

# Adaptation Locale Optimale pour la Régularisation et la Représentation d'Image à base de Motifs Locaux

## Optimal Spatial Adaptation for Patch-based Image Representation and Regularization

Charles Kervrann

Jérôme Boulanger

IRISA-INRIA Rennes / INRA MIA  
Campus de Beaulieu - 35042 Rennes Cedex - France  
{ckervran, jboulang}@irisa.fr

### Résumé

Dans cet article, nous proposons une nouvelle méthode adaptative pour la régularisation et la représentation d'image. L'idée est de sélectionner dans un voisinage adapté pour chaque pixel, des motifs qui sont des copies légèrement modifiées du motif centré au pixel considéré. La méthode de régularisation, apparentée aux méthodes à noyaux pour la régression non-paramétrique, cherche alors à calculer, en chaque point, une moyenne pondérée des observations sélectionnées dans un voisinage variable spatialement. L'optimisation de la taille du voisinage repose ici sur un compromis biais/variance de l'estimateur. L'algorithme final, dirigé par les données, est d'une grande simplicité et nécessite à peine l'ajustement d'un faible nombre de paramètres. Nous présentons une comparaison avec des algorithmes conventionnels et des résultats expérimentaux qui mettent en évidence le potentiel de cette méthode pour traiter des situations où l'image contient des formes répétées d'un motif dans un contexte local, et pour détecter des motifs exceptionnels dans l'image.

### Mots Clef

Traitement d'image, modélisation des images, estimation, régularisation, détection, filtrage non-linéaire.

### Abstract

A novel adaptive and patch-based approach is proposed for image regularization and representation. The method is based on a pointwise selection of small image patches of fixed size in the variable neighborhood of each pixel. The main idea is to associate with each pixel the weighted sum of data points within an adaptive neighborhood. This method is general and can be applied under the assumption that the image contains repetitive patterns in a local neighborhood. In this paper, we consider the problem of the adaptive neighborhood selection in a manner that it balances the accuracy of approximation and the stochastic error, at each spatial position. Moreover, we propose

a practical algorithm with no hidden parameter for image regularization and exceptional (or rare) small patch detection in the image.

### Keywords

Image processing, image modeling, estimation, regularization, detection, non-linear filtering.

## 1 Introduction

Les méthodes de restauration d'image les plus efficaces sont généralement non-linéaires, notamment pour préserver les discontinuités. Elles peuvent s'appuyer sur la minimisation d'une énergie qui prend en compte de manière explicite la géométrie des objets. Dans un cadre variationnel, les équations aux dérivées partielles (EDP) qui s'en déduisent, sont désormais très populaires pour lisser les régions homogènes à l'exception des zones de discontinuité de l'image [30, 35, 8]. Néanmoins, pour des raisons d'efficacité algorithmique, d'autres approches cherchent plus simplement à calculer une moyenne locale pondérée des valeurs d'intensité. Assez faciles à mettre en œuvre et finalement assez efficaces, les filtres Gaussiens non-linéaires correspondants [22, 37, 41] ont connu un certain succès et ont récemment suscité un intérêt théorique. Ainsi, il a été mis en évidence certaines caractéristiques qui permettent de relier les filtres Gaussiens non-linéaires à des techniques également populaires en vision par ordinateur [42, 12, 3, 28, 38]: procédure *mean-shift*, M-estimateurs locaux, diffusion non-linéaire, approches régularisantes qui combinent à la fois des termes de lissage et des termes de fidélité aux données non-locaux.

Aussi efficaces que soient toutes ces méthodes de régularisation, elles nécessitent néanmoins l'ajustement d'un nombre minimal de paramètres globaux qui contrôlent le lissage. Le problème est qu'il n'existe pas de solution très satisfaisante pour déterminer ces paramètres de lissage à partir des données de l'image et, bien souvent, seule l'impression visuelle aide en pratique à les fixer [41, 2]. Par

ailleurs, lorsque les caractéristiques locales varient spatialement, estimer un paramètre global de lissage est probablement mal adapté. Dans cette situation, il est plus pertinent de déterminer l'échelle locale des caractéristiques de l'image, par exemple via une représentation espace-échelle [26]. Parmi les travaux les plus récents, on peut citer ceux de Brox & Weickert qui ont suggéré d'analyser le flux de la *Variation Totale* afin de déterminer l'échelle locale et de discriminer les textures [6]. Plus simplement, la variance locale est parfois suffisante pour adapter spatialement la régularisation [4, 15, 20]. Enfin, nous mentionnons quelques travaux récents qui estiment simultanément la composante stochastique (bruit), la composante de texture et la composante à variation bornée de l'image [29, 1]. Difficiles à mettre en œuvre et à calculer, ces méthodes ont néanmoins un potentiel indéniable en restauration d'image.

En définitive, si la reconstruction d'image n'est pas encore un problème résolu, ceci est en partie dû à la nature des signaux-images qui contiennent de nombreux "objets" structurés et isolés, et difficiles à éliminer. Il est donc nécessaire d'introduire des modèles non-paramétriques, guidés par les données, pour décrire l'ensemble des régularités et géométries observées dans les images. Nous proposons ici d'exploiter l'information contextuelle locale résumée dans des motifs locaux pour capturer toutes les formes possibles. Cette approche a déjà eu beaucoup de succès en synthèse [11], en reconstruction [14, 13, 17, 9], voire en restauration d'image [34]. Bien souvent le cadre de modélisation choisi est le cadre bayésien, et une phase d'apprentissage est nécessaire pour résumer toute l'information contenue dans une collection de motifs locaux [43, 14, 34]. Clairement, notre approche se distingue de celles que nous venons d'évoquer puisque nous nous positionnons dans un cadre non-supervisé d'estimation non-paramétrique. Nous supposons seulement qu'il existe des motifs locaux situés dans un voisinage adapté autour d'un point, qui sont des copies modifiées du motif centré au point considéré. Pour détecter des motifs admissibles, nous introduisons une mesure de similarité adaptée. Cette idée a notamment été exposée par Buades *et al.*, et a conduit à la définition du filtre des *moyennes non-locales* [7]. Nous améliorons ici les performances de ce filtre, en estimant de manière locale et adaptative le voisinage optimal autour de chaque pixel de l'image. La stratégie retenue consiste à faire croître une fenêtre autour de chaque point de l'image, tant qu'un compromis entre le biais et la variance de l'estimateur ne sera pas obtenu [32, 19, 20]. Cette adaptation est similaire à la procédure d'estimation non-paramétrique proposée à l'origine par Lepskii [24, 25]. L'algorithme, très simple, qui consiste à calculer des moyennes locales dans un voisinage adapté en s'appuyant sur des motifs locaux pour pondérer les observations, se compare très favorablement aux techniques ondelettes les plus sophistiquées [10, 40, 33, 31, 23]. À notre connaissance, c'est la première fois que ce type d'approche est utilisée également pour la détection de motifs exceptionnels.

## 2 Position du problème

En chaque point  $\mathbf{x}_i$  de l'image, nous observons une variable bruitée  $Y_i$ . Les observations sont réparties régulièrement sur une grille  $G$  discrète et bidimensionnelle:

$$Y_i = u(\mathbf{x}_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, |G| \quad (1)$$

où  $\mathbf{x}_i \in G \subset \mathbb{R}^d$ ,  $d \geq 2$  représente les coordonnées spatiales 2D de l'image,  $|G|$  est le nombre de pixels de l'image et  $Y_i \in \mathbb{R}_+$  est l'intensité lumineuse observée à la position  $\mathbf{x}_i$ . Nous supposons que les erreurs  $\epsilon_i$  sont des variables aléatoires Gaussiennes, centrées, indépendantes et de variances inconnues  $\sigma^2$ .

Afin de reconstruire  $u : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_+$  à partir des observations, il est nécessaire d'introduire des hypothèses minimales qui décrivent la structure de l'image. Nous supposons ainsi que la variable inconnue  $u(\mathbf{x}_i)$  peut être obtenue en calculant une moyenne pondérée des points d'observation situés dans un voisinage  $\Delta_i$ , local et variable spatialement, centré au point  $\mathbf{x}_i$ . Les points  $\mathbf{x}_j \in \Delta_i$  qui repèrent des motifs locaux  $\mathbf{u}_j$  similaires au motif  $\mathbf{u}_i$  centré au point  $\mathbf{x}_i$  participeront davantage au calcul de cette moyenne locale. De manière implicite, cette description revient à faire l'hypothèse qu'il existe des répétitions du motif central dans le voisinage  $\Delta_i$  du point  $\mathbf{x}_i$  permettant de reconstruire la variable inconnue  $u(\mathbf{x}_i)$  [7].

