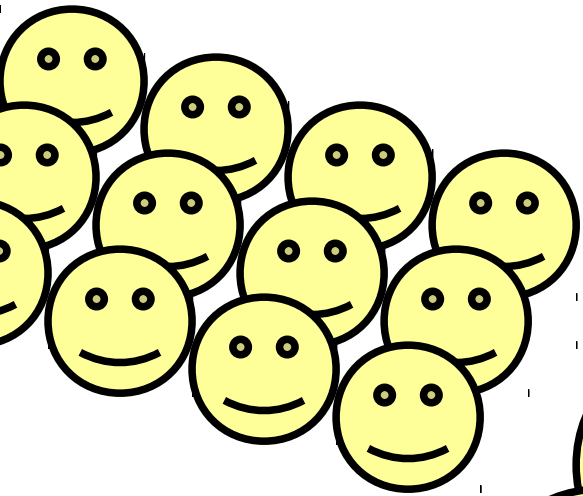


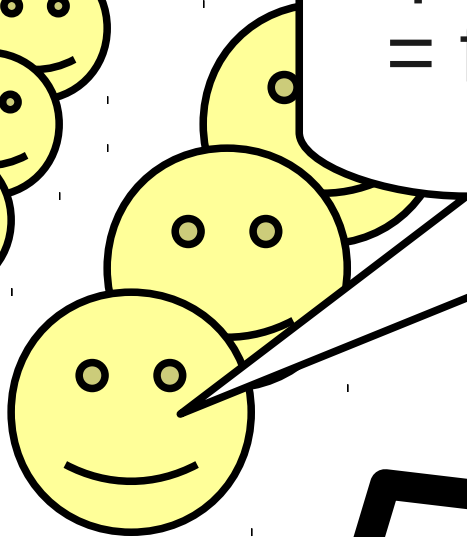
NP-complétude

François Schwarzenrüber
ENS Cachan – Antenne de Bretagne

Thèse de Cobham-Edmonds

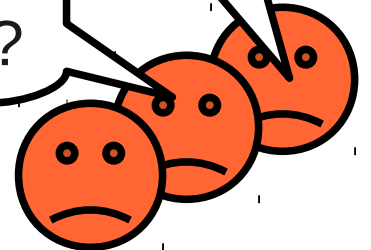


problème polynomial
= facilement résoluble



$n^{1000000}$?

algorithme
du simplexe ?



Le paysage



Problèmes faciles

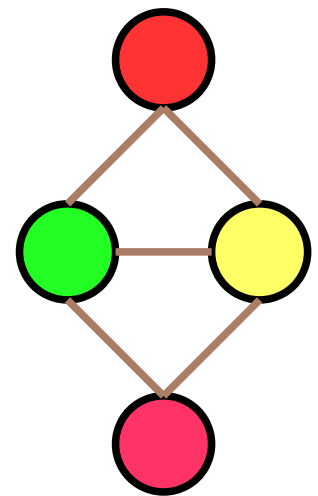
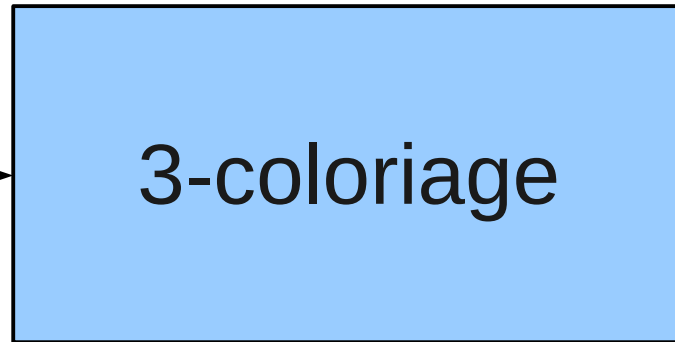
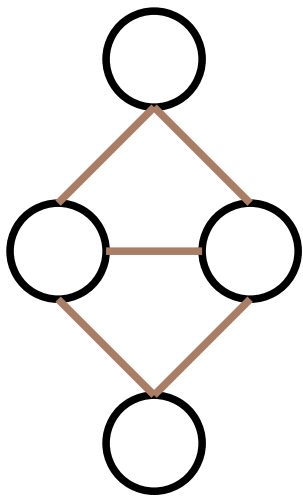
- Plus court chemin
- Couverture de sommets pour les arbres
- Cycle eulérien
- 2-coloriage
- 2SAT, Horn-SAT



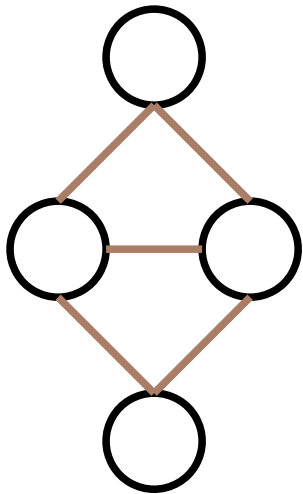
Problèmes “de recherche”

- Plus long chemin
- Couverture de sommets
- Cycle hamiltonien
- 3-coloriage
- 3SAT

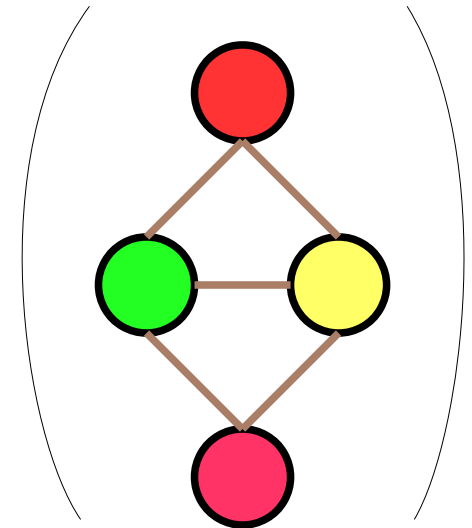
3 coloriage



Problème de décision



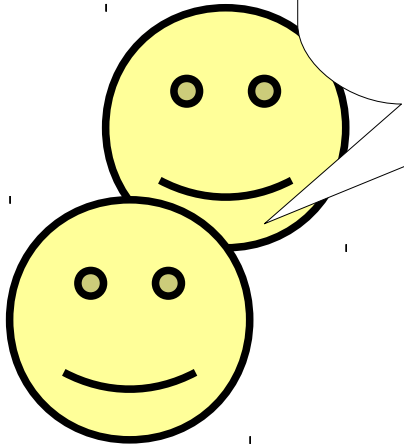
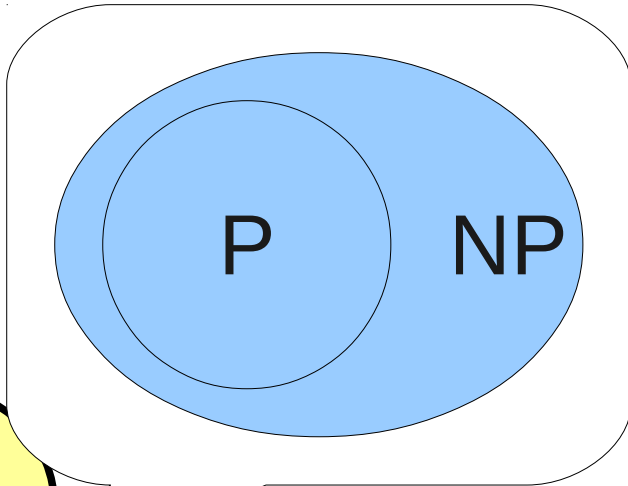
OUI



