probabilité d'établir simultanément un certain nombre de fois une liaison logique donnée à partir d'une configuration particulière. La fonction X est définie de $C \times S \times S \times \mathbb{N}$ vers \mathbb{R} :

$$X(c, i, j, k) = \begin{cases} \text{si } \text{Fils}(c) \neq \{ \} \text{ alors } \sum_{f \in \text{Fils}(c)} X(f, i, j, k) / \|\text{Fils}(c)\| \\ \text{sinon si } e(i, j) \leq k \text{ avec } c = \langle e, p \rangle \text{ alors } 1 \text{ sinon } 0. \end{cases}$$

C'est à dire que l'évaluation d'une configuration prend pour valeur la moyenne des possibilités maximums de ses fils, s'ils existent; sinon, si la configuration admet k liaisons logiques alors son évaluation est égale à un sinon à zéro.

La fonction Y donne la probabilité d'établir un certain nombre d'occurrences d'une liaison logique donnée à partir de l'ensemble des configurations possibles. La fonction Y est définie de $S \times S \times \mathbb{N}$ vers \mathbb{R} telle que :

$$Y(i, j, k) = \sum_{c \in C} X(c, i, j, k) \cdot E(c),$$

avec $E(c)$ la probabilité que la topologie étudiée soit dans la configuration c (cf. § suivant).

Finalement, on définit la fonction d'évaluation V d'une topologie $T = \langle S, F \rangle$ en fonction des besoins exprimés $U = \langle L, B \rangle$. La fonction V est définie sur \mathbb{R} par :

$$V^T_U = \sum_{(i,j) \in S \times S} \sum_{k \in \mathbb{N}} Y(i, j, k) \cdot B(i, j, k).$$

4.3 Les probabilités d'état

Avant de calculer la fonction d'évaluation, il convient d'établir les probabilités d'états de chaque configuration. La probabilité d'état d'une configuration, c'est la fréquence d'apparition de cette configuration dans la topologie étudiée.

La probabilité d'état associée à chaque configuration peut être soit donnée (c'est à dire mesurée), soit calculée. On peut la calculer en connaissant la probabilité de passer d'une configuration à l'autre. Si l'on définit correctement les lois régissant les variables aléatoires définissant les probabilités d'états des configurations, le graphe des configurations peut être associé à une chaîne de Markov [Markov]. Notamment si l'on suppose que la loi de service est exponentielle.

La chaîne de Markov est construite à partir du graphe en lui ajoutant à tout arc existant de la configuration c_j vers c_i un arc inverse de la configuration c_i vers la configuration c_j . Le premier arc représentant l'établissement d'une nouvelle liaison, l'arc inverse représentant la rupture de

cette même liaison. A chaque couple d'arcs reliant deux configurations c_i et c_j , on associe les deux probabilités suivantes : $Pe([i,j])$ la probabilité d'établissement de la nouvelle liaison logique $[i,j]$, c'est à dire celle qui différencie la configuration c_i et c_j ; $Pr([i,j])$ la probabilité de rupture de cette même liaison logique. A chaque état, on lui associe un arc bouclé et la probabilité P de rester dans cet état.

Pour résoudre la chaîne de Markov, on construit la matrice des probabilités associée, PM , définie de $C \times C$ sur \mathbb{R} :

$$\forall c1 = \langle e1, p1 \rangle \in C, \forall c2 = \langle e2, p2 \rangle \in \text{Fils}(c1), PM(c1, c2) = Pe(e2-e1).$$

$$\forall c1 = \langle e1, p1 \rangle \in C, \forall c2 = \langle e2, p2 \rangle \in \text{Père}(c1), PM(c1, c2) = Pr(e1-e2).$$

$$\forall c1 \in C, PM(c1, c1) = P(c1).$$

$$\forall c1 = \langle e1, p1 \rangle \in C, \forall c2 = \langle e2, p2 \rangle \in C - (\text{Fils}(c1) + \text{Père}(c1) + \{c1\}), PM(c1, c2) = 0.$$

Les éléments diagonaux représentent la probabilité de rester dans la configuration. La normalisation impose les valeurs des éléments diagonaux :

$$\forall c1 \in C, P(c1) = 1 - \sum_{c \in C - \{c1\}} PM(c1, c).$$

Si les conditions de stationarité sont remplies, trouver les probabilités d'états des configurations E revient à résoudre le système suivant :

$$PM \cdot E = E.$$

Exemple :

Pour obtenir les probabilités d'états, le graphe G_{T1} est transformé (Figure3). La matrice associée PM_{T1} s'écrit :

$$PM_{T1} = \begin{bmatrix} P(0) & Pr(0,1) & Pr(0,2) & 0.0 \\ Pe(0,1) & P(1) & 0.0 & Pr(1,3) \\ Pe(0,2) & 0.0 & P(2) & Pr(2,3) \\ 0.0 & Pe(1,3) & Pe(2,3) & P(3) \end{bmatrix}$$

4.4 Résolution analytique

Dans le cas où les probabilités sont toutes égales, nous démontrons un résultat original. Ce résultat permet d'obtenir les probabilités d'états sans un long calcul de résolution de la matrice. Ce résultat favorise notre procédé d'évaluation des topologies.

Si l'on suppose que les probabilités d'établissement et de rupture sont constantes quelque soient les liaisons, c'est à dire que :

$$\forall i \in S, \forall j \in S, Pe([i,j]) = Pe \text{ et } Pr([i,j]) = Pr.$$

La chaîne de Markov a, alors, une structure qui autorise l'obtention des probabilités d'états sans demander la résolution de la matrice.