Dans notre approche, un motif  $\mathbf{u}_i$  sera simplement décrit par une fenêtre de taille  $p \times p$  pixels, centrée au point  $\mathbf{x}_i$ . Par la suite,  $\mathbf{u}_i$  désignera indifféremment un motif ou un vecteur composé de  $p^2$  éléments, les pixels du motif étant rangés selon un ordre lexicographique. La taille du motif est un paramètre libre, identique pour tous les pixels de l'image, et choisi de manière arbitraire [11, 9]. Typiquement des motifs  $7 \times 7$  ou  $9 \times 9$  permettent généralement de capturer l'ensemble des formes et des géométries observées dans la plupart des images naturelles que nous avons traitées.

Néanmoins, une question en suspens est la détermination de la taille et de la forme du voisinage  $\Delta_i$ , variable à chaque pixel, qui doit permettre de construire le meilleur estimateur possible. Dans ce contexte, l'ensemble  $\mathcal{N}_\Delta$  des voisinages candidats joue un rôle majeur. Pour des raisons de simplicité et de complexité calculatoire, cet ensemble est restreint ici à une collection de fenêtres emboîtées

$$\mathcal{N}_\Delta = \{\Delta_{i,n} : |\Delta_{i,n}| = (2^n + 1) \times (2^n + 1), n = 1, \dots, N_\Delta\},$$

où  $|\Delta_{i,n}| = \#\{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}\}$  désigne le nombre de points dans  $\Delta_{i,n}$  et  $N_\Delta$  le cardinal de l'ensemble  $\mathcal{N}_\Delta$ . Cette collection respectera également les conditions suivantes:  $\Delta_{i,n}$  est centrée au point  $\mathbf{x}_i$  et  $\Delta_{i,n} \subset \Delta_{i,n+1}$ . La fenêtre optimale, sélectionnée dans l'ensemble  $\mathcal{N}_\Delta$ , minimise alors le *risque local quadratique* de l'estimateur de  $u(\mathbf{x}_i)$ . Cette optimisation sera menée en faisant croître  $\Delta_{i,n}$  à chaque itération  $n$  jusqu'à l'établissement d'un compromis entre le biais et la variance de cet estimateur qui correspond au minimum du critère.

### 3 Estimation adaptative

La procédure proposée est itérative et opère de la manière suivante [32, 20]. À l’initialisation, nous choisissons une fenêtre locale  $\Delta_{i,0}$  contenant seulement le point d’estimation  $\mathbf{x}_i$  ( $|\Delta_{i,0}| = 1$ ). Un premier estimateur  $\hat{\mathbf{u}}_{i,0}$  (et sa variance associée  $\hat{v}_{i,0}^2 = \text{Var}(\hat{\mathbf{u}}_{i,0})$ ) est simplement obtenu

$$\hat{\mathbf{u}}_{i,0} = Y_i \quad \text{et} \quad \hat{v}_{i,0}^2 = \hat{\sigma}^2 \quad (2)$$

où un estimateur  $\hat{\sigma}^2$  de la variance remplace  $\sigma^2$  puisque celle-ci est inconnue (voir Section 3.4). À l’itération suivante, on considère une fenêtre  $\Delta_{i,1}$  de taille supérieure, centrée au point  $\mathbf{x}_i$  et telle que  $\Delta_{i,0} \subset \Delta_{i,1}$ . Chaque point  $\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,1}$  reçoit un poids  $w_{i \sim j,1}$  qui mesure la similarité entre deux motifs régularisés  $\hat{\mathbf{u}}_{i,0} = (\hat{u}_{i,0}^{(1)}, \dots, \hat{u}_{i,0}^{(p^2)})^T$  et  $\hat{\mathbf{u}}_{j,0} = (\hat{u}_{j,0}^{(1)}, \dots, \hat{u}_{j,0}^{(p^2)})^T$ , obtenu à la première itération. On rappelle que la taille  $p \times p$  du motif est fixe pour tous les points de l’image. Les points  $\mathbf{x}_j$  pour lesquels les motifs régularisés  $\hat{\mathbf{u}}_{j,0}$  sont des copies altérées du motif central  $\hat{\mathbf{u}}_{i,0}$  reçoivent un poids significatif proche de 1, et 0 dans le cas contraire. Nous définissons alors l’estimateur  $\hat{\mathbf{u}}_{i,1}$  comme la *moyenne pondérée* des points d’observation  $Y_j$  situés dans le voisinage  $\Delta_{i,1}$ . Nous continuons ainsi en faisant croître à chaque itération  $n$  la fenêtre  $\Delta_{i,n}$  autour de chaque point  $\mathbf{x}_i$  tant que  $n \leq N_\Delta$  où  $N_\Delta$  désigne le nombre maximal d’itérations de l’algorithme. À chaque itération  $n \geq 1$ , l’estimateur  $\hat{\mathbf{u}}_{i,n}$  au sens du maximum de vraisemblance (MV) (et sa variance  $\hat{v}_{i,n}^2$ ) est donc de la forme

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}_{i,n} &= \sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}} w_{i \sim j,n} Y_j, \\ \hat{v}_{i,n}^2 &= \hat{\sigma}^2 \sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}} [w_{i \sim j,n}]^2 \end{aligned} \quad (3)$$

où les poids  $w_{i \sim j,n}$  sont des variables continues et satisfont les conditions usuelles  $0 \leq w_{i \sim j,n} \leq 1$  et  $\sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}} w_{i \sim j,n} = 1$ . Comme précédemment, les poids sont obtenus en comparant les motifs régularisés  $\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}$  et  $\hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}$  de taille  $p \times p$ , obtenus à l’itération  $n-1$ . Par la suite, nous adoptons les notations suivantes:  $n$  coïncidera avec l’itération de l’algorithme et  $\hat{n}(\mathbf{x}_i)$  désignera à la fois l’index de la “meilleure” fenêtre  $\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i) \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\Delta}_{i, \hat{n}(\mathbf{x}_i)}$  et du “meilleur” estimateur  $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i) \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\mathbf{u}}_{i, \hat{n}(\mathbf{x}_i)}$ . Parmi toutes les fenêtres  $\Delta_{i,n}$  de l’ensemble  $\mathcal{N}_\Delta$  qui n’auront pas été rejetées, la fenêtre optimale sera celle qui minimisera la *risque local quadratique*, ce qui revient à vérifier le critère suivant [24, 25]

$$\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i) = \arg \max_{\Delta_{i,n} \in \mathcal{N}_\Delta} \{|\Delta_{i,n}| : |\hat{\mathbf{u}}_{i,n} - \hat{\mathbf{u}}_{i,n'}| \leq \varrho \hat{v}_{i,n'}\},$$

pour tout  $1 \leq n' < n$

où  $\varrho$  est une constante positive. Nous donnerons une justification de cette règle de sélection dans les Sections 3.2 et 3.3.

Avec ce choix adaptatif de la taille de la fenêtre et ce choix particulier de la fonction de poids qui prend en compte la similarité entre motifs locaux régularisés, l’estimateur proposé est non-linéaire. L’utilisation de fenêtres qui peuvent se recouvrir contribue par ailleurs à une très bonne régularisation de l’image, sans effet de bloc et sans artefact visuel indésirable.