But de ce cours

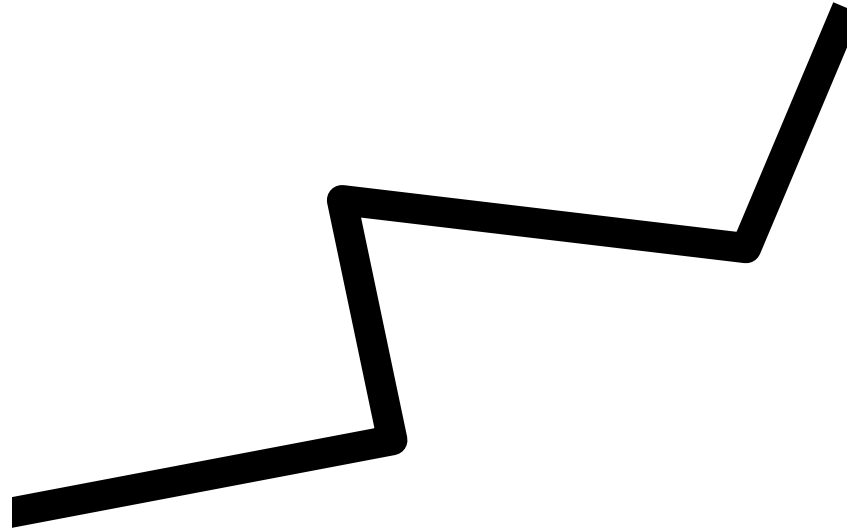
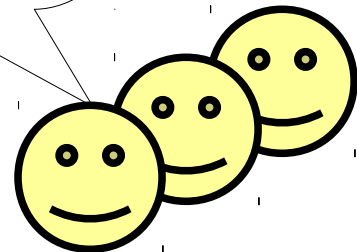
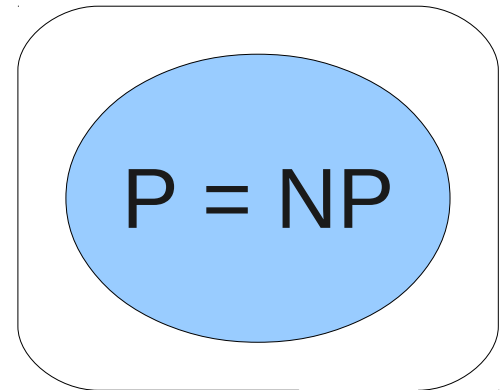
- L'humanité ne sait pas s'il existe des algorithmes polynomiaux pour les problèmes de recherche.
- L'humanité sait qu'en résoudre un c'est les résoudre tous.

Problème ouvert



Millennium
Prize
Problems

indécidable...

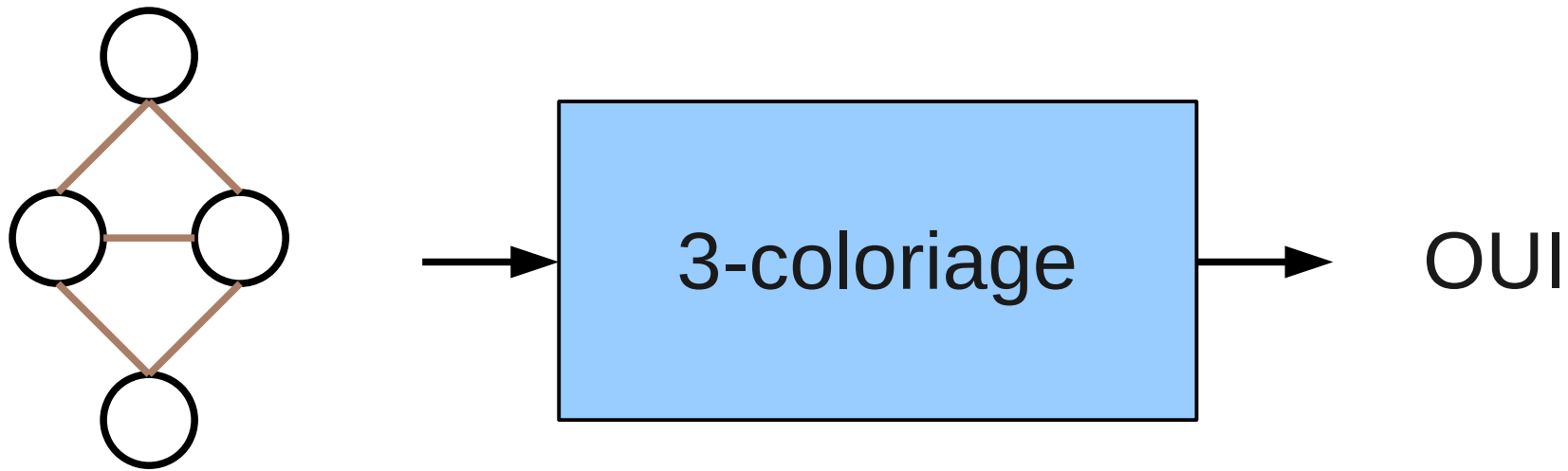


Plan du cours

- S'abstraire de la recherche : le non-déterminisme (NP)
- Réduction pour définir la difficulté (NP-complet)
- Le pouvoir de la logique propositionnelle
 - Machine de Turing
 - SAT est NP-complet
- Réduction pour montrer la difficulté
 - 3-coloriage est NP-complet

S'abstraire de la recherche : le non-déterminisme (NP)

Un problème qui semble “difficile”