On définit la fonction Prof de C vers \mathbb{N} qui associe à chaque configuration son nombre de liaisons logiques établies, c'est à dire sa profondeur dans le graphe car il est sans cycle.

$$\forall c = \langle e, p \rangle \in C, Prof(c) = \|e\|.$$

Théorème :

Si les probabilités d'établissement Pe et de rupture Pr sont identiques quelque soit les liaisons, la fonction E associant à toute configuration sa probabilité d'état s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\forall c \in C, E(c) = (P_e / P_r)^{\text{Prof}(c)} / \gamma.$$

Où γ est la constante de normalisation qui vaut : $\gamma = \sum_{c \in C} E(c) \otimes$

On appelle β le rapport de la probabilité d'établissement sur la probabilité de rupture des liaisons. Il est défini par :

$$\beta = P_e / P_r .$$

Pour les besoins de la démonstration, nous allons d'abord démontrer deux lemmes, sur les relations entre une configuration et une de ses configurations fils ou une de ses configurations père.

Lemme 4 :

$$L4 :: \forall f \in \text{Fils}(c), E(f) = \beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma.$$

Tous les fils d'une configuration ont même probabilité d'état .

Démonstration :

D'après le lemme L2 : $\forall f = \langle e_f, p_f \rangle \in \text{Fils}(c)$, avec $c = \langle e_c, p_c \rangle$ alors $\| e_f \| = \| e_c \| + 1$.

Par définition de Prof : si $f = \langle e_f, p_f \rangle$ alors $\text{Prof}(f) = \| e_f \|$.

donc : $\text{Prof}(f) = \| e_c \| + 1$.

Par définition de Prof : si $c = \langle e_c, p_c \rangle$ alors $\text{Prof}(c) = \| e_c \|$.

donc : $\text{Prof}(f) = \text{Prof}(c) + 1$.

Par définition de E : $E(f) = \beta^{\text{Prof}(f)} / \gamma$.

donc : $E(f) = \beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma \otimes$

Lemme 5 :

$$L5 :: \forall p \in \text{Père}(c), E(p) = \beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma.$$

Tous les pères d'une configuration ont même probabilité d'état .

Démonstration similaire au lemme L4, mais en utilisant le lemme L3 \otimes

Démonstration du théorème :

Nous allons supposer exact l'expression de la probabilité $E(c) = \beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma$ et nous allons montrer qu'elle est solution de l'équation associée à la chaîne de Markov.

Les probabilités d'états, c'est à dire toutes les lignes du système d'équations de résolution de la chaîne de Markov, peuvent s'écrire sous la forme :

$$E(c) = \sum_{c1 \in C} PM(c, c1) \cdot E(c1).$$

Par définition de la matrice PM seuls les éléments associés aux configurations fils et père d'une configuration donnée sont non-nuls, et si l'on suppose que tous les établissements et les ruptures de liaisons ont même probabilité, P_e et P_r , alors :

$$\forall c1 \in \text{Fils}(c), PM(c, c1) = P_e.$$

$$\forall c1 \in \text{Père}(c), PM(c, c1) = P_r.$$

$$\forall c1 \in C - (\text{Fils}(c) + \text{Père}(c) + \{c\}), PM(c, c1) = 0.$$

Les probabilités se réécrivent :

$$E(c) = Pr \cdot \sum_{f \in \text{Fils}(c)} E(f) + Pe \cdot \sum_{p \in \text{Père}(p)} E(p) + P(c) \cdot E(c).$$

D'après le lemme L4 et le lemme L5 sur les probabilités d'états des fils et des pères d'une configuration, l'équation devient :

$$E(c) = Pr \cdot \sum_{f \in \text{Fils}(c)} (\beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma) + Pe \cdot \sum_{p \in \text{Père}(p)} (\beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma) + P(c) \cdot E(c).$$

C'est à dire :

$$E(c) = Pr \cdot \|\text{Fils}(c)\| \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma) + Pe \cdot \|\text{Père}(p)\| \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma) + P(c) \cdot E(c).$$

De manière identique, les éléments diagonaux de la matrice se réécrivent :

$$\forall c \in C, P(c) = 1 - \sum_{f \in \text{Fils}(c)} Pe + \sum_{p \in \text{Père}(c)} Pr.$$

C'est à dire :

$$\forall c \in C, P(c) = 1 - \|\text{Fils}(c)\| \cdot Pe + \|\text{Père}(c)\| \cdot Pr.$$

Par définition de la probabilité d'état $E(c)$, et d'après ce qui précède sur les éléments diagonaux, l'équation se réécrit :

$$E(c) = Pr \cdot \|\text{Fils}(c)\| \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma) + Pe \cdot \|\text{Père}(p)\| \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma) + (1 - \|\text{Fils}(c)\| \cdot Pe + \|\text{Père}(p)\| \cdot Pr) \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma).$$

En regroupant les termes en facteur, on trouve :

$$E(c) = \|\text{Fils}(c)\| \cdot [Pr \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma) - Pe \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma)] + \|\text{Père}(p)\| \cdot [Pe \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma) - Pr \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma)] + 1 \cdot E(c).$$

Par définition de $\beta = Pe / Pr : \forall x \in \mathbb{N}, \beta^{x+1} = \beta^x \cdot Pe / Pr$,

donc on obtient la formule suivante : $\beta^{x+1} \cdot Pr = \beta^x \cdot Pe$.