#### 3.1 Poids adaptatifs

Plusieurs auteurs ont montré que la distance  $L_2$  était une mesure fiable pour comparer deux motifs locaux [11, 9, 7]. Néanmoins, nous privilégions ici la distance suivante

$$\begin{aligned} \text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}, \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}) &= \\ & \frac{1}{2} \left[ (\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1} - \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1})^T \hat{\mathbf{V}}_{i,n-1}^{-1} (\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1} - \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}) \right. \\ & \left. + (\hat{\mathbf{u}}_{j,n-1} - \hat{\mathbf{u}}_{i,n-1})^T \hat{\mathbf{V}}_{j,n-1}^{-1} (\hat{\mathbf{u}}_{j,n-1} - \hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

où  $\hat{\mathbf{V}}_{i,n-1}$  et  $\hat{\mathbf{V}}_{j,n-1}$  sont des matrices diagonales dont les  $p^2$  éléments diagonaux non-nuls sont les variances  $\{(\hat{v}_{i,n-1}^{(\ell)})^2\}_{\ell=1}^{p^2}$  et  $\{(\hat{v}_{j,n-1}^{(\ell)})^2\}_{\ell=1}^{p^2}$ , associées aux motifs régularisés  $\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}$  et  $\hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}$ . Nous avons adopté ici une distance symétrisée afin de tester les hypothèses simultanées  $\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}$  et  $\mathbf{x}_i \in \Delta_{j,n}$ . L’hypothèse que  $\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}$  soit une copie modifiée de  $\hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}$  est acceptée si cette distance est petite, i.e.  $\text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}, \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}) \leq \lambda_\alpha$ . Le seuil  $\lambda_\alpha \in \mathbb{R}_+$  est alors choisi comme un quantile d’une distribution  $\chi_{p^2, 1-\alpha}^2$  avec  $p^2$  degrés de liberté, contrôlant la probabilité d’erreur de type I. Tous ces tests entre motifs locaux, au nombre de  $|\Delta_{i,n}|$  au point  $\mathbf{x}_i$ , sont effectués avec un haut niveau de significativité, i.e. de l’ordre de  $1 - \alpha = 0.99$ . Notons qu’une statistique de test associée à un critère de corrélation entre motifs locaux est moins flexible, voire peu aisée d’usage, que celui proposée.

La fonction de poids est simplement choisie comme

$$w_{i \sim j,n} = \frac{K(\lambda_\alpha^{-1} \text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}, \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}))}{\sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}} K(\lambda_\alpha^{-1} \text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,n-1}, \hat{\mathbf{u}}_{j,n-1}))} \quad (5)$$

où  $K(\cdot)$  est une fonction monotone décroissante. Typiquement, nous prenons un noyau Gaussien  $K(x) = \exp(-x/2)$  pour l’ensemble des expérimentations menées. En raison de la décroissance du noyau Gaussien, les distances importantes entre les motifs conduisent à des poids proches de 0, et  $\lambda_\alpha$  agit comme un seuil de détection. Notons aussi que l’usage de poids permet de relâcher l’hypothèse structurelle qui décrit le voisinage comme une simple fenêtre centrée au point considéré.

#### 3.2 Une fenêtre de régularisation “idéale”

Nous abordons à présent le problème de la sélection optimale de la fenêtre  $\Delta_{i,\cdot}$  adaptée à chaque pixel  $\mathbf{x}_i$ . Il est bien compris que, la régularité de l’image pouvant varier rapidement, une mesure globale évaluant le risque de notre estimateur est inappropriée pour refléter la précision

ponctuelle. Nous adoptons donc le *risque local quadratique* comme mesure de performance. Celui-ci se décompose usuellement en la somme du biais  $\widehat{b}_{i,n}$  au carré et de la variance  $\widehat{v}_{i,n}^2$ :

$$[\mathbb{E}|\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)|^2]^{1/2} = |\widehat{b}_{i,n}^2 + \widehat{v}_{i,n}^2|^{1/2}. \quad (6)$$

Notre objectif est désormais d'optimiser ce critère vis-à-vis de la taille de la fenêtre de régularisation  $\Delta_{i,n}$ , pour chaque pixel de l'image. En fait, la solution optimale explicite n'est pas connue pour un tel estimateur. On peut supposer qu'elle dépend néanmoins de la régularité de la fonction inconnue  $u(\mathbf{x}_i)$  [39]. Une idée naturelle est alors d'analyser le comportement du biais et de la variance lorsque  $\Delta_{i,n}$  croît ou décroît avec  $n$  de la manière suivante:

- Le terme de biais  $\widehat{b}_{i,n} = \mathbb{E}[\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)]$  est non aléatoire et caractérise la précision de l'approximation de la fonction  $u$  au point  $\mathbf{x}_i$ . Comme il dépend explicitement de la fonction inconnue  $u(\mathbf{x}_i)$ , son comportement est douteux. Néanmoins, si on utilise l'inégalité géométrique  $|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}|\Delta_{i,n}|^{1/2}$  et si on suppose qu'il existe une constante réelle  $C_1 < \infty$  telle que  $|u(\mathbf{x}_j) - u(\mathbf{x}_i)| \leq C_1|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|$  ( $u$  est Lipschitz continue), alors (voir [21])

$$|\widehat{b}_{i,n}| \leq \frac{C_1}{\sqrt{2}}|\Delta_{i,n}|^{1/2}.$$

Par conséquent,  $|\widehat{b}_{i,n}|^2$  est de l'ordre de  $O(|\Delta_{i,n}|)$  et typiquement augmente lorsque  $\Delta_{i,n}$  croît (voir également [19]).

- Par définition,  $0 \leq w_{i \sim j, n} \leq 1$  et  $\sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i,n}} w_{i \sim j, n} = 1$ , et il suit que

$$\frac{\widehat{\sigma}^2}{|\Delta_{i,n}|} \leq \widehat{v}_{i,n}^2 \leq \widehat{\sigma}^2.$$

Par ailleurs, on peut raisonnablement supposer qu'il existe une constante  $0 \leq \beta \leq 1$  telle que  $\widehat{v}_{i,n}^2 \approx \widehat{\sigma}^2|\Delta_{i,n}|^{-\beta}$ . Aussi, lorsque  $\Delta_{i,n}$  augmente, davantage de points d'observation sont utilisés pour construire  $\widehat{u}_{i,n}$  et, de fait,  $\widehat{v}_{i,n}^2$  décroît.

En résumé, le biais et l'écart-type de l'estimateur local sont des fonctions monotones avec un comportement opposé. Afin d'approcher le minimum du *risque local quadratique*, une démarche possible est de minimiser une borne supérieure de la forme suivante:

$$\mathbb{E}|\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)|^2 \leq \frac{C_1^2}{2}|\Delta_{i,n}| + \frac{\widehat{\sigma}^2}{|\Delta_{i,n}|^\beta}.$$

La solution explicite  $|\Delta^*(\mathbf{x}_i)| = \left[ \frac{2\beta\widehat{\sigma}^2}{C_1^2} \right]^{\frac{1}{\beta+1}}$  dépend des constantes imprécises  $C_1$  et  $\beta$  mais nous permet de mettre en évidence que, dans le voisinage de la solution optimale  $|\Delta^*(\mathbf{x}_i)|$ , le rapport optimal

$$\frac{|b^*(\mathbf{x}_i)|}{v^*(\mathbf{x}_i)} \leq \sqrt{\beta} \stackrel{\text{def}}{=} \gamma,$$

ne dépend pas de l'image [19, 39]. Par conséquent, une stratégie possible pour déterminer une fenêtre optimale est de faire croître la fenêtre  $\Delta_{i,n}$  tant que  $|\widehat{b}_{i,n}|$  reste inférieur à  $\gamma\widehat{v}_{i,n}$ , où  $\gamma \in \mathbb{R}_+$  est une constante à préciser. Cependant, une réelle difficulté est de mettre en place un tel critère de détection car le biais n'est pas observable et  $\gamma$  est inconnu. On peut adopter finalement la démarche suivante qui consiste à décomposer l'estimateur de la manière usuelle suivante

$$\widehat{u}_{i,n} = u(\mathbf{x}_i) + \widehat{b}_{i,n} + \nu_i \quad (7)$$

où  $\nu_i \sim \mathcal{N}(0, \widehat{v}_{i,n}^2)$ . Ceci nous permet d'écrire l'inégalité  $|\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)| \leq \widehat{b}_{i,n} + \varkappa\widehat{v}_{i,n}$ , qui est vérifiée avec une grande probabilité si  $\varkappa \in \mathbb{R}_+$  est choisi suffisamment grand. En définitive, nous avons

$$[\mathbb{E}|\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)|^2]^{1/2} \leq |\widehat{b}_{i,n} + \varkappa\widehat{v}_{i,n}| \leq |\widehat{b}_{i,n}| + \varkappa\widehat{v}_{i,n}, \quad (8)$$

et la fenêtre optimale désirée est définie comme

$$\Delta^*(\mathbf{x}_i) = \sup_{\Delta_{i,n} \in \mathcal{N}_\Delta} \{|\Delta_{i,n}| : |\widehat{u}_{i,n} - u(\mathbf{x}_i)| \leq (\gamma + \varkappa)\widehat{v}_{i,n}\}. \quad (9)$$

Le point crucial est que cette inégalité ne dépend plus du biais de l'estimateur mais seulement de la fonction inconnue  $u(\mathbf{x}_i)$ . Dans le paragraphe suivant, nous proposons une règle pratique qui exploite cette définition de la fenêtre optimale.

