

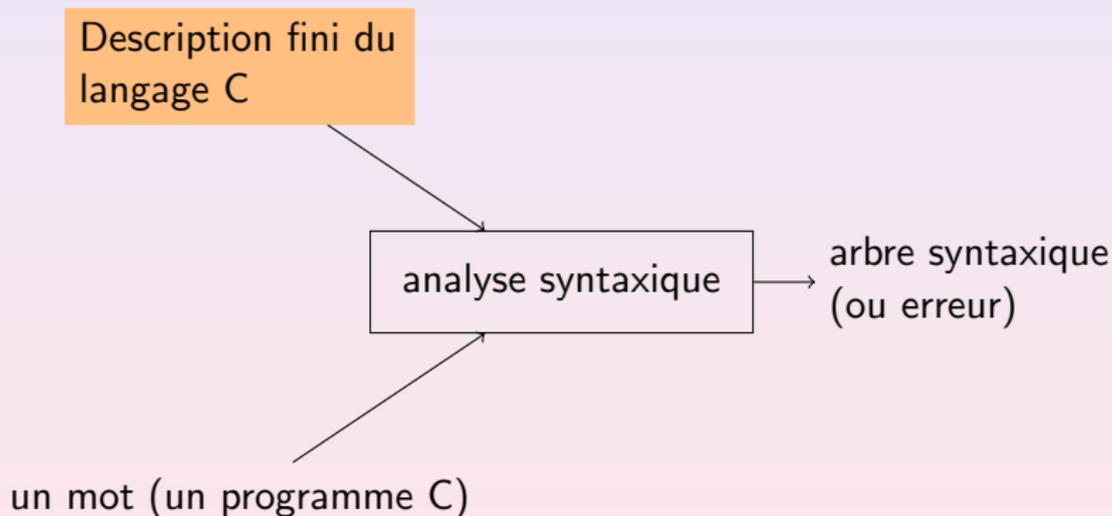
Langages algébriques - Cours 5

Francois Schwarzentruher

ENS Rennes, France

2015

Analyse syntaxique



Motivation

Proposition

$\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas un langage rationnel.

```
<html>
  <head>
    <title>
      Bienvenue sur ma page web!
    </title>
  </head>
  <body>
    <div>
      <div class='welcome'>
        Bienvenue
      </div>
      à toi.
    </div>
  </body>
</html>
```

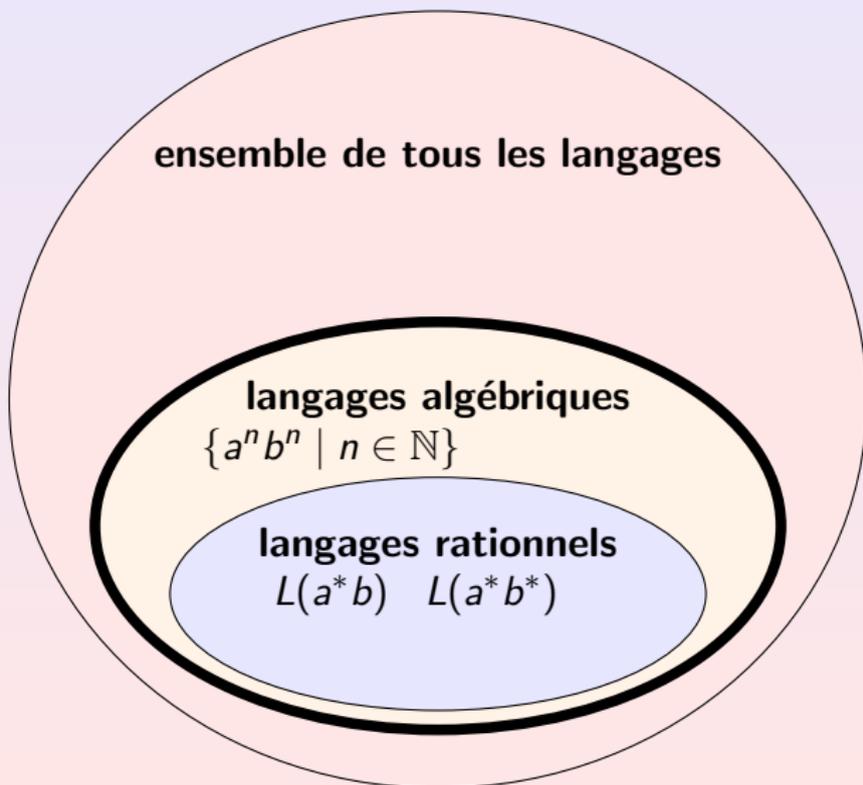
Motivation

Proposition

$\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas un langage rationnel.

```
if(x == 0)
{
    if(y == 1)
    {
        a = 2;
    }
    else
    {
        b = 3;
    }
}
```