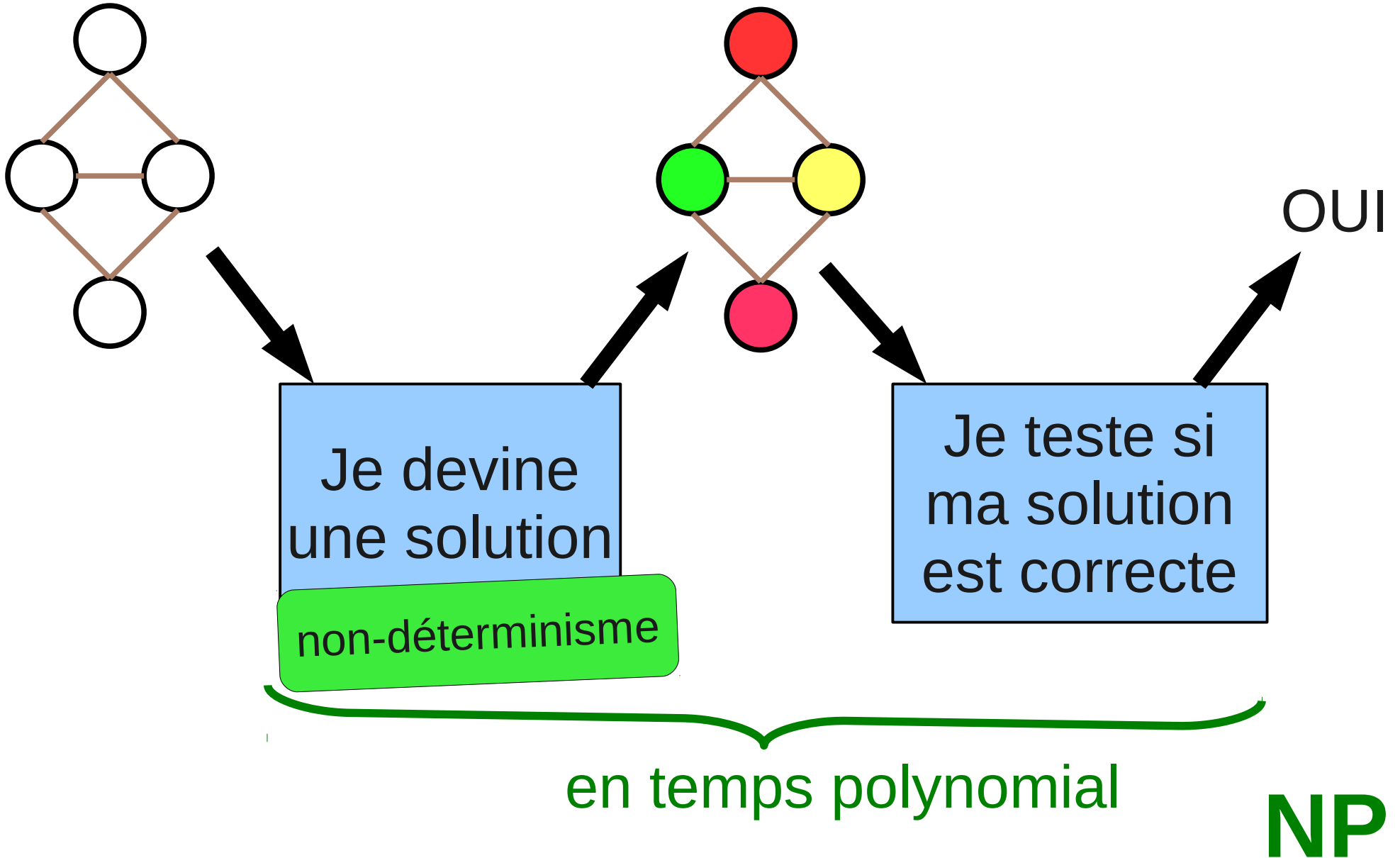


Les seuls algorithmes qu'on connaisse...

- **pire cas en temps exponentiel**

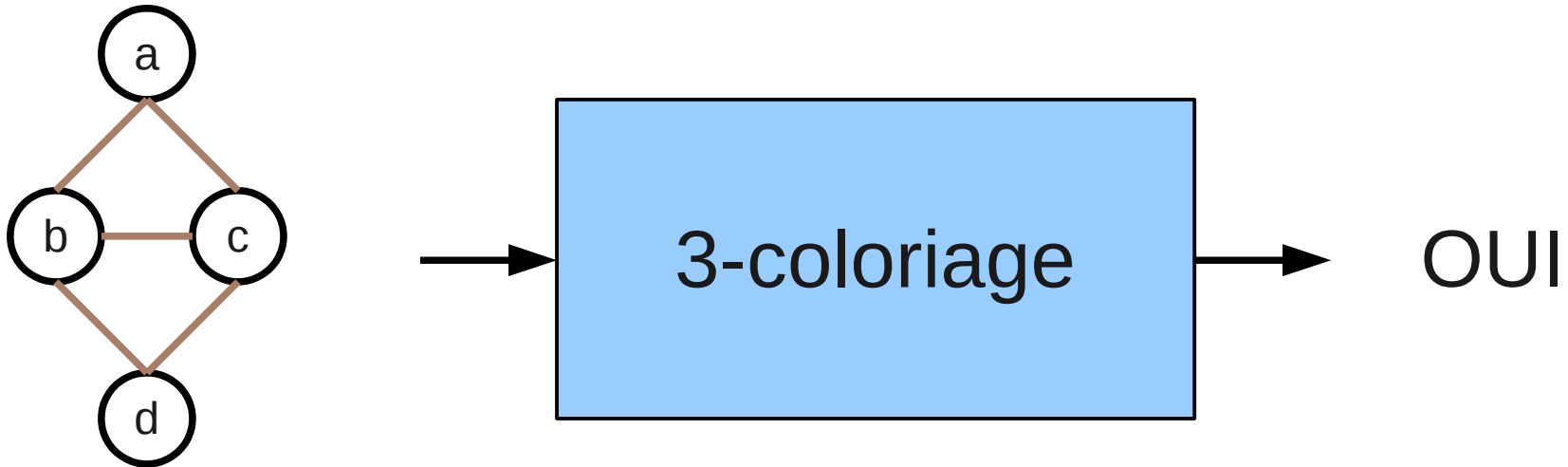


Deviner et tester



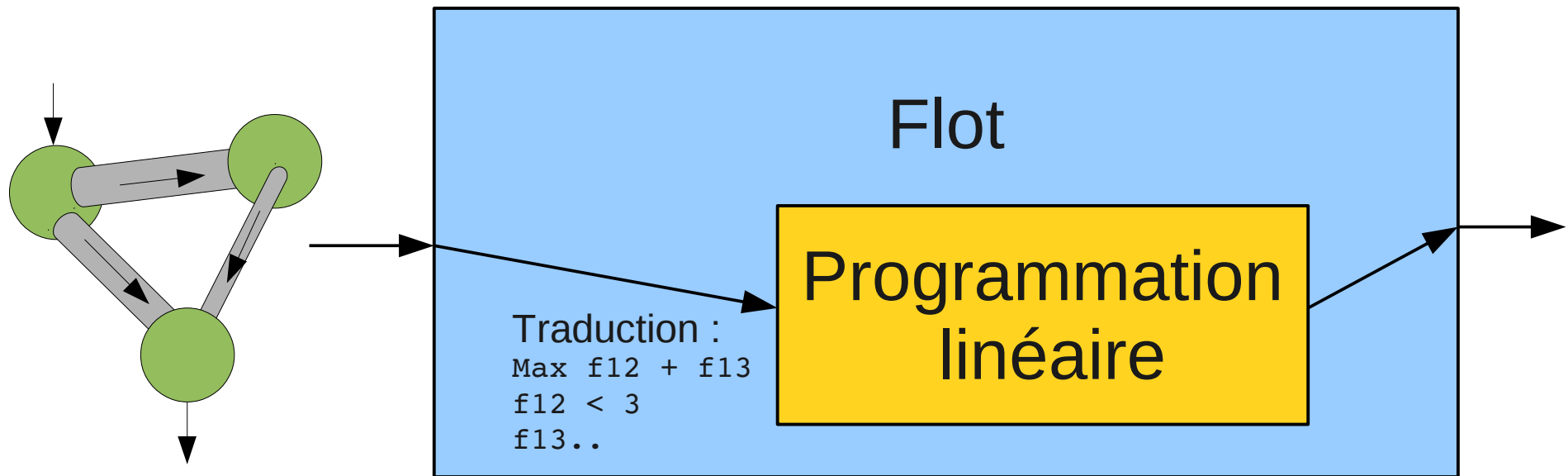
Réduction pour définir la difficulté (NP-complet)

Un problème de décision ~ un langage

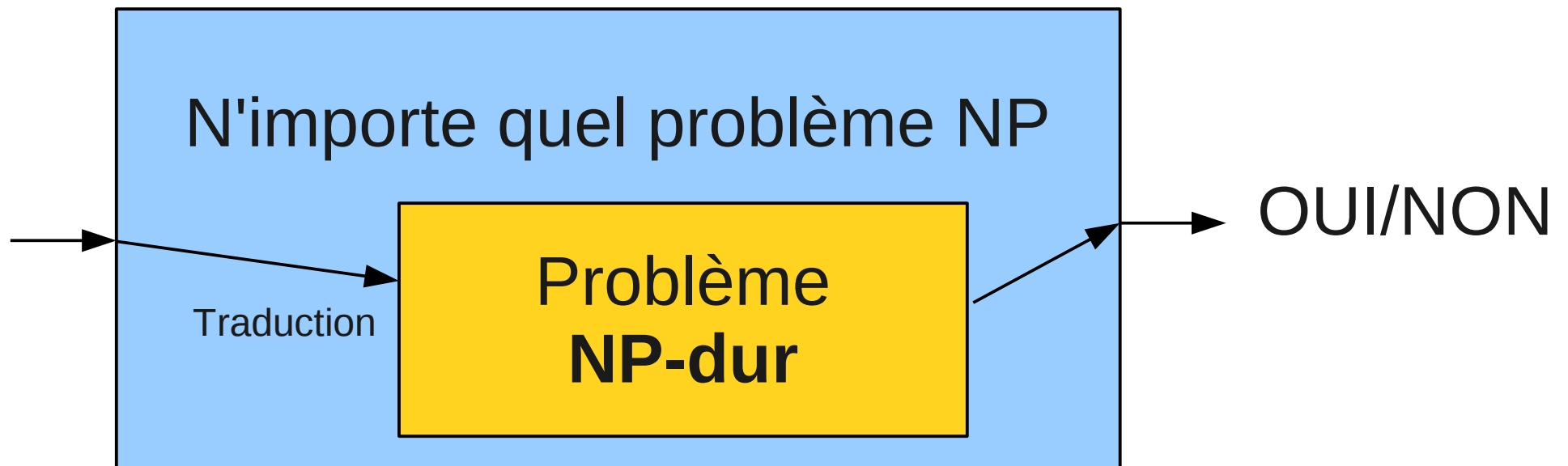


" (abcd) (ab) (ac) (bc) (bd) (cd) "