### 3.3 Règle de sélection locale adaptative de la fenêtre optimale

Dans notre approche, nous disposons au point  $\mathbf{x}_i$  d'une collection d'estimateurs unidimensionnels  $\{\widehat{u}_{i,0}, \dots, \widehat{u}_{i,n}\}$  ordonnée en direction des fenêtres de taille  $|\Delta_{i,n}|$  croissante où  $\widehat{u}_{i,n}$  correspond au meilleur estimateur possible. Tous ces estimateurs sont en compétition et sont comparés deux à deux. En particulier, on peut faire remarquer que les différences  $\widehat{u}_{i,n} - \widehat{u}_{i,n'}$  sont des variables aléatoires Gaussiennes de variance  $\text{Var}(\widehat{u}_{i,n} - \widehat{u}_{i,n'}) \leq \widehat{v}_{i,n'}^2$  avec  $1 \leq n' < n$ , et d'espérances  $\widehat{b}_{i,n} - \widehat{b}_{i,n'}$  (voir [21]). D'après la définition (9), nous pouvons donc aisément écrire

$$|\widehat{u}_{i,n'} - \widehat{u}_{i,n}| \leq (2\gamma + \varkappa)\widehat{v}_{i,n'}, \quad 1 \leq n' < n. \quad (10)$$

Parmi tous les candidats  $\widehat{u}_{i,n}$  qui satisfont cette inégalité, nous décidons en définitive de choisir celui qui possède la variance  $\widehat{v}_{i,n}^2$  la plus petite. Finalement, cela revient à choisir une fenêtre de régularisation avec la règle locale suivante [24, 25, 18]:

$$\widehat{\Delta}(\mathbf{x}_i) = \arg \max_{\Delta_{i,n} \in \mathcal{N}_\Delta} \{|\Delta_{i,n}| : |\widehat{u}_{i,n} - \widehat{u}_{i,n'}| \leq \varrho\widehat{v}_{i,n'}, \quad (11)$$

pour tout  $1 \leq n' < n\}$

où  $\varrho = (2\gamma + \varkappa)$ . Cette règle de contrôle revient à choisir la fenêtre  $\Delta_{i,n}$  la plus grande possible telle que les estimateurs  $\widehat{u}_{i,n}$  et  $\widehat{u}_{i,n'}$  ne sont pas trop différents, pour tout

---

### Algorithme

---

Soit l'ensemble  $\{\varrho, 1 - \alpha, p, N_\Delta\}$  des paramètres initiaux.

*Initialisation:* calculer  $\hat{\sigma}^2$  and  $\{\hat{u}_{i,0}, \hat{v}_{i,0}^2\}$  pour chaque point  $\mathbf{x}_i \in G$  et initialiser  $n = 1$ .

*Répéter*

- Pour chaque point  $\mathbf{x}_i \in G$ 
  - calculer

$$w_{i \sim j, n} = \frac{K(\lambda_\alpha^{-1} \text{dist}(\hat{u}_{i, n-1}, \hat{u}_{j, n-1}))}{\sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i, n}} K(\lambda_\alpha^{-1} \text{dist}(\hat{u}_{i, n-1}, \hat{u}_{j, n-1}))}$$

$$\hat{u}_{i, n} = \sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i, n}} w_{i \sim j, n} Y_j,$$

$$\hat{v}_{i, n}^2 = \hat{\sigma}^2 \sum_{\mathbf{x}_j \in \Delta_{i, n}} [w_{i \sim j, n}]^2$$

- tester la fenêtre

$$\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i) = \arg \max_{\Delta_{i, n} \in N_\Delta} \{|\Delta_{i, n}| : |\hat{u}_{i, n} - \hat{u}_{i, n'}| \leq \varrho \hat{v}_{i, n'}, \text{ pour tout } 1 \leq n' < n\}.$$

Si cette règle est violée à l'itération  $n$ , nous refusons  $\hat{u}_{i, n}$  et prenons  $\hat{u}_{i, n-1}$  comme estimateur final au point  $\mathbf{x}_i$ :  $\hat{u}(\mathbf{x}_i) = \hat{u}_{i, n-1}$  et  $\hat{n}(\mathbf{x}_i) = n - 1$ . Cet estimateur est inchangé aux itérations suivantes et  $\mathbf{x}_i$  est "gelé".

- incrémenter  $n$   
tant que  $n \leq N_\Delta$ .
- 

FIG. 1 – Algorithme de régularisation avec contraintes définies à partir de motifs locaux.

$1 \leq n' < n$ . Par ailleurs, si un estimateur  $\hat{u}_{i, n'}$  s'éloigne de l'ensemble des estimateurs précédents, on admet que le biais est déjà trop grand et que la taille de la fenêtre  $\Delta_{i, n}$  est sur-estimée. Cette idée de construction davantage décrite dans [21], a été proposé à l'origine par Lepskii [24, 25].

### 3.4 Implémentation

L'ingrédient principal de la procédure que nous venons de décrire repose sur la construction d'une séquence de voisinages emboîtés. À l'initialisation, nous fixons  $|\Delta_{i, 0}| = 1$  ainsi que la taille du motif  $p \times p$ . Comme nous l'avons précédemment évoqué, la procédure de régularisation s'appuie sur l'estimation préliminaire de la variance du bruit  $\hat{\sigma}^2$  estimée ici de manière robuste à partir des données [20]:

$$\hat{\sigma} = 1.4826 \text{ med}(|\mathbf{r} - \text{med}|\mathbf{r}||) \quad (12)$$

où  $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_{|G|}\}$  est l'ensemble des pseudo-résidus de l'image définis comme

$$r_i = [2Y_{i_1, i_2} - (Y_{i_1+1, i_2} + Y_{i_1, i_2+1})]/\sqrt{6} \quad (13)$$

où  $Y_{i_1, i_2}$  désigne l'observation  $Y_i$  au point  $i = (i_1, i_2)$ . Afin de compléter la description, il peut être théoriquement

mis en évidence que  $\varrho$  doit être choisi dans un intervalle  $[2, 4]$  afin d'assurer une bonne précision lors de l'estimation [21]. Enfin,  $\lambda_\alpha$  est choisi comme un  $1 - \alpha = 0.99$ -quantile d'une distribution  $\chi_{p^2, 1-\alpha}^2$ . L'algorithme final est donc d'une grande simplicité (voir (Fig. 1)) et d'une grande efficacité comme l'attestent les expérimentations menées et décrites ci-dessous. Sa complexité est de l'ordre de  $p^2 \times |G| \times (|\Delta_{\cdot, 1}| + \dots + |\Delta_{\cdot, N_\Delta}|)$  si l'image contient  $|G|$  pixels.

## 4 Résultats expérimentaux

Dans toutes nos expérimentations, nous avons considéré des motifs de taille  $9 \times 9$  pixels et nous avons fixé les paramètres de l'algorithme de la manière suivante:  $\lambda_\alpha = \chi_{81, 0.99}^2 = 113.5$ ,  $\varrho = 3$  et  $N_\Delta = 4$ . Notons que le paramètre  $N_\Delta$  est utilisé ici pour borner la complexité algorithmique. Une règle d'arrêt global pourrait être envisagée pour éviter un calcul inutile lorsque deux images estimées successives sont très proches [20]. Typiquement, les temps de calcul sont respectivement de 2 minutes et 30 secondes sur un PC (2.6 Ghz, Pentium IV) pour traiter des images de taille  $512 \times 512$  et  $256 \times 256$  pixels.