De même : $\forall x \in \mathbb{N}, \beta^{x-1} \cdot Pe / Pr = \beta^x$,

et on obtient la formule : $\beta^{x-1} \cdot Pe = \beta^x \cdot Pr$.

Les termes $[Pr \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)+1} / \gamma) - Pe \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma)]$ et $[Pe \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)-1} / \gamma) - Pr \cdot (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma)]$ de l'équation sont nuls, et l'on démontre bien que $E(c) = (\beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma)$ est solution de l'équation \otimes

On remarque que le taux de liaison β influe directement sur le nombre moyen de liaisons établies Nm . Nm est défini par :

$$Nm = \sum_{c \in C} E(c) \cdot \text{Prof}(c).$$

Si les probabilités d'établissement et de rupture des liaisons sont constantes, alors :

$$Nm = \sum_{c \in C} \beta^{\text{Prof}(c)} / \gamma \cdot \text{Prof}(c).$$

4.4 L'évaluation des pannes

Le même procédé permet d'évaluer une topologie dans un contexte de pannes. Cela consiste à évaluer la topologie initiale privée d'un ou plusieurs liens physiques. Nous distinguons deux types de pannes : la panne de site rompt l'ensemble des liens ayant pour site d'arrivée ou de départ le site en panne, la panne de lien interrompt uniquement le lien en cause.

Pour simplification, dans la suite du discours, nous ne nous intéressons qu'aux pannes de liens. Cependant l'ensemble de ce discours peut être aisément étendu aux pannes de sites.

On définit par Panne la fonction de probabilité de $S \times S$ vers \mathbb{R} qu'un lien physique tombe en panne. Par normalisation nous avons :

$$\sum_{p \in S \times S} \text{Panne}(p) = 1.$$

Si l'on suppose que la probabilité est la même quelque soit le lien alors :

$$\forall p \in F, \text{Panne}(p) = 1 / \| F \| .$$

L'évaluation d'une topologie $T = \langle S, F \rangle$ dans le cas d'une seule panne d'un lien physique est définie vers \mathbb{R} par :

$$W^1_{TU} = \sum_{p \in F} \text{Panne}(p) \cdot V(\langle S, F - \{p\} \rangle, U) ,$$

où $\{p\}$ correspond à la matrice du lien physique élémentaire p .

On généralise aisément cette expression à un nombre quelconque de pannes:

$$W^n_{TU} = \sum_{p_1 \in F} \sum_{p_2 \in F - \{p_1\}} \dots \sum_{p_n \in F - \{p_1\} - \dots - \{p_{n-1}\}} \text{Panne}(p_1) \dots \text{Panne}(p_n) \cdot V(\langle S, F - \{p_1\} - \dots - \{p_n\} \rangle, U)$$

Cette expression est valide si les événements aléatoires provoquant les pannes sont indépendants entre eux. Ceci est généralement vérifié si l'on traite les pannes de liens et les pannes de sites (qui provoquent, eux, des ruptures de liens non indépendantes) de manière disjointe.

On peut remarquer que : $W^0_{TU} = V_{TU}$.

Si on définit la fonction Fail(n) de \mathbb{N} vers \mathbb{R} , qui donne la probabilité qu'il y ait dans l'ensemble de la topologie exactement n pannes, on en déduit l'expression de l'évaluation globale d'une topologie dans un état quelconque :

$$X_{TU} = \sum_{n \in \mathbb{N}} \text{Fail}(n) \cdot W^n_{TU} .$$

Toutefois, on remarque que généralement la probabilité associée aux pannes est faible (proche de zéro). Donc la probabilité d'apparition simultanée de plusieurs pannes est extrêmement faible. Du fait de leur faible pondération, l'influence des pannes simultanées sur l'évaluation d'une topologie est généralement peu importante.

Enfin, évaluer seulement la qualité d'une topologie ne suffit pas, il faut aussi connaître son coût. Nous proposons d'évaluer ce coût par l'équation suivante :

$$C_T = \sum_{(i,j) \in S \times S} F(i, j) \cdot c(i, j) , \text{ où}$$

$c(i, j)$ est le coût de création du lien physique reliant le site i au site j .

Exemple :

La topologie $T_3 = \langle S, F_3 \rangle$ (Figure 4) possède deux sous-topologies $T_2 = \langle S, F_2 \rangle$ (Figure 5) et $T_1 = \langle S, F_1 \rangle$ (Figure 1) vis à vis de la panne d'un seul lien. Elle possède deux sous-topologies $T_4 = \langle S, F_4 \rangle$ (Figure 6) et $T_5 = \langle S, F_5 \rangle$ (Figure 7) vis à vis d'une double panne.

Connaissant les fonctions d'évaluations de ces différentes topologies, et en supposant les probabilités de pannes d'un lien sont identiques quelque soit le lien, nous sommes capables de calculer l'évaluation globale de la topologie T_3 . L'évaluation globale inclue les

incidents liés aux pannes.

Sans panne, la topologie T3 a trivialement une évaluation égale à un, car sa topologie correspond exactement aux besoins exprimés. Cependant, l'évaluation baisse si l'on tient compte de la probabilité d'avoir un lien ou plusieurs en panne.

On obtient les valeurs suivantes pour un taux de liaison égal à 0.1, un besoin d'établir les liaisons correspondant à l'exemple exprimé au paragraphe 2.4, et en faisant varier le taux de panne: Fail.