Langages algébriques



Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
 - Définition
 - Exemples
 - Arbres de dérivation
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
 - Définition
 - Exemples
 - Arbres de dérivation
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Syntaxe/sémantique

Syntaxe

(ce que l'on écrit dans un logiciel pour représenter un langage)

$$S \rightarrow aSb$$

$$S \rightarrow T$$

$$T \rightarrow c$$

Sémantique

(ce que l'on veut représenter)

$$\{a^n cb^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
 - Définition
 - Exemples
 - Arbres de dérivation
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

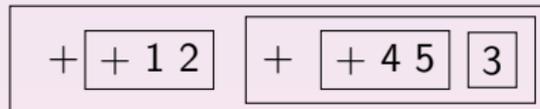
Exemple : langage de Dyck

~ XML

```
<html>
  <head>
    <title>
      Bienvenue sur ma page web!
    </title>
  </head>
  <body>
    <div>
      <div class='welcome'>
        Bienvenue
      </div>
      à toi.
    </div>
  </body>
</html>
```

Langage de Łukasiewicz

~ notation préfixe (polonaise)



Langage postfixe (polonaise inversée)

1 2 + 5 +

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
 - Définition
 - Exemples
 - Arbres de dérivation
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Arbres de dérivation

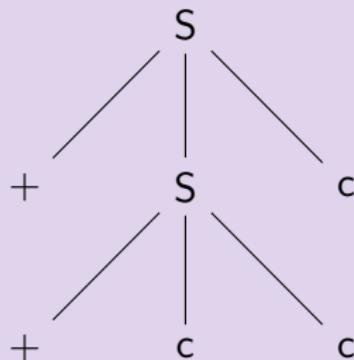
Deux dérivations pour le même mot

$S \rightarrow +SS \rightarrow ++SSS \rightarrow ++cSS \rightarrow ++ccS \rightarrow ++ccc$

$S \rightarrow +SS \rightarrow +Sc \rightarrow ++SSc \rightarrow ++cSc \rightarrow ++ccc$

L'ordre d'application des règles changent donc

Même arbre de dérivation



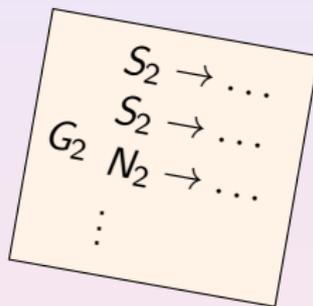
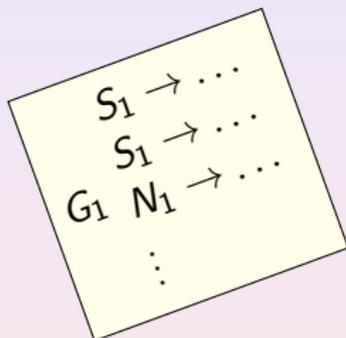
Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
 - Stabilité par séquence, union et étoile
 - Langage rationnel
 - Ambiguïté
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
 - Stabilité par séquence, union et étoile
 - Langage rationnel
 - Ambiguïté
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Stabilité par séquence, union et étoile

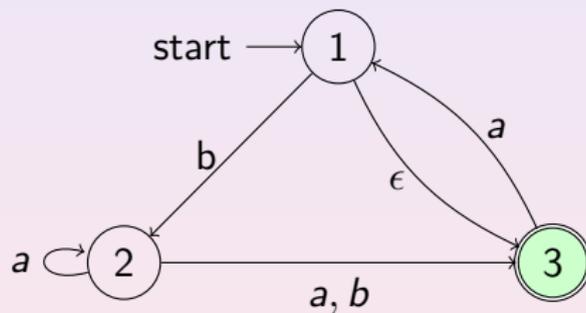


Grammaires pour $L(G_1)L(G_2)$, $L(G_1) \cup L(G_2)$, $L(G_1)^*$?

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
 - Stabilité par séquence, union et étoile
 - Langage rationnel
 - Ambiguïté
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Grammaire pour un langage rationnel

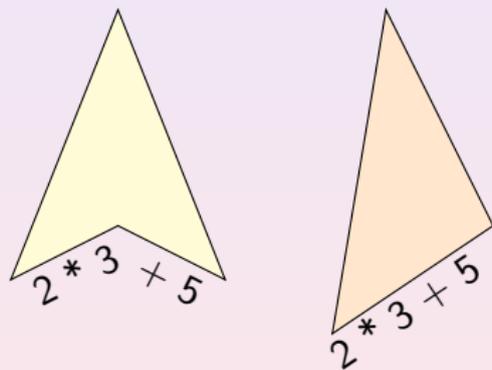


Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
 - Stabilité par séquence, union et étoile
 - Langage rationnel
 - **Ambiguïté**
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion

Ambiguïté

Deux arbres de dérivation pour le même mot.



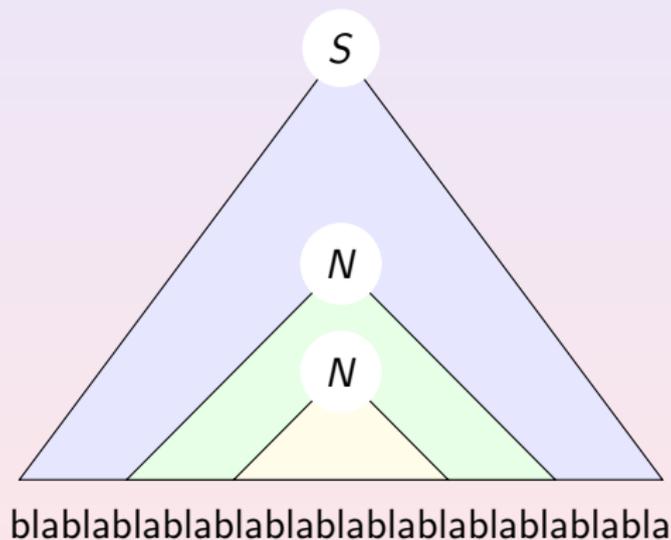
Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques**
 - Lemme de l'étoile
 - Hiérarchie de Chomsky
- 4 Conclusion

Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques**
 - Lemme de l'étoile
 - Hiérarchie de Chomsky
- 4 Conclusion

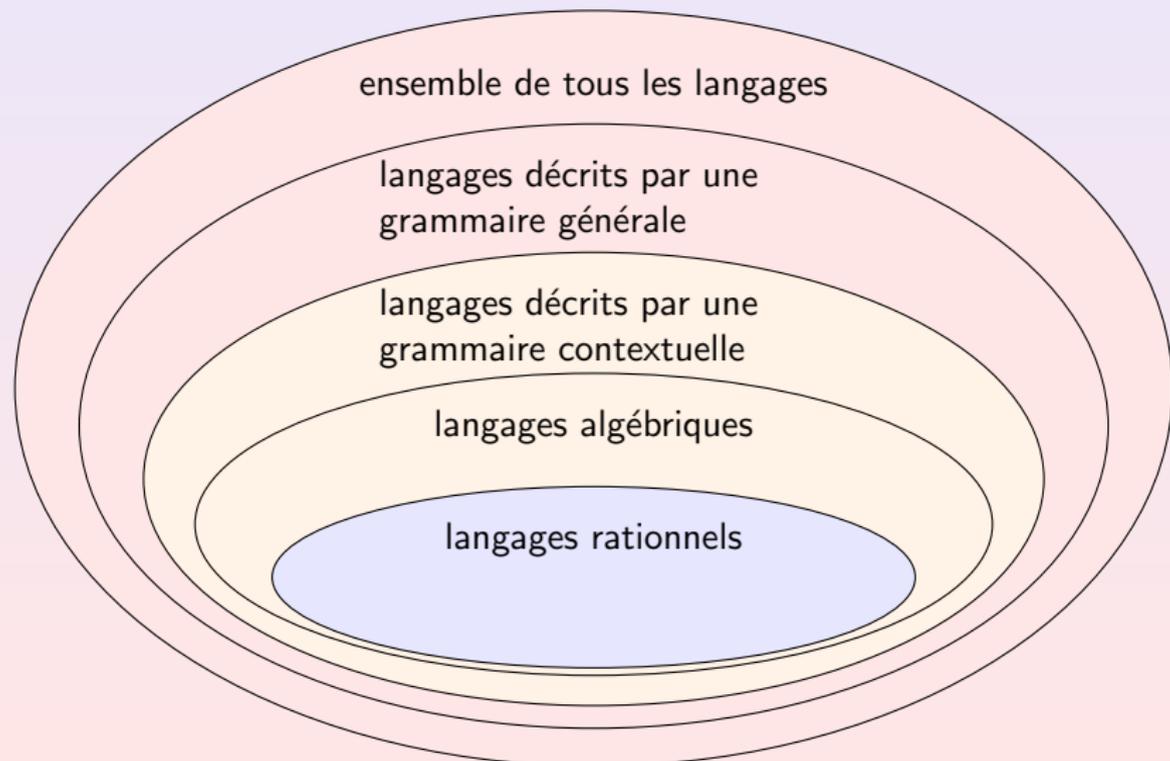
Lemme de l'étoile de Bar-Hillel, Perles et Shamir



Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
 - Lemme de l'étoile
 - Hiérarchie de Chomsky
- 4 Conclusion

Hiérarchie de Chomsky



Outline

- 1 Grammaires hors-contextes
- 2 Concevoir des grammaires algébriques
- 3 Langages non algébriques
- 4 Conclusion**

Conclusion

Langages algébriques

- définis par des grammaires algébriques
- stabilité par \cup , séquence, étoile
- ... mais pas par \cap et pas par complémentaire
- un lemme de l'étoile

Prochain cours

- Problème de l'appartenance du mot
- Forme normale de Chomsky