### 4.1 Restauration d'images bruitées artificiellement

Nous illustrons tout d'abord les performances de l'algorithme sur l'image naturelle *lena* ( $512 \times 512$  pixels) contaminée avec un bruit blanc Gaussien d'écart-type 20 (Fig. 2a-b, PSNR =  $20 \log_{10}(255/\sigma) = 22.13$  db). Sur les figures 2c et 4e, le bruit est réduit de manière notable et les structures fines et géométriques ainsi que les textures sont bien retrouvées, avec une bonne préservation du contraste original (PSNR = 32.64 db). La composante du bruit obtenue en calculant la différence entre l'image bruitée (Fig. 2b) et l'image estimée (Fig. 2c) contient peu de structures géométriques, et est très similaire à la simulation d'un bruit blanc (Fig. 2d). La figure 2e présente le niveau de confiance de l'estimateur, en chaque point de l'image, où les zones claires, situées dans le voisinage des discontinuités, correspondent à un niveau attendu de confiance assez faible. La figure 2f présente enfin la distribution des poids calculés pour chaque pixel; les zones sombres correspondent aux discontinuités de l'image où la détection des motifs similaires a été plus difficile. Afin d'évaluer les performances de cet algorithme, cette même image, bruitée artificiellement, a également été restaurée en minimisant la Variation Totale [35] (Fig. 3a) et en appliquant un filtrage Gaussien non-linéaire [41] (Fig. 3b). Dans nos expérimentations, les paramètres qui contrôlent le lissage ont été ajustés afin d'éliminer le bruit tout en maintenant un effet visuel naturel. Sur les figures 3a et 3b, on peut néanmoins s'apercevoir que les détails fins et les textures ont été éliminés en plusieurs endroits. Enfin, plusieurs choix de paramètres ont été tentés afin d'obtenir un résultat satisfaisant avec ces deux méthodes. Nous avons également comparés nos résultats avec ceux décrits dans [20] (Fig. 3c) et [7] (Fig. 3d).

On peut noter que, dans les deux cas, le PSNR et l'impression visuelle est meilleure avec notre méthode (Fig. 3e et Fig. 4). Enfin, nous avons reporté les résultats obtenus avec une méthode efficace qui exploite la décomposition en ondelettes [31] (Fig. 3f). Le tableau 1 récapitule également les performances d'un grand nombre d'algorithmes appliqués sur une base usuelle d'images [33] (voir aussi tableau 2). Notons que les meilleurs résultats publiés à ce jour sur cette base d'images, ont été obtenus avec des “*estimateurs ondelettes*”, assez sophistiqués [33], qui peuvent introduire des artefacts visuels gênants (e.g. voir Fig. 3f).

La robustesse au bruit de notre méthode est à présent illustrée sur trois images naturelles texturées, et artificiellement contaminées avec un bruit blanc Gaussien d'écart-type 20 et 30 (Fig. 5). Dans ce cas, les petites textures, les zones lisses et les contours sont très bien préservés sur chacune des images restaurées, notamment grâce à la sélection adaptative de motifs répétés dans les images.

## 4.2 Détection de motifs exceptionnels

Dans cette seconde partie, nous nous intéressons à la détection d'éléments “rares” dans l'image. Cette notion doit être comprise de manière assez large puisqu'elle inclut la détection de spots, coins ou de formes non répétés dans une région. Beaucoup de méthodes de détection de points d'intérêt, la plupart étant des détecteurs de coins, ont été publiées ces deux dernières décennies et ont été récemment comparées [36]. Dans notre approche, nous définissons l'ensemble  $\Omega(\mathbf{x}_i) = \{\mathbf{x}_j \in \hat{\Delta}(\mathbf{x}_i) : \text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}, \hat{\mathbf{u}}_{j,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}) \leq \lambda_\alpha\}$  contenant toutes les occurrences de  $\hat{\mathbf{u}}_{i,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}$  dans  $\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i)$ . Un motif  $\hat{\mathbf{u}}_{i,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}$  est déclaré comme exceptionnel si

$$\frac{\#\Omega(\mathbf{x}_i)}{|\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i)|} \leq \varepsilon \quad (14)$$

où  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  est un seuil de détection. Néanmoins, au lieu de prendre des poids zéro-un, nous préférons générer une liste plausible de motifs exceptionnels à partir des minima locaux de

$$\frac{\sum_{\mathbf{x}_j \in \hat{\Delta}(\mathbf{x}_i)} K(\lambda_\alpha^{-1} \text{dist}(\hat{\mathbf{u}}_{i,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}, \hat{\mathbf{u}}_{j,\hat{n}(\mathbf{x}_i)}))}{|\hat{\Delta}(\mathbf{x}_i)|} \leq \varepsilon. \quad (15)$$

Finalement, après agrégation des positions des minima qui sont inférieurs à  $\varepsilon$ , nous produisons un ensemble de motifs distincts et exceptionnels. L'approche ne nécessite pas une surcharge de calcul considérable par rapport à l'algorithme de régularisation et se compare de manière très favorable par rapport à d'autres de détecteurs de coins. Il détecte également les points de courbure significative des lignes de niveau. Malgré tout, ces détections sont des événements rares dans les images et il n'est pas surprenant de les détecter comme tels. Une brève comparaison avec le détecteur de Harris [16] et le détecteur *Susan* [37] est présentée Fig. 6b-c. Dans cette expérience (Fig. 6a), nous avons fixé le seuil  $\varepsilon$  à 0.025 afin de détecter 146 points. Alors que le détecteur de Harris nécessite de fixer le paramètre de lissage

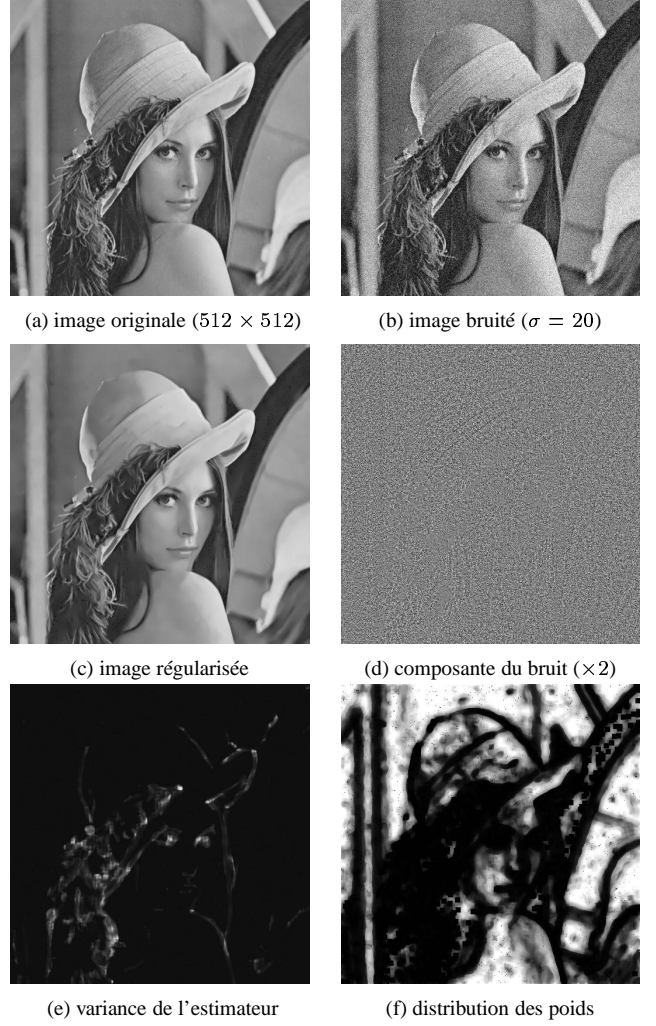


FIG. 2 – Décomposition de l'image *lena* bruitée ( $\sigma = 20$ ).

*a priori* (5 sur la Fig. 3c) et que le détecteur *Susan* utilise une fenêtre circulaire de 37 pixels, la régularisation non-linéaire est adaptée spatialement avec notre méthode. Sur la figure 3b-c, nous avons ajusté les seuils pour détecter un nombre similaire de points. Nous illustrons également cette méthode de détection sur l'image *house* bruitée avec un écart-type 20. En fixant  $\varepsilon = 0.05$ , 90 motifs rares ont été identifiés, la plupart correspondant à des coins (Fig. 7).