V(T1)=0.88	V(T2)=0.75	V(T3)=1.00	V(T4)=0.48	V(T5)=0.40
W ¹ (T3)=0.79333...		W ² (T3)=0.45333...		W ³ (T3)=0.00
Fail :	0.1	0.01	0.001	
X(T3)	0.9838666...	0.99797866...	0.999793766...	

On constate que pour des probabilités faibles de panne de lien, la probabilité d'avoir simultanément plusieurs liens en panne est extrêmement faible, et de ce fait leur influence devient partiellement négligeable lors de l'évaluation.

5. L'application

5.1 L'influence des paramètres

Avant d'aborder véritablement notre application, nous aimerions mettre en évidence certains phénomènes relatifs à l'expression des besoins. Notamment, nous constatons que l'évaluation d'une topologie dépend énormément des besoins. Il est raisonnablement impossible de dire qu'une topologie est meilleure qu'une autre, sans préciser les critères de comparaison, qui sont dans notre logiciel modélisés par les matrices des besoins L et B.

Nous proposons d'illustrer notre propos sur l'évaluation des trois topologies précédentes T1, T2 et T3, en faisant varier successivement les deux paramètres suivants : le rapport du besoin de la liaison de A vers B sur le besoin de la liaison de B vers A; puis le rapport du besoin d'une seule liaison de B vers A sur le besoin d'avoir deux liaisons de B vers A.

Le taux de liaison étant fixé à 0.1, on obtient les courbes de la Figure 8.

On constate qu'aucune des deux topologies T1 ou T2 n'est supérieure à l'autre pour n'importe quelle valeur de paramètre. Néanmoins, il existe une valeur des paramètres à partir de laquelle on peut décider. On vérifie aussi que la topologie T3 est parfaite en absence de panne, c'est à dire que quelque soit la valeur des paramètres, son évaluation est égale à un.

Cette expérience montre l'importance des critères de choix dans l'évaluations des topologies. Notre proposition a l'avantage d'établir ces critères sur les liaisons logiques, et donc, indépendamment de la structure physique. Ce qui facilite grandement l'établissement de ces critères.

5.2 L'étude

Le réseau local sur lequel nous allons appliquer notre procédé d'évaluation est utilisé sur le campus de l'université de Bordeaux. Son support est une fibre optique, et il couvre actuellement près de 7,5 kilomètres.

Ce réseau local RETINE supporte, en fait, trois types de sous-réseaux :

- Un réseau local à intégration de services ayant un débit de 8 Mbit/s [Carthage].
- Un réseau pour la transmission à haute vitesse d'images numériques, devant atteindre un débit de 560 Mbit/s, est en cours de développement [Castanet].
- Un réseau multi-canal permettant la transmission d'images en mode analogique [Henry]. C'est celui dont nous allons étudier les topologies.

La transmission analogique demande beaucoup moins de bande passante que la transmission digitale, ce qui pour la transmission d'images haute définition en temps réel est un avantage technologiquement conséquent.

Ce réseau local analogique supporte les services suivants :

- Diffusion d'images : films, conférences, cours, expériences, ...
- Accès aux organes de stockage : disques optiques, magnétoscopes, ...
- Traitement d'images : conversion analogique/digitale, images de synthèse, animation, ...
- Contrôle réparti des équipements de communication, de traitement et de stockage.

La structure générale de notre réseau analogique est donnée à la figure 9. Le réseau est constitué d'un ensemble de matrices de connexion ayant 16 entrées et 16 sorties. Ces matrices forment les noeuds du réseau. Les matrices sont interconnectées entre-elles par des fibres optiques. Les entrées (respectivement les sorties) de chaque matrice peuvent être connectées à des organes d'émission (de réception) d'images tels que des caméras (des monitors), ou des organes de traitement ou de stockage. Chaque matrice est contrôlée par une carte électronique, qui est elles-même pilotée à distance par le serveur du réseau.

Quatre fibres optiques sont disponibles pour réaliser le réseau local analogique. Chaque fibre n'autorisant qu'une transmission unidirectionnelle, les 4 fibres permettent d'établir deux boucles. Deux topologies peuvent être envisagées permettant à chaque matrice d'être connectée simultanément aux deux boucles : une topologie circulaire (Figure 10), et une topologie linéaire (Figure 11). Ces deux topologies employant exactement les mêmes supports, elles sont d'un coût identique.

L'emploi des matrices de connexion autorise de nombreuses autres topologies, mixant les deux précédentes. Elles devront être adaptées aux contextes. Notre procédé d'évaluation est particulièrement bien adapté pour répondre à ce besoin.

Le transfert d'images étant analogique, la transmission est effectuée par commutation de circuit. Toutefois, un multiplexage en fréquence autorise une seule fibre à véhiculer simultanément plusieurs communications.

Nous avons étudié ces deux topologies, en faisant varier les paramètres suivants : le taux de liaison, le nombre de stations, les possibilités de multiplexage. Nous obtenons les résultats illustrés par les figures 12, 13 et 14. On y constate que la topologie linéaire est supérieure à la topologie circulaire. Ceci est vérifié pour des taux de liaisons différents de 0.1. Si on prend en compte les pannes de liens, la topologie linéaire obtient toujours une évaluation supérieure, car elle possède un plus grand nombre de liens physiques, ce qui facilite sa tolérance aux fautes. Néanmoins, on constate l'inverse pour les pannes de matrices. La topologie linéaire s'avère plus fragile vis-à-vis de ce type de panne que la topologie circulaire. Une panne de site dans la topologie linéaire rompt la connectivité du réseau, alors qu'elle est conservée dans la topologie circulaire.

La topologie linéaire s'avère globalement, aux vues des résultats, supérieure à la topologie circulaire.