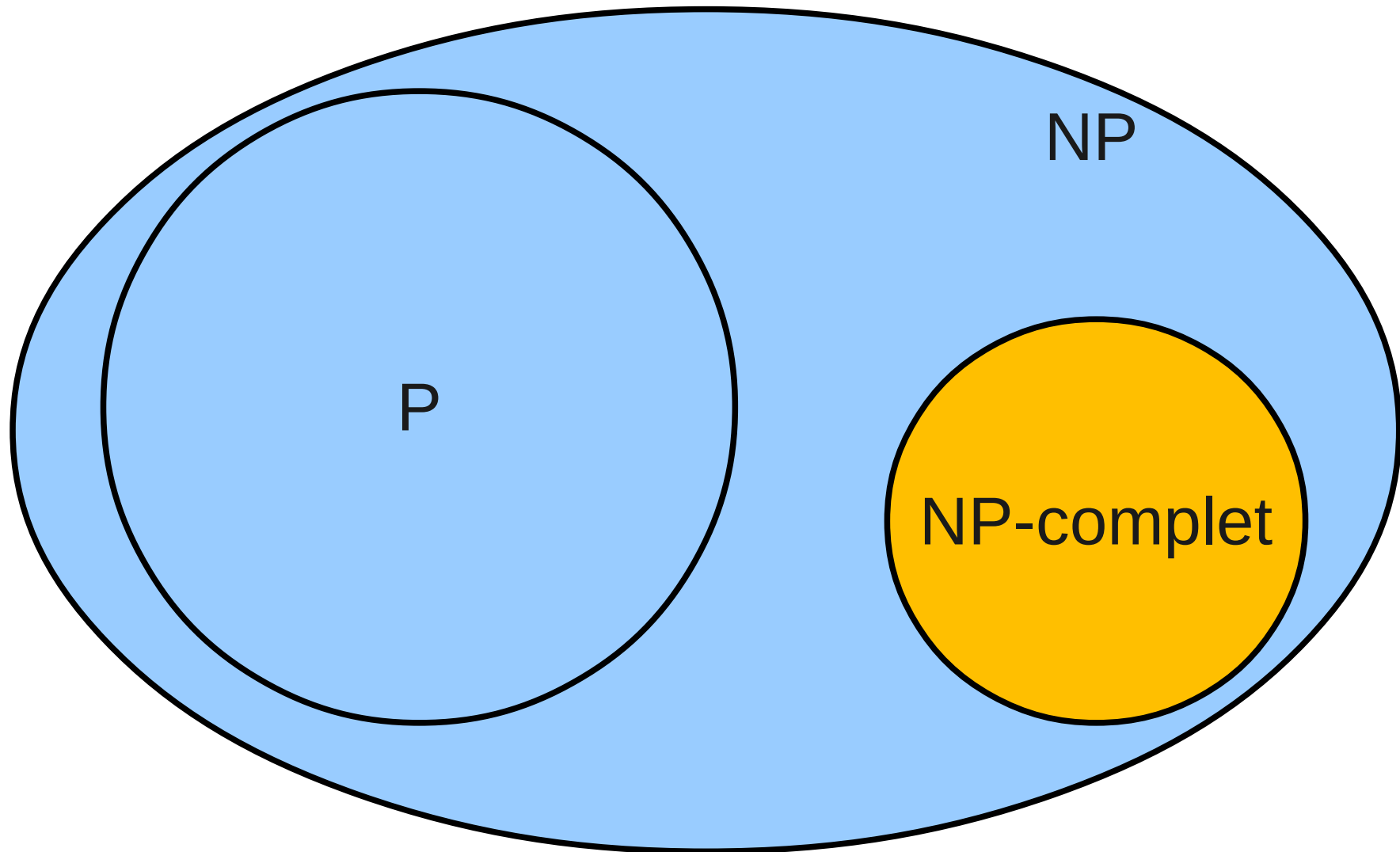
Réduction... flashback...



Réduction pour définir la difficulté



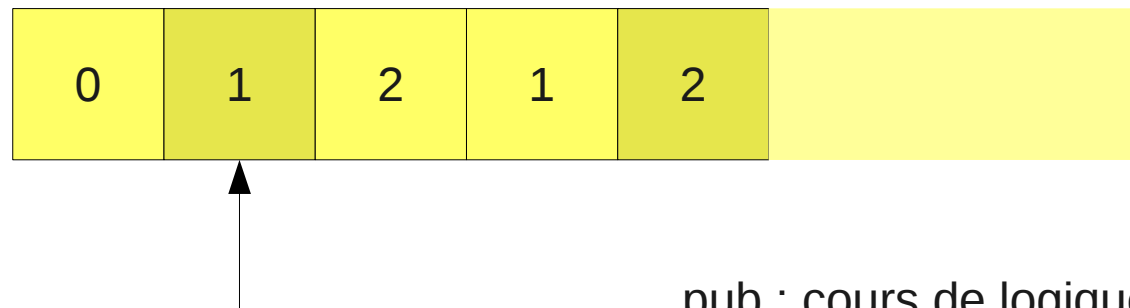
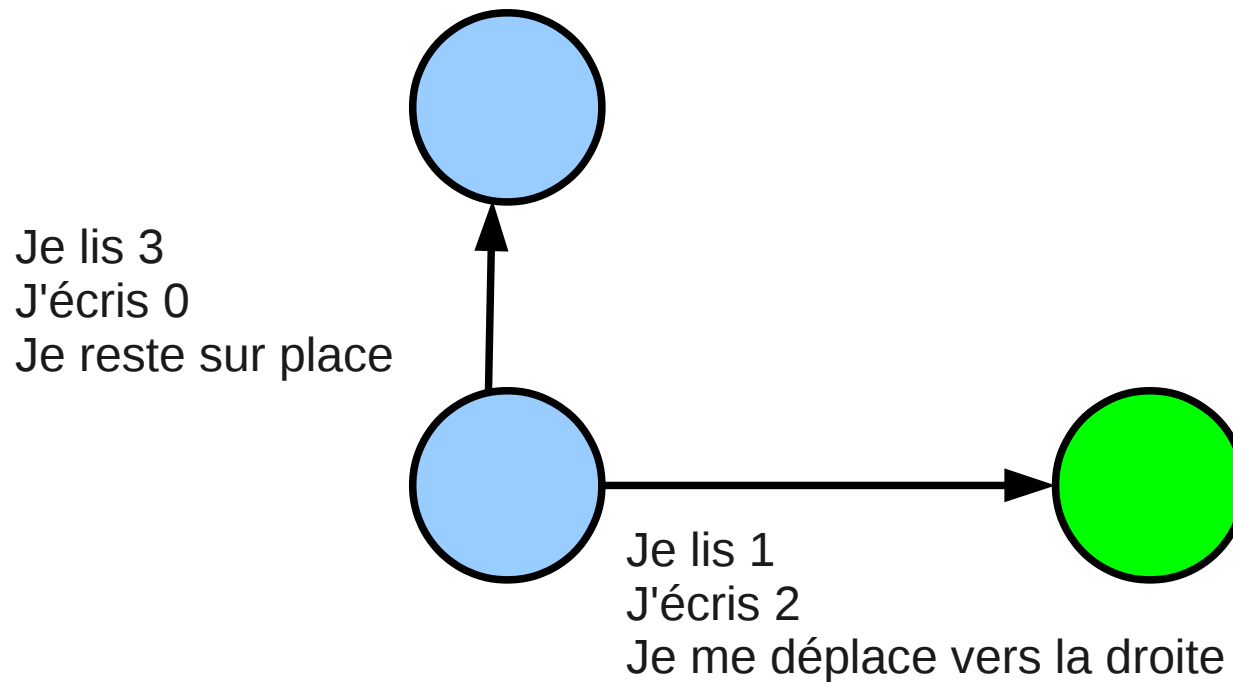
Conclusion