## 4.3 Application en imagerie biomédicale

Cette méthode a été appliquée à la restauration d'image de vidéo-microscopie de fluorescence [5]. Il s'agit d'analyser le rôle des protéines Rab6a et Rab6a' impliquées dans la régulation du trafic intra-cellulaire. Les protéines d'intérêt sont transportées par des vésicules (petits spots sur la figure 8a) munies de moteurs moléculaires, principalement de l'appareil de Golgi (région blanche sur la figure 8a) vers le réticulum endoplasmique. La vidéo-microscopie permet de mesurer la vitesse de déplacement de ces vésicules sur le faisceau de microtubules non observé, et d'estimer ainsi les trajectoires préférentielles. Cependant, les images sont



FIG. 3 – Comparaisons avec plusieurs méthodes de régularisation appliquées à l'image *lena* bruitée ( $\sigma = 20$ ).

Image $\sigma = 20$ / PSNR	<i>Lena</i> 22.13	<i>Barbara</i> 22.18	<i>Boats</i> 22.17	<i>House</i> 22.11	<i>Peppers</i> 22.19
<b>Notre méthode</b>	<b>32.64</b>	<b>30.37</b>	<b>30.12</b>	<b>32.90</b>	<b>30.59</b>
Portilla et al. [33]	32.66	30.32	30.38	32.39	30.31
Pizurica et al. [31]	32.20	29.53	29.93	-	30.30
Buades et al. [7]	31.09	29.38	28.60	31.54	29.05
Roth et al. [34]	31.92	28.32	29.85	32.17	30.58
Kervrann [20]	30.54	26.50	28.01	30.70	28.23
Polzehl et al. [32]	29.74	26.05	27.74	30.31	28.40
Rudin et al. [35]	30.48	27.07	29.02	31.03	28.51
Tomasi et al. [41]	30.26	27.02	28.41	30.01	28.88
Filtrage de Wiener	28.51	26.99	27.97	28.74	28.10

TAB. 1 – Résultats sur une base d'images contaminées avec un bruit blanc Gaussien ( $\sigma = 20$ ).

$\sigma$ /PSNR	<i>Lena</i> $512^2$	<i>Barbara</i> $512^2$	<i>Boats</i> $512^2$	<i>House</i> $256^2$	<i>Peppers</i> $256^2$
5 / 34.15	37.91	37.12	36.14	37.62	37.34
10 / 28.13	35.18	33.79	33.09	35.26	34.07
15 / 24.61	33.70	31.80	31.44	34.08	32.13
20 / 22.11	32.64	30.37	30.12	32.90	30.59
25 / 20.17	31.73	29.24	29.20	32.22	29.73
50 / 14.15	28.38	24.09	25.93	28.67	25.29
75 / 10.63	25.51	22.10	23.69	25.49	22.31
100 / 8.13	23.32	20.64	21.78	23.08	20.51

TAB. 2 – Résultats ( $p = 9, N_{\Delta} = 4, \alpha = 0.01$ ) pour différents niveaux de bruit (bruit blanc).



(a) notre méthode (PSNR=32.64) (b) Buades et al. [7] (PSNR=31.09)

FIG. 4 – Comparaisons avec l'algorithme des moyennes non-locales [7] (extrait de l'image *lena* bruitée ( $\sigma = 20$ )).

extrêmement bruitées, rendant peu fiable l'estimation du mouvement avec des méthodes classiques. Une première étape a donc consisté à améliorer la qualité des images contaminées avec un bruit de poisson. Après un opération préalable de stabilisation de la variance [5], nous avons appliqué notre algorithme sur quelques images 2D extraites d'un volume spatio-temporel  $xyt(emps)$  de 120 images ( $360 \times 345 \times 120$  pixels). Nous analysons ce volume selon les trois directions canoniques  $xy$ ,  $xt$  et  $yt$ . Nos premiers



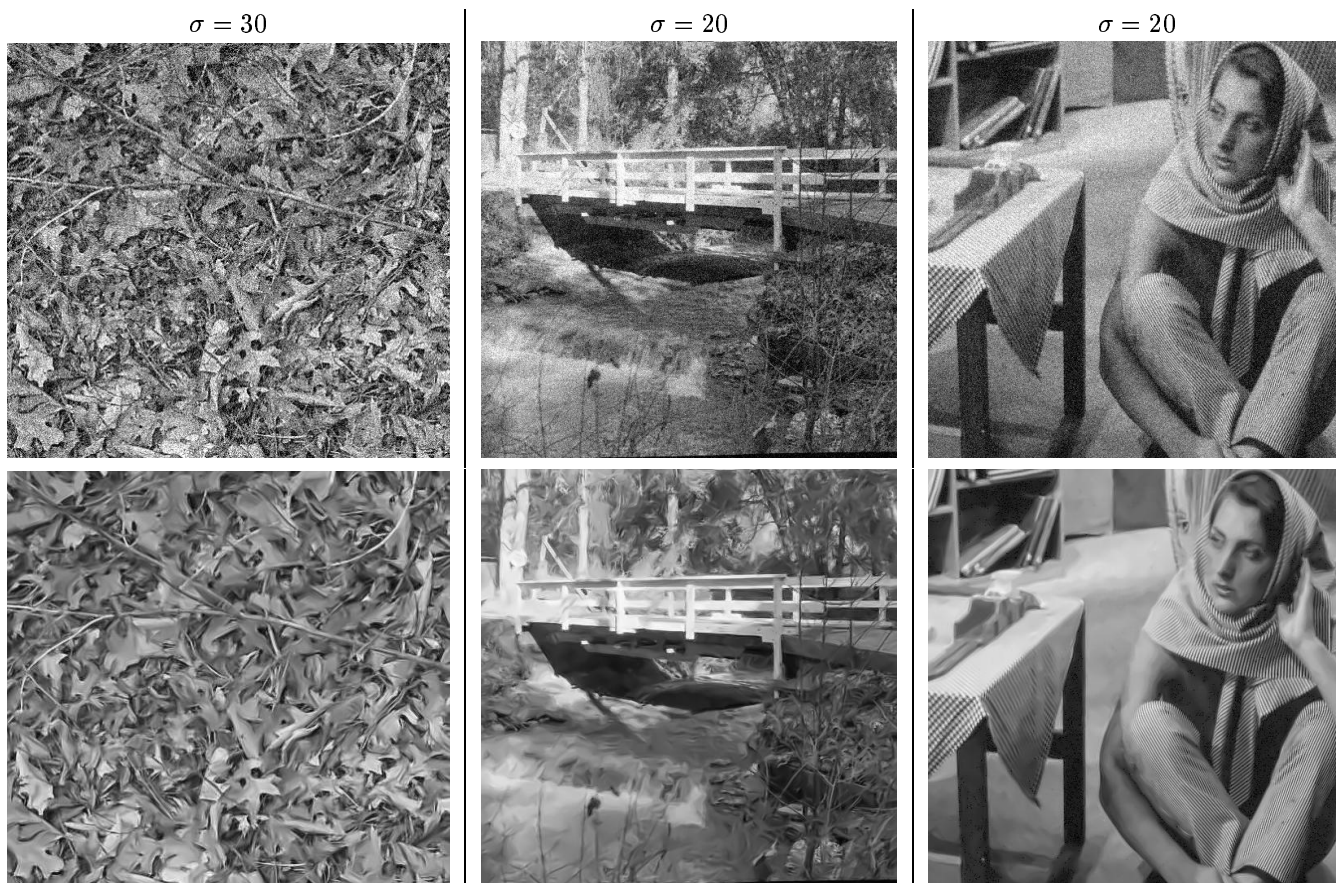
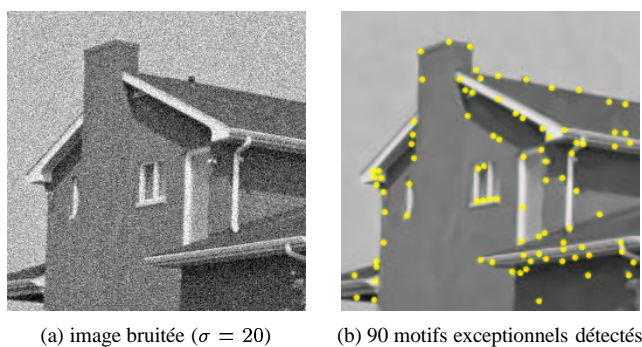


FIG. 5 – Résultats de régularisation sur trois images texturées contaminées avec un bruit blanc Gaussien.