5.3 Le logiciel

Le logiciel TOPE que nous avons développé [Cousin], est implanté sous Unix System 5, en utilisant le langage de programmation C. Le programme comporte près de 4000 lignes de code. Il développe le graphe des configurations compatibles, et calcule leur possibilité maximum. Finalement, nous utilisons notre procédé d'obtention analytique développé au chapitre précédent pour calculer les probabilités d'états associées à chacune des configurations. Une nouvelle version possédant une interface d'utilisation plus conviviale est d'ores et déjà prévue.

Ce logiciel obtient des temps de réponse raisonnables. Il tourne sur machine Gould PN3000. Les temps typiques d'exécution CPU sont de l'ordre de 3 secondes pour 4 sites et 8 liens

physiques, et de 60 secondes pour 8 sites et 20 liens physiques. Les temps obtenus sont évidemment exponentiels, c'est pourquoi nous nous proposons d'optimiser notre logiciel en utilisant les symétries des configurations.

6. Conclusion

La technique que nous proposons permet de comparer entre elles différentes topologies de réseaux. Cette même technique permet tout aussi bien d'évaluer la résistance aux pannes de liens ou aux pannes de sites de ces mêmes topologies.

Cette évaluation est basée sur l'expression des besoins des applications utilisées. Ces besoins sont exprimés par rapport aux liaisons logiques nécessaires à ces applications. Ceci constitue une des originalités de notre travail, et permet ainsi de libérer l'expression des besoins des contraintes de la topologie et du routage.

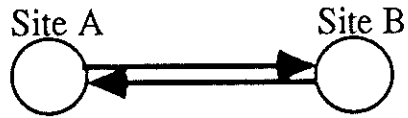
D'autre part, nous démontrons qu'il est possible de déterminer les probabilités d'états relatives aux différentes configurations de la topologie étudiée, sans avoir besoin de résoudre la matrice associée à la chaîne de Markov, à la condition que les probabilités d'établissement et de rupture des liaisons soient constantes.

Notre application a démontré que la topologie linéaire est supérieure à la topologie circulaire dans le cas d'un réseau local à fibre optique. Ceci a été démontré en évaluant les deux topologies, en faisant varier les probabilités associées à l'établissement et à la rupture des liaisons, le nombre de stations, et en évaluant la résistance aux pannes de ces deux mêmes topologies.

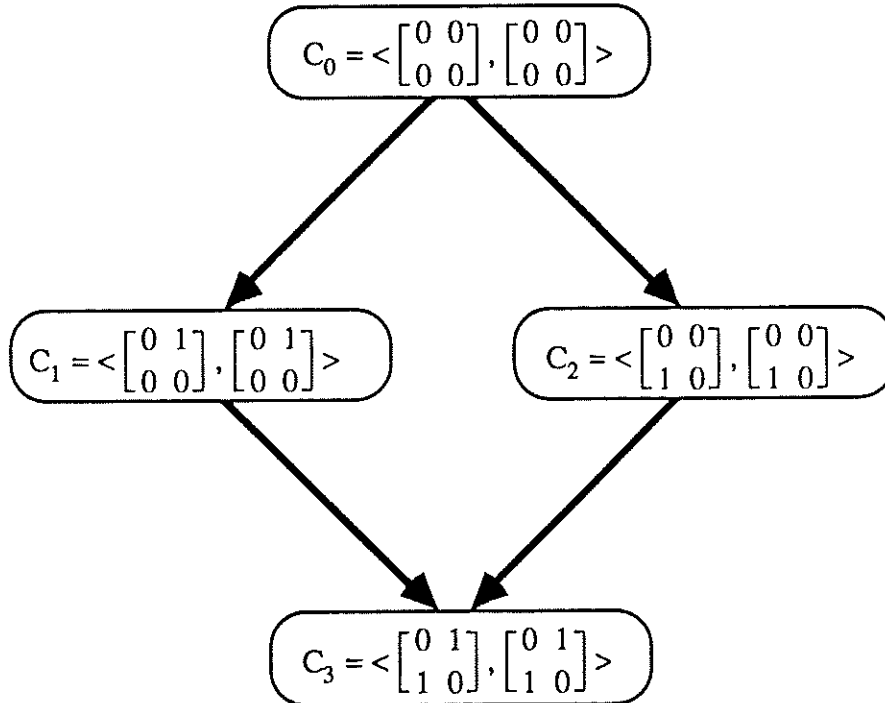
Nous envisageons de prolonger notre travail vers l'étude de techniques heuristiques, s'appuyant sur notre technique d'évaluation, et permettant de trouver la meilleure topologie en adéquation avec les besoins exprimés, tout en optimisant le temps de réponse.