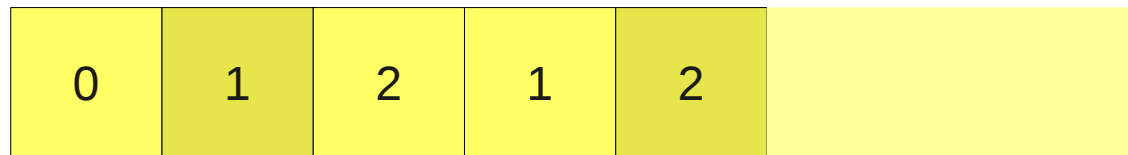
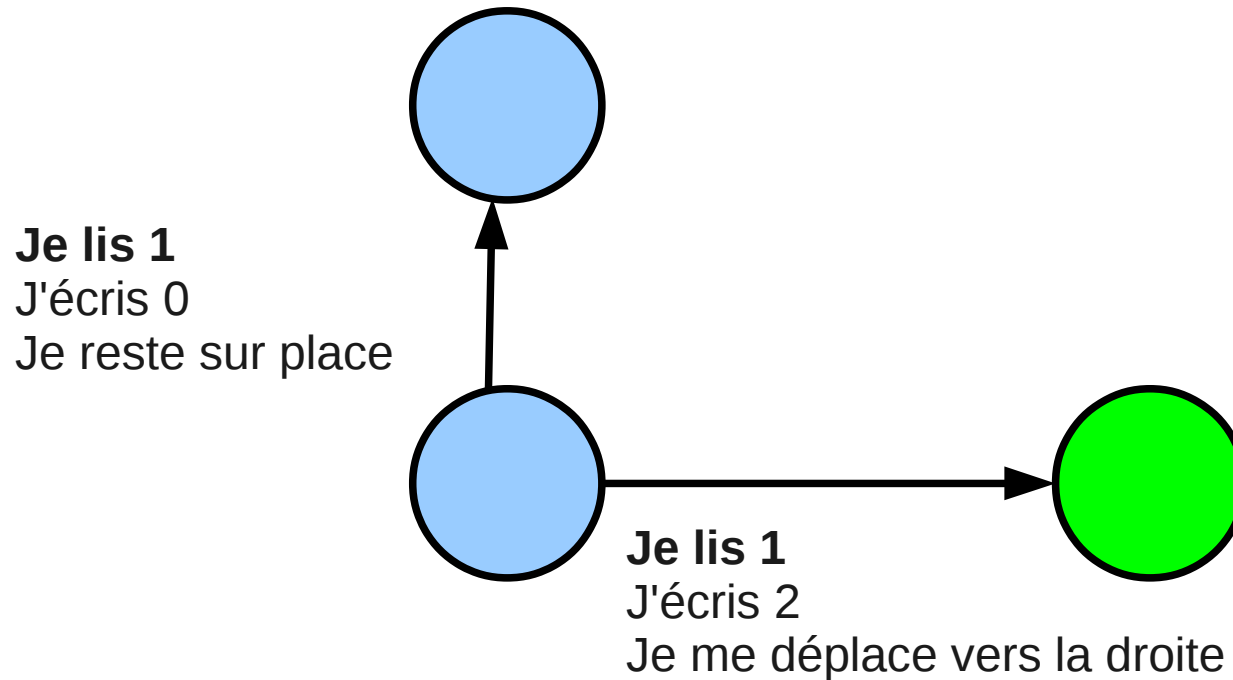
Le pouvoir de la logique propositionnelle

- Machine de Turing
- Le problème SAT est NP-complet

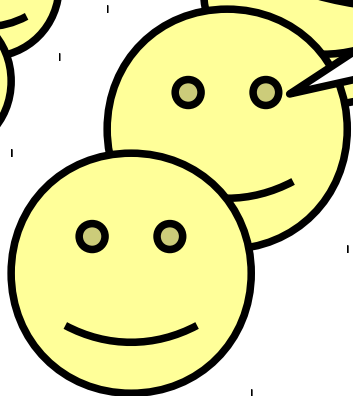
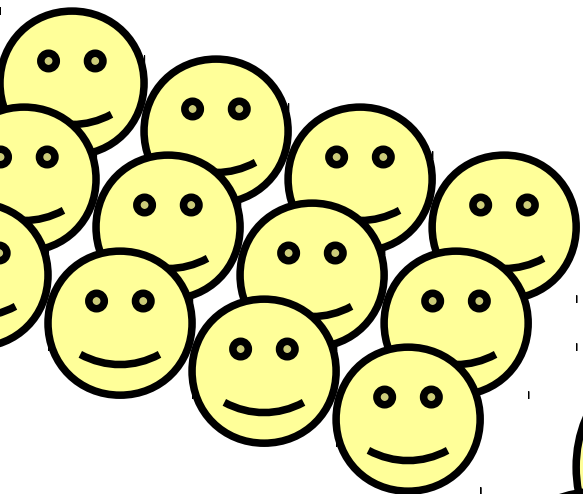
Besoin : parler d'algo formellement... machine de Turing



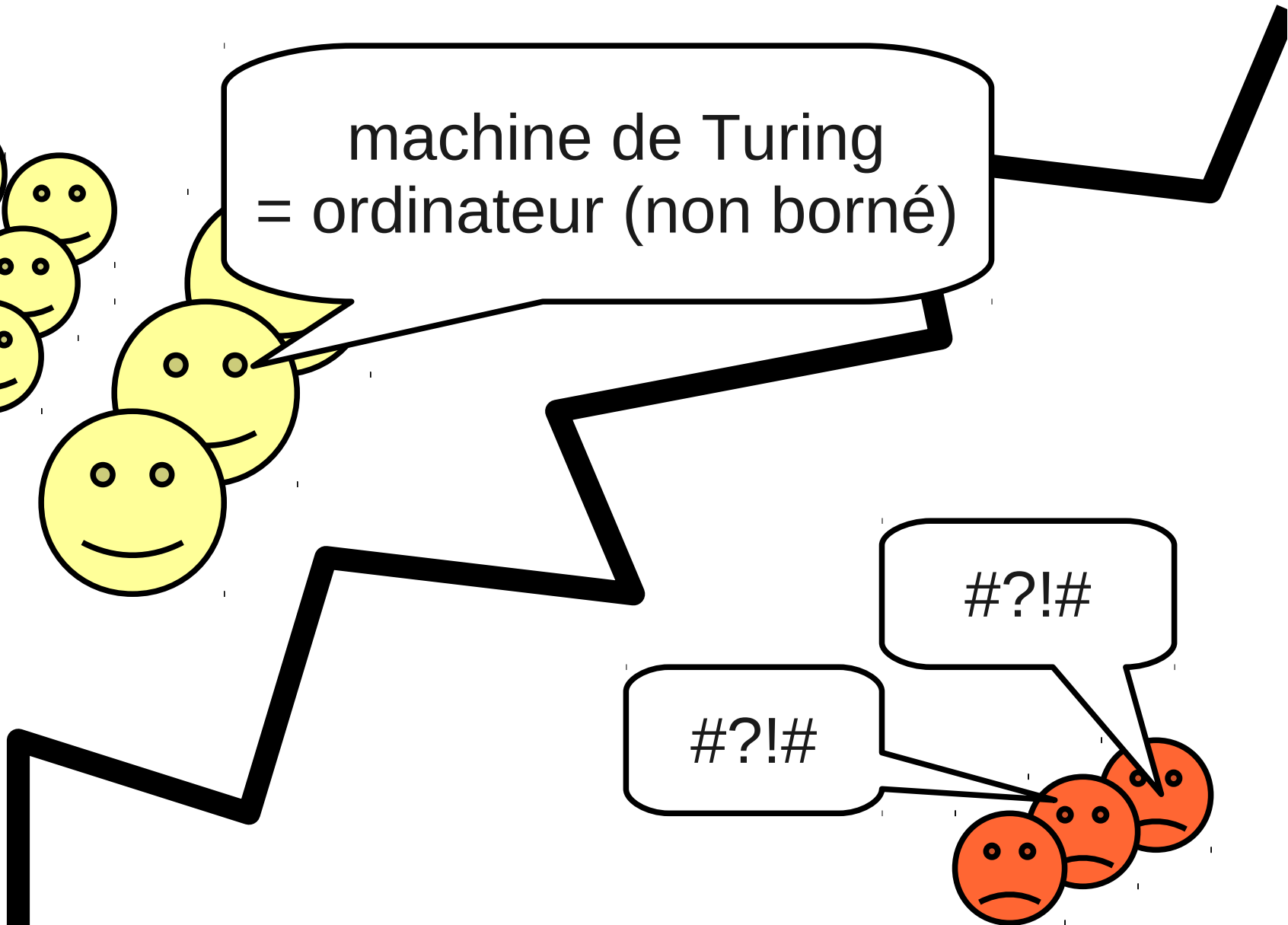
Machine de Turing non déterministe



Thèse de Church

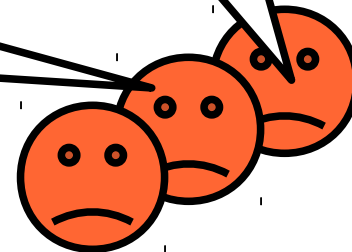


machine de Turing
= ordinateur (non borné)



#?!#

#?!#



Le problème SAT

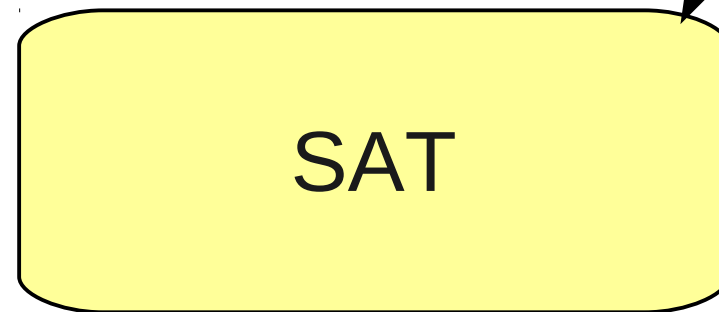
$((p \text{ et } q) \rightarrow r)$
et $(\text{non } r) \text{ et } p$



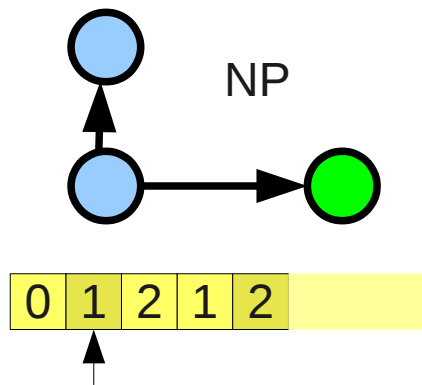
OUI,
la formule
est
satisfiable

Pourquoi parler de logique ?

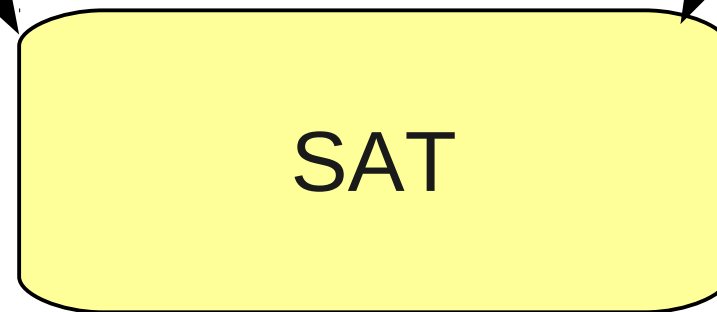
	4		1				
		3	5				1 9
					6		3
		7			5		8
	8	1				9	6
9			2			7	
6			9				
8	1				2	4	
					4		9



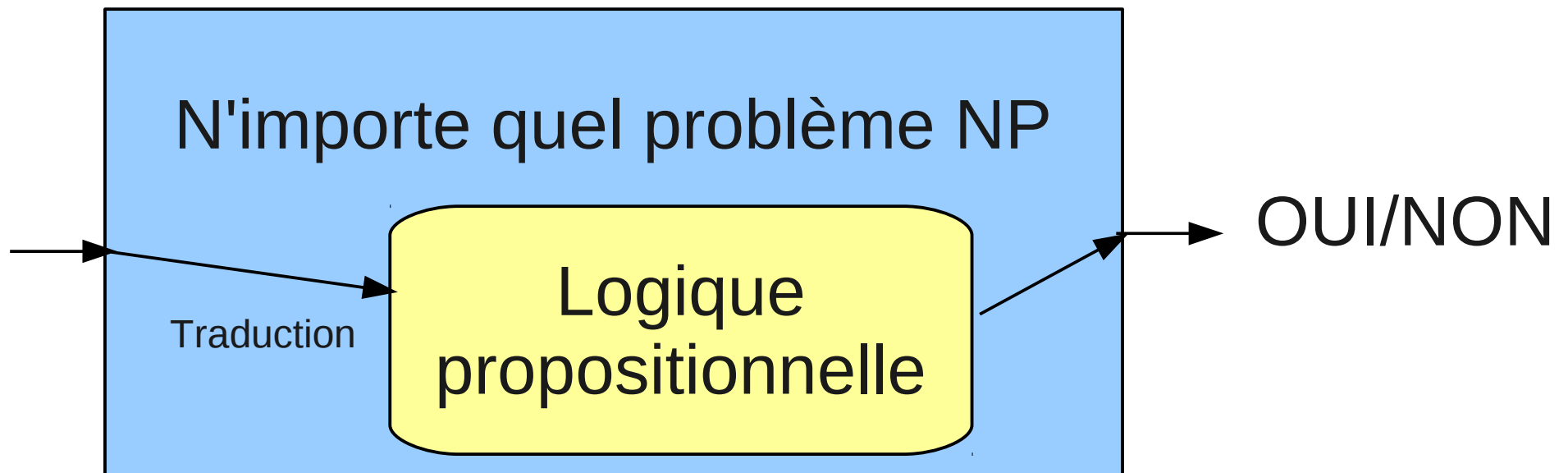
Pourquoi parler de logique ?



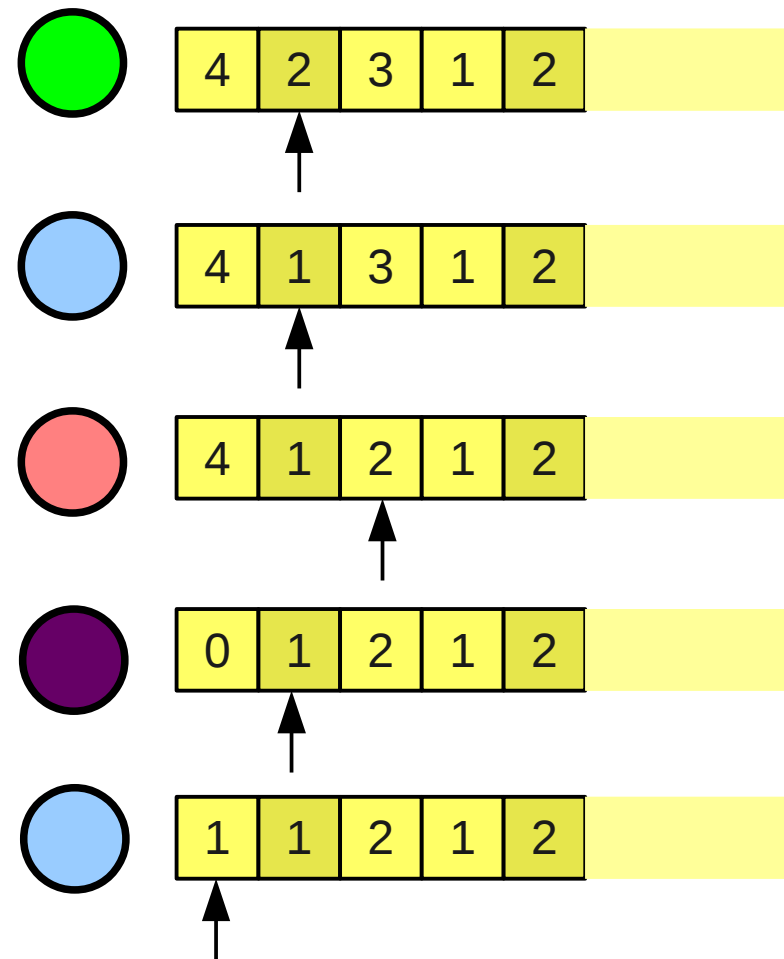
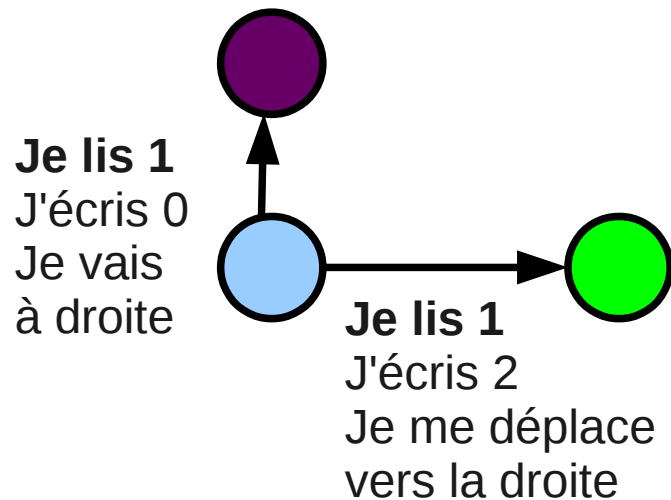
	4	1			
	3	5		1	9
			6		3
	7		5		8
8	1			9	6
9		2		7	
6		9			
8	1		2	4	
			4	9	



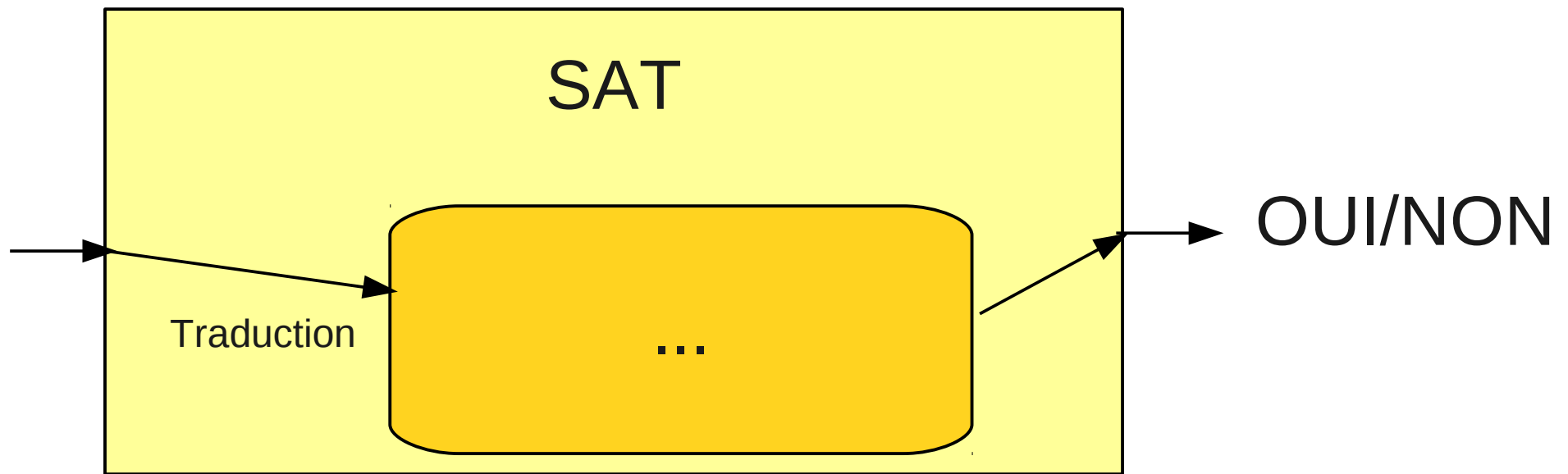
Théorème de Cook : SAT est NP-dur



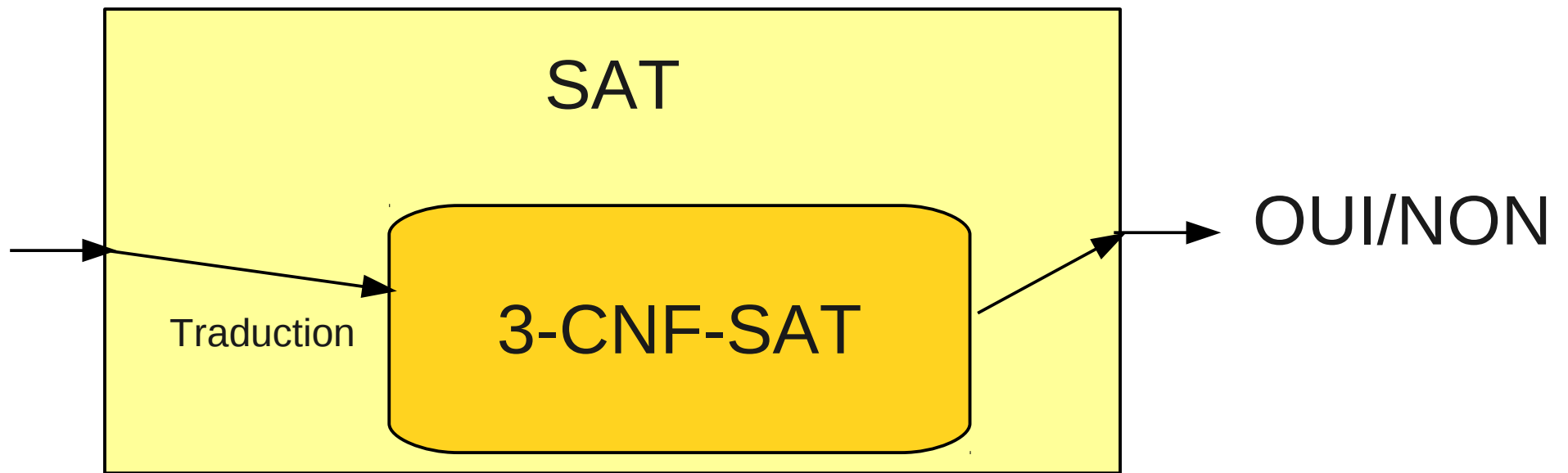
SAT encode une machine de Turing non-déterministe



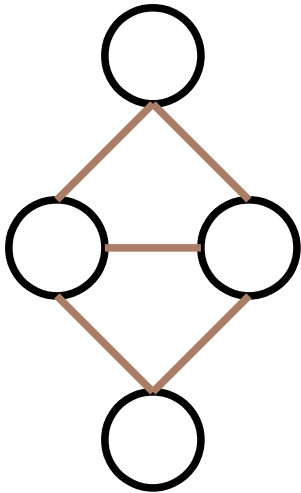
Réductions pour montrer la difficulté



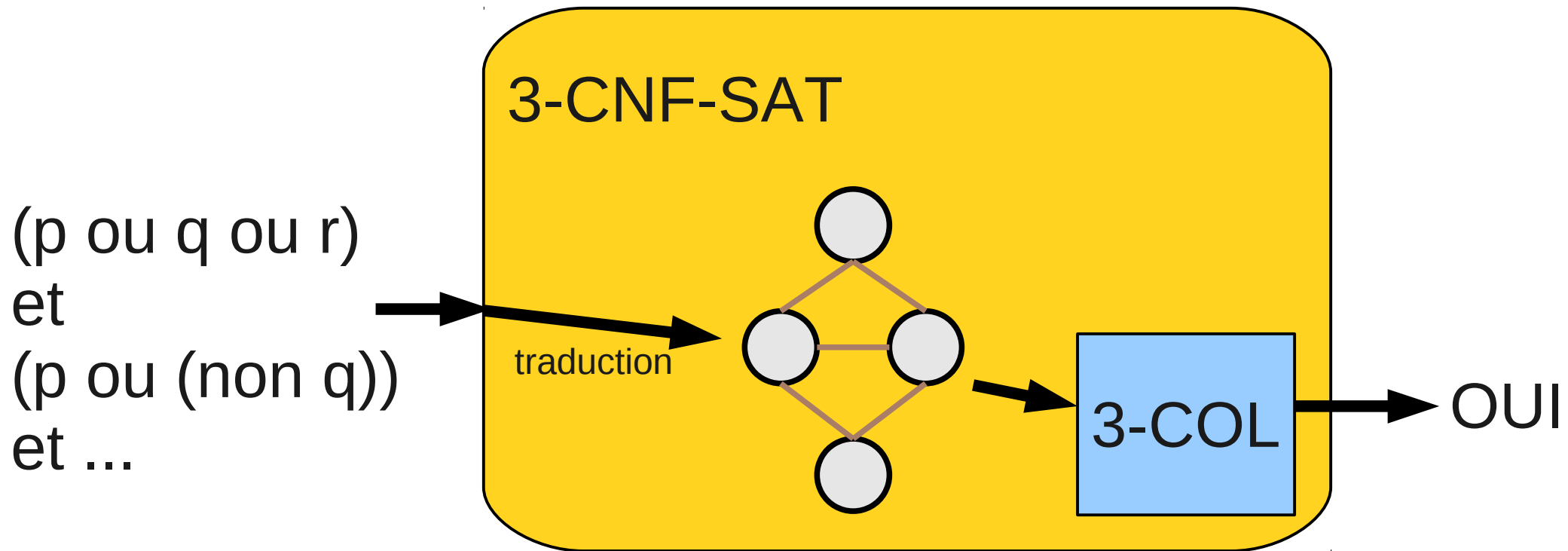
Variante plus fine : 3-CNF-SAT



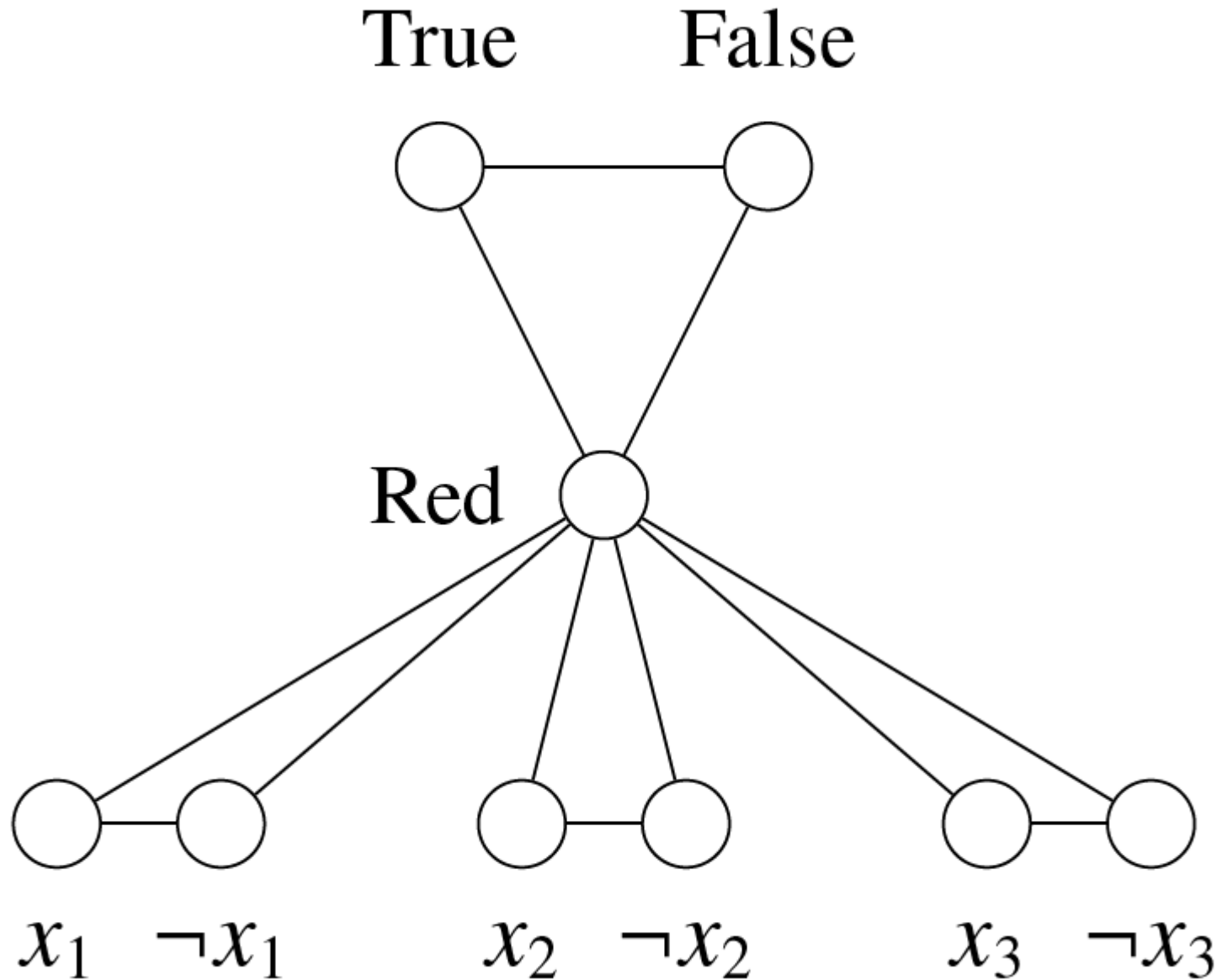
3-coloriage