(a) image bruitée ( $\sigma = 20$ )

(b) 90 motifs exceptionnels détectés

FIG. 7 – Détection de motifs exceptionnels sur l’image *house* bruitée ( $\sigma = 20$ ).

résultats (Figs. 9 et 10) semblent faciliter la lecture des trajectoires observées sur les images  $xt$  et  $yt$ . Par ailleurs, la détection de 218 vésicules/spots sur l’image 2D dans un plan  $xy$  s’est avérée suffisamment prometteuse (Fig. 8c), pour être davantage éprouvée sur d’autres images bruitées du même type.

## 5 Conclusion

Nous avons décrit un algorithme de régularisation d’image qui exploite conjointement des motifs locaux et une taille

de voisinage variable. Elle est d’autant plus efficace que l’image contient un grand nombre d’auto-similarités. Un avantage certain de la méthode est sa simplicité avec peu d’ajustement de paramètres à effectuer. Le problème de la taille du motif doit néanmoins être fixé à l’avance et dépend du contenu de l’image. Ce point précis est actuellement à l’étude afin de complètement automatiser cet algorithme qui se compare très favorablement aux méthodes ondelettes les plus sophistiquées. Notre méthode de détection de points d’intérêt est actuellement évaluée et devra être comparée à des détecteurs efficaces plus récents [27] et, par ailleurs, adaptée spécifiquement à la localisation de spots dans des images de vidéo-microscopie.

## Références

- [1] J.F. Aujol, G. Aubert, L. Blanc-Féraud, A. Chambolle. Image decomposition into a bounded variation component and an oscillating component. *J. Math. Imaging Vis.*, 22(1), 2005.
- [2] D. Barash. A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing and the nonlinear diffusion equation. *IEEE T. Patt. Anal. Mach. Intell.*, 24(6): 844-847, 2002.
- [3] D. Barash, D. Comaniciu. A Common framework for nonlinear diffusion, adaptive smoothing, bilateral filtering and mean shift. *Image Vis. Comp.*, 22(1): 73-81, 2004



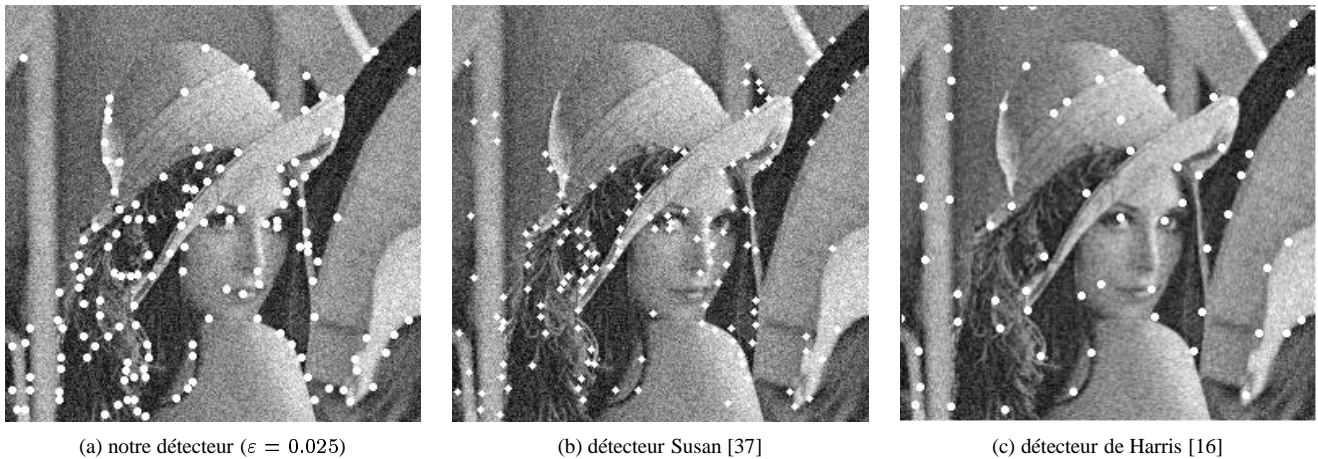


FIG. 6 – Détection de points d'intérêt sur l'image *lena* bruitée ( $\sigma = 20$ ).

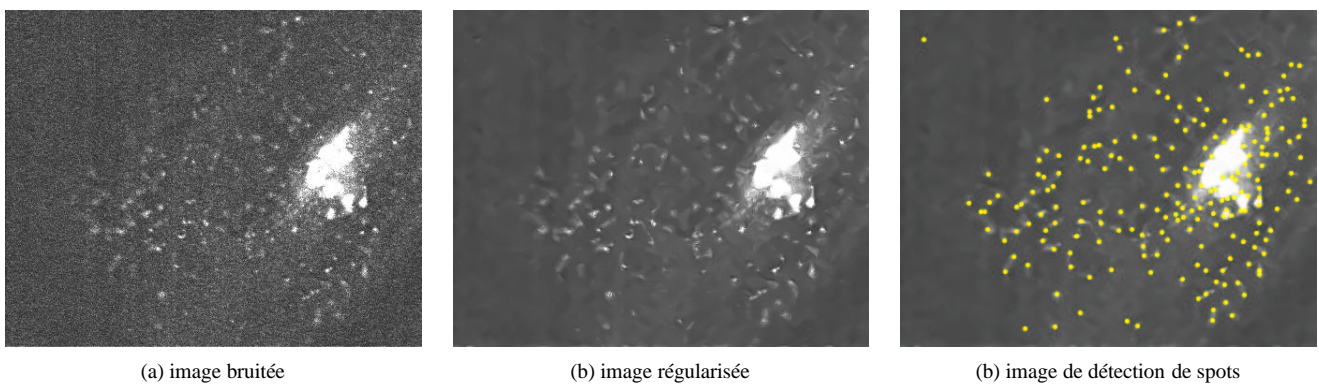


FIG. 8 – Résultats sur une image 2D  $xy$  présentant des vésicules de transport (spots).

- [4] M.J. Black, G. Sapiro. Edges as outliers: anisotropic smoothing using local image statistics. In *Proc. Scale-Space'99*, pp. 259-270, Kerkyra, Greece, 1999.
- [5] J. Boulanger, C. Kervrann, P. Bouthemy. Adaptive spatio-temporal restoration for 4D fluorescence microscopic imaging. In *Proc. MICCAI'05*, Palm Springs, California, 2005.
- [6] T. Brox, J. Weickert. A TV flow based local scale measure for texture discrimination, In *Proc.ECCV'04*, pp. 578-590, Vol 2, Prague, Czech Republic, 2004.
- [7] A. Buades, B. Coll, J.-M. Morel. On image denoising methods. *Preprint*, CMLA, Cachan, France, 2004.
- [8] C. Chefd'hotel, D. Tschumperlé, R. Deriche, O. Faugeras. Regularizing flows for constrained matrix-valued images. *J. Math. Imag. Vis.*, 20(1-2): 147-162, 2004.
- [9] A. Criminisi, P. Pérez, K. Toyama. Region filling and object removal by exemplar-based inpainting. *IEEE T. Image Process.*, 13(9): 1200-1212, 2004.
- [10] D.L. Donoho, I.M. Johnston. Denoising by soft-thresholding. *IEEE T. Inf. Theory*, 41: 613-627, 1995.
- [11] A. Efros, T. Leung. Texture synthesis by non-parametric sampling. In *Proc. ICCV'99*, pp. 1033-1038, Kerkyra, Greece, 1999.
- [12] M. Elad. On the bilateral filter and ways to improve it. *IEEE T. Image Process.*, 11(10): 1141-1151, 2002.
- [13] A. Fitzgibbon, Y. Wexler, A. Zisserman. Image-based rendering using image-based priors. In *Proc. ICCV'03*, Nice, France, 2003.
- [14] W. T. Freeman, E. C. Pasztor, O. T. Carmichael. Learning low-level vision. *Int. J. Comp. Vis.*, 40(1): 25-47, 2000.
- [15] G. Gilboa, N. Sochen, Y.Y. Zeevi. Texture preserving variational denoising using an adaptive fidelity term. In *Proc. VLSM'03*, Nice, France, 2003.
- [16] C. Harris, M. Stephens. A combined corner and edge detector. In *Alvey Vision Conf.*, pp. 147-151, 1988.
- [17] N. Jovic, B. Frey, A. Kannan. Epitomic analysis of appearance and shape. *Proc. ICCV'03*, pp. 34-41, vol. 1, Nice, France, 2003.
- [18] A. Juditsky. Wavelet estimators: adapting to unknown smoothness. *Math. Meth. Statist.*, 1:1-20, 1997.
- [19] V. Katkovnik, K. Egiazarian, J. Astola. Adaptive window size image denoising based on intersection of confidence intervals (ICI) rule. *J. Math. Imag. Vis.*, 16(3): 223-235, 2002.
- [20] C. Kervrann. An adaptive window approach for image smoothing and structures preserving. In *Proc. ECCV'04*, pp. 132-144, vol. 3, Prague, Czech Republic, 2004.
- [21] C. Kervrann, Jérôme Boulanger. Local adaptivity to variable smoothness for exemplar-based image denoising and representation. *RR-5624*, INRIA, Juillet 2005.