Bibliographie

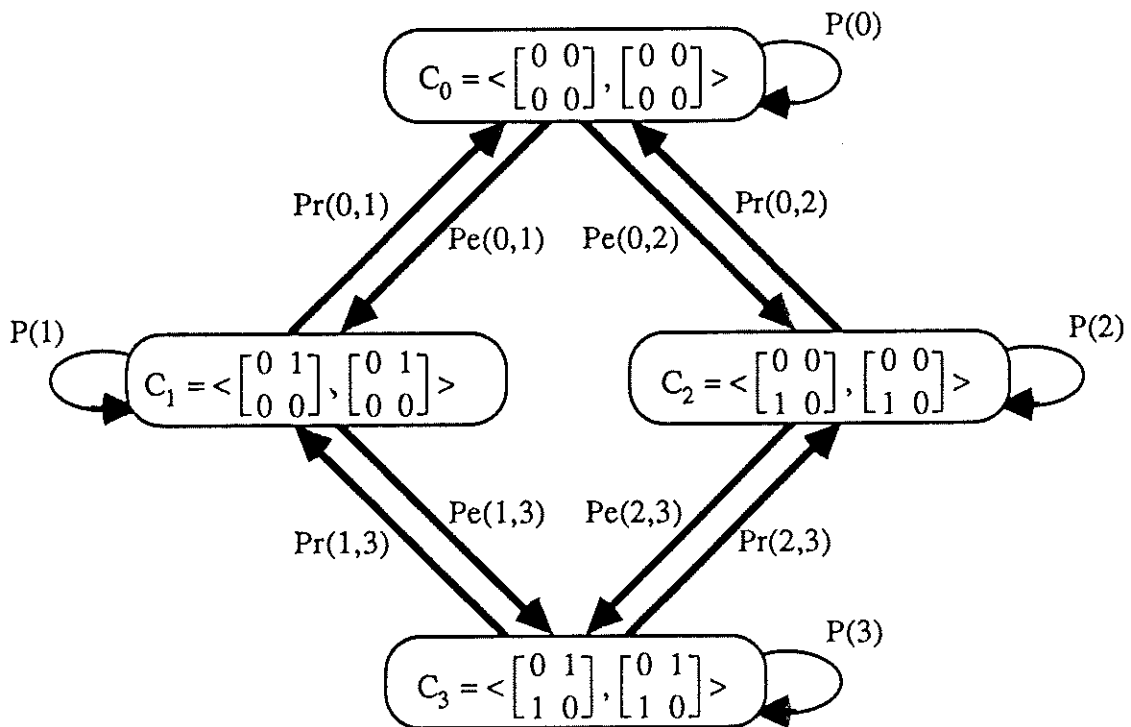
- [Berge] C.Berge
Graphes et hypergraphes. Dunod, 1973.
- [Carthage]
Documentation technique du réseau local Carthage. LCT 6500. 1987.
- [Castanet] R.Castanet, X.Navarro
Network for image transmission. Euteco 88. Vienne-Austria, April 1988.
- [Cousin] B.Cousin
TOPE : manuel d'utilisation (version 0.6). Talence-France, Avril 1989.
- [Gondran] M.Gondran, M.Minoux
Graphes et algorithmes. Eyrolles, 1979.
- [Henry] H.Henry, L.Kamoun, A.Mora
Local area network for video image transmission. Data communication technology. Limerick-Eire, September 1988.
- [Johson] A.M.Johson, M.Malek
Survey of software tools for evaluating reliability, availability and serviceability. ACM computing surveys, vol 20 n°4, December 1988.
- [Lalanne] J.C.Lalanne
Caractérisation de la charge des arêtes du graphe support d'un réseau nodal de commutation temporelle asynchrone. RAIRO recherche opérationnelle, vol 22 n°2, 1988.
- [Lesk] M.Lesk
Diamètre de graphes et qualité de service d'un réseau de données. RAIRO recherche opérationnelle, vol 18 n°3, Août 1984.
- [Mepuis] J.M.Mepuis
CREDO : Configurateur de réseaux de données. Echo des recherches, n°110, Octobre 1982.
- [Markov] L.Kleinrock
Queuing systems. Vol 1 : theory, John Wiley, 1976.
- [Minoux] M.Minoux
Multiflôts de coûts minimums avec fonctions de coûts concaves. Annales des télécommunications, vol 31 n°3-4, 1976.
- [Sharp] R.Sharp, M.Show, M.Jensen, J.Sparso
Architectural considerations in LAN-dth. Symposium on local communication systems. Toulouse-France, November 1986.
- [Swany] M.N.Swany, K.Thulasimaran
Graphs networks and algorithms. Wiley, 1981.



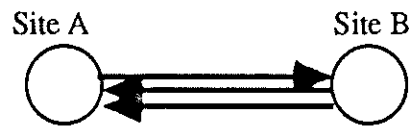
- Figure 1 - La topologie T1 -



- Figure 2 - Le Graphe des états : GT1 -



- Figure 3 - Le Graphe des états avec probabilités -



- Figure 4 - La topologie T3 -



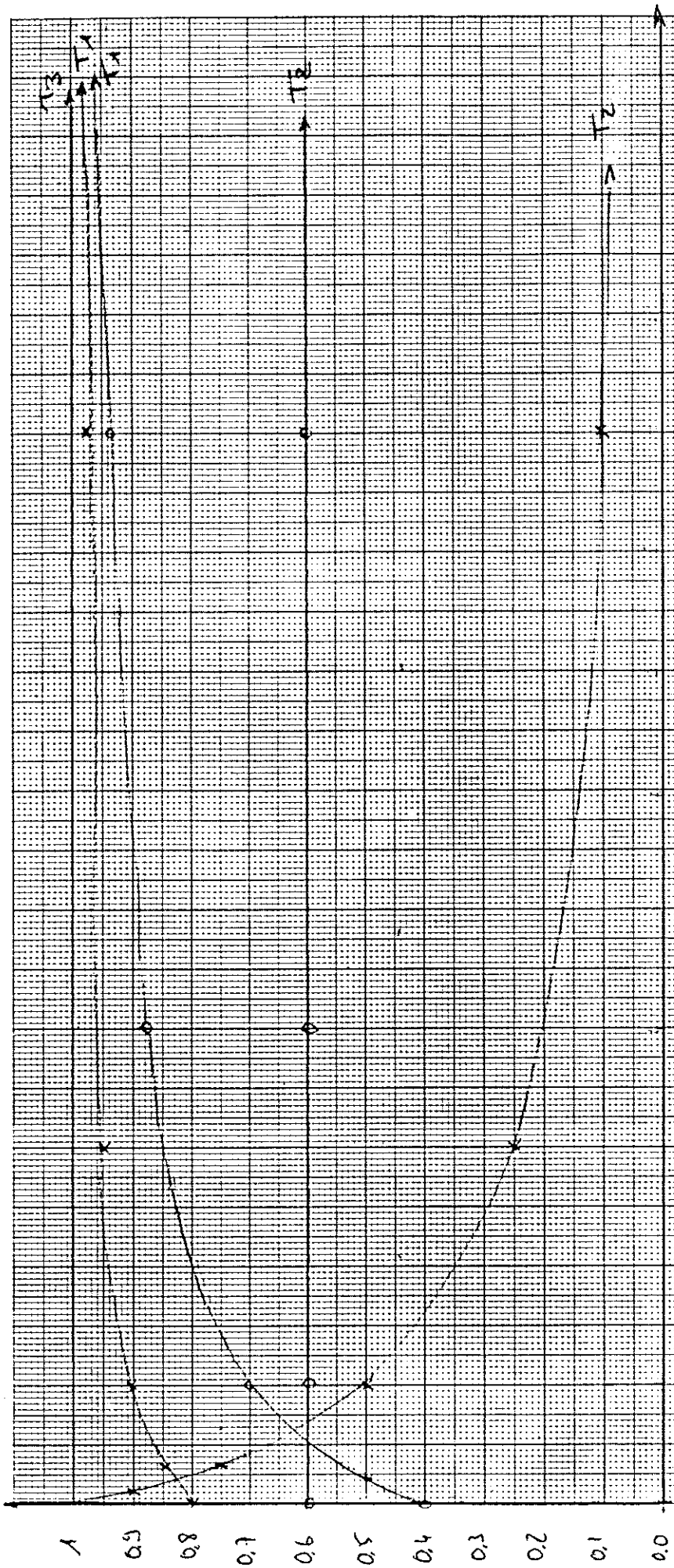
- Figure 5 - La topologie T2 -



- Figure 6 - La topologie T4 -



- Figure 7 - La topologie T5 -



taux de liaison = 0.1

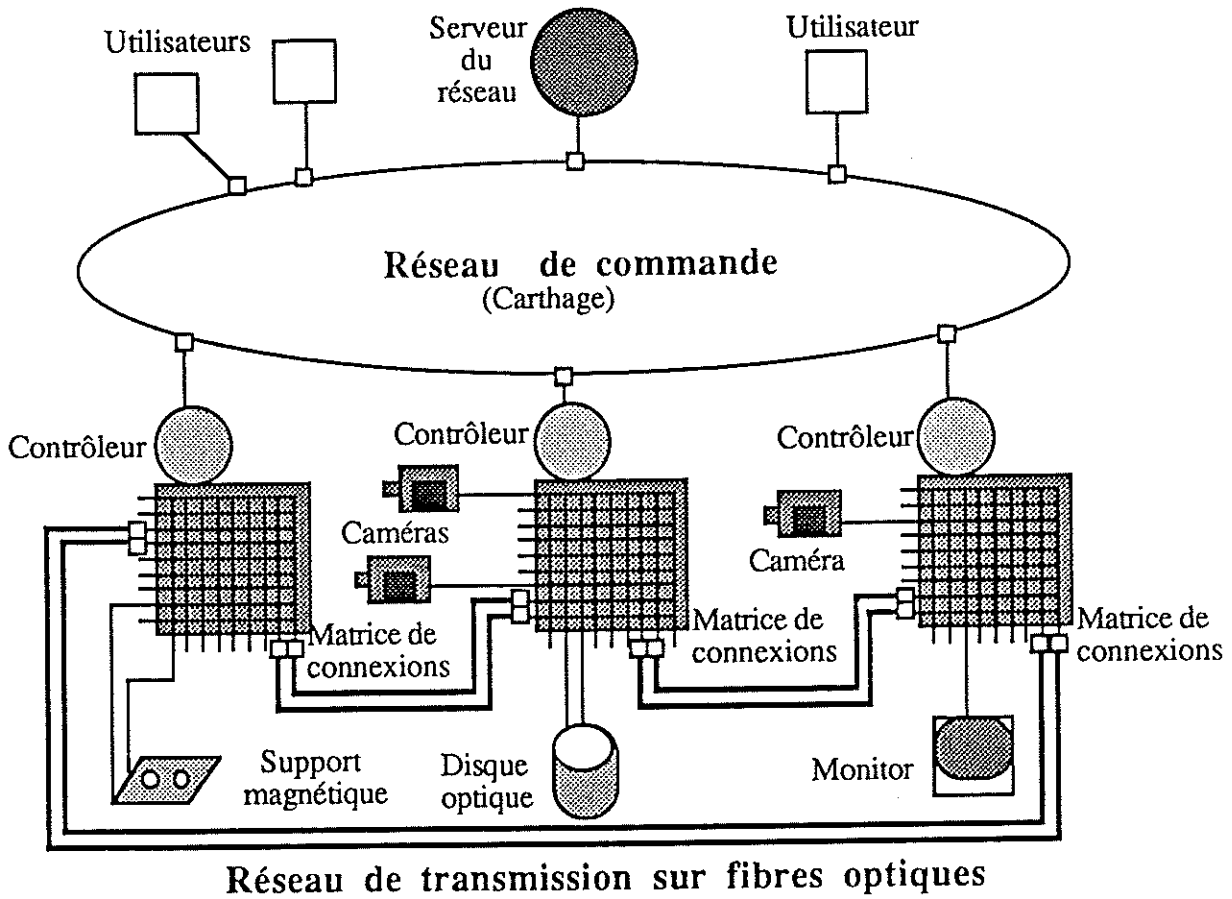
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

• BA1/BA2

x AB/BA

Figure 8

- Figure 9 - Architecture générale -



valuation

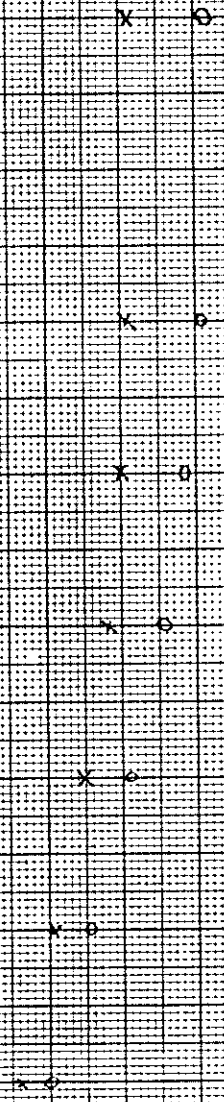
x topologie linéaire
o topologie circulaire

Figure 12 -

1.0

0.5

0.0



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 nb de stations

taux de liaisons $\beta = 0.1$

sans panne

évaluation

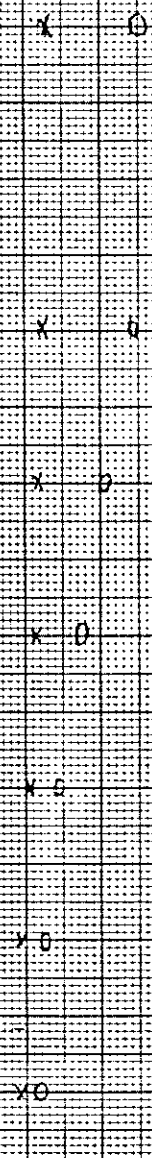
x topologie linéaire
o topologie circulaire

Figure 13 =

1.0

0.5

0.0



nb de stations

taux de liaison $B = 0.1$

1 paire de liens

relaxation

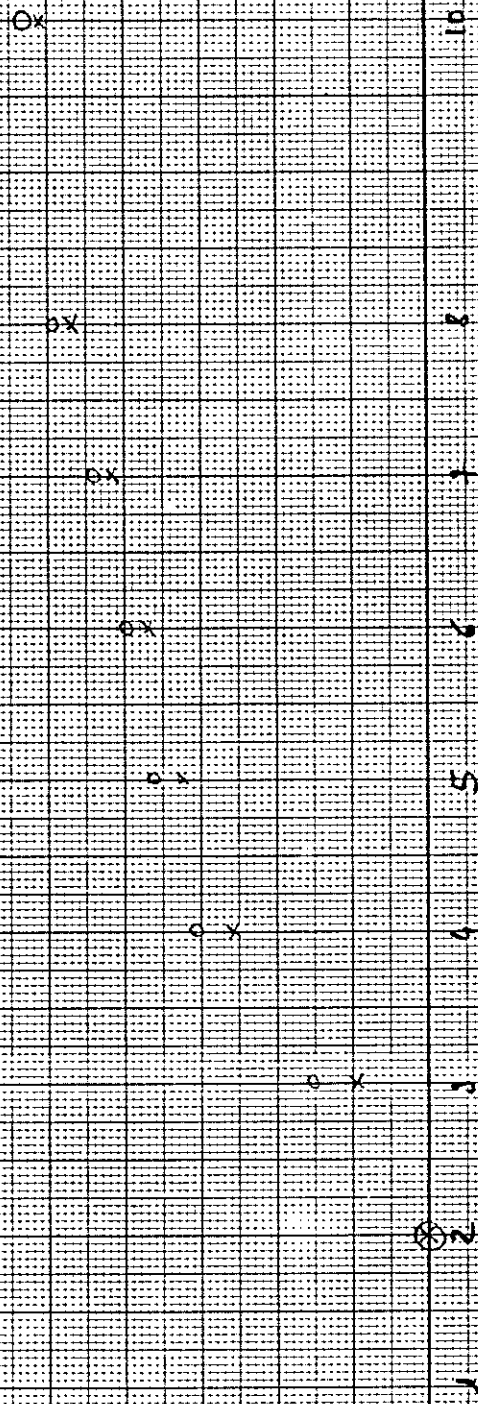
1.0

0.5

0.0

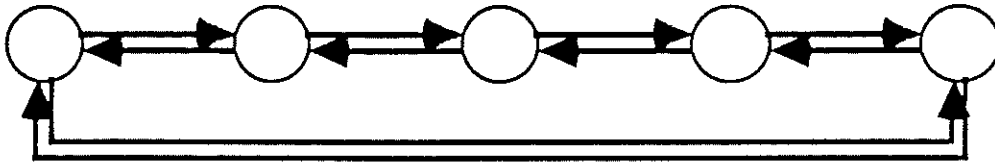
x topologie linéaire
o topologie circulaire

Figure 14



nombre de matrices

taux de liaison $\beta = 0.1$
1 panne de site



- Figure 10 - La topologie circulaire -



- Figure 11 - La topologie linéaire -