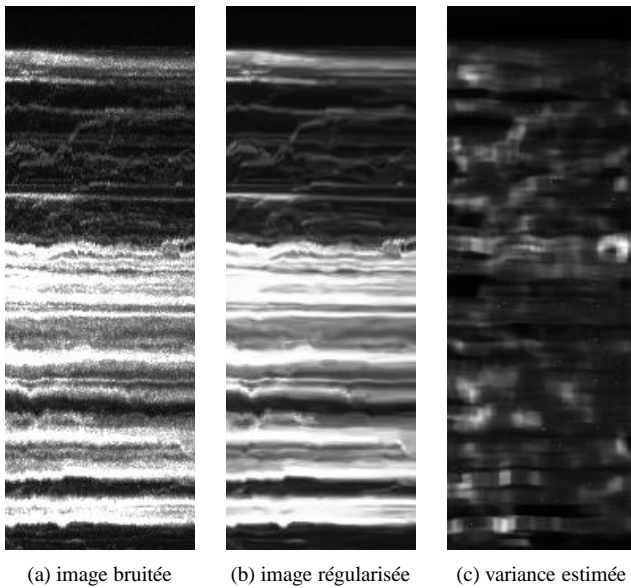


FIG. 9 – Résultats sur une image 2D présentant la trajectoires des vésicules de transport dans un plan  $yt$ .

[22] J.S. Lee. Digital image smoothing and the sigma filter. *Comp. Vis. Graph. Image Process.*, 24: 255-269, 1983.

[23] E. Le Pennec, S. Mallat. Sparse geometric image representation with bandelets. *IEEE T. Image Process.*, April 2005.

[24] O. Lepskii. On a problem of adaptive estimation on white Gaussian noise. *Th. Prob. Appl.*, 35: 454-466, 1990.

[25] O. V. Lepskii, E. Mammen, V. G. Spokoiny. Optimal spatial adaptation to inhomogeneous smoothness: an approach based on kernel estimates with variable bandwidth selectors. *Ann. Stat.*, 25(3): 929-947, 1997.

[26] T. Lindeberg. Edge detection and ridge detection with automatic scale selection. *Int. J. Comp. Vis.*, 30(2): 117-154, 1998.

[27] K. Mikolajczyk, C. Schmid. Scale and affine invariant interest point detectors, *Int. J. Comp. Vis.*, 60(1): 63-86, 2004.

[28] P. Mrazek, J. Weickert, A. Bruhn. On robust estimation and smoothing with spatial and tonal kernels. *Preprint no 51*, University of Bremen, Germany, 2004.

[29] S. Osher, A. Solé, L. Vese. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the  $H^{-1}$  norm. *Multiscale Model. Simul.*, 1(3): 349-370, 2003.

[30] P. Perona, J. Malik. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE T. Patt. Anal. Mach. Intell.*, 12(7): 629-239, 1990.

[31] A. Pizurica, W. Philips. Estimating probability of presence of a signal of interest in multiresolution single- and multi-band image denoising. *IEEE T. Image Process.*, 2004.

[32] J. Polzehl, V. Spokoiny. Adaptive weights smoothing with application to image restoration, *J. Roy. Stat. Soc. B.*, 62(2): 335-354, 2000.

[33] J. Portilla, V. Strela, M. Wainwright, E. Simoncelli. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain. *IEEE T. Image Process.*, 12(11): 1338-1351, 2003.

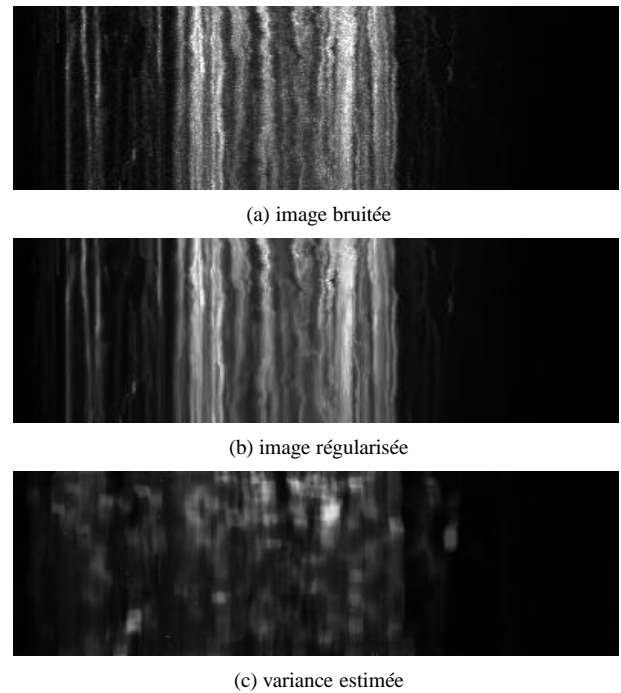


FIG. 10 – Résultats sur une image 2D présentant la trajectoires des vésicules de transport dans un plan  $xt$ .

[34] S. Roth, M.J. Black. Fields of experts: a framework for learning image priors with applications. In *Proc. CVPR'05*, San Diego, USA, 2005.

[35] L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi. Nonlinear Total Variation based noise removal algorithms. *Physica D*, 60: 259-268, 1992.

[36] C. Schmid, R. Mohr, C. Bauckhage. Evaluation of interest point detectors. *Int. J. Comp. Vis.*, 37(2): 151-172, 2000.

[37] S.M. Smith, M. Brady. SUSAN - a new approach to low-level image processing. *Int. J. Comp. Vis.*, 23(1): 45-78, 1997.

[38] N. Sochen, R. Kimmel, A. M. Bruckstein. Diffusions and confusions in signal and image processing. *J. Math. Imag. Vis.*, 14(3): 237-244, 2001.

[39] L. Stankovic. Performance analysis of the adaptive algorithm for bias-to-variance trade-off. *IEEE Trans. Signal Process.*, 52(5): 1228-1234, 2004.

[40] J.L. Starck, E. Candes, D.L. Donoho. The Curvelet transform for image denoising. *IEEE T. Image Process.*, 11(6): pp 670-684, 2002.

[41] C. Tomasi, R. Manduchi. Bilateral filtering for gray and color images. In *Proc. ICCV'98*, pp. 839-846, Bombay, India, 1998.

[42] J. van de Weijer, R. van den Boomgaard. Local mode filtering. In *Proc. CVPR*, vol. 2, pp. 428-433, Kauai, Hawaii, USA, 2001.

[43] S.C. Zhu, Y. Wu, D. Mumford. Filters, random fields and maximum entropy (FRAME): Towards a unified theory for texture modeling. *Int. J. Comp. Vis.* 27(2): 107-126, 1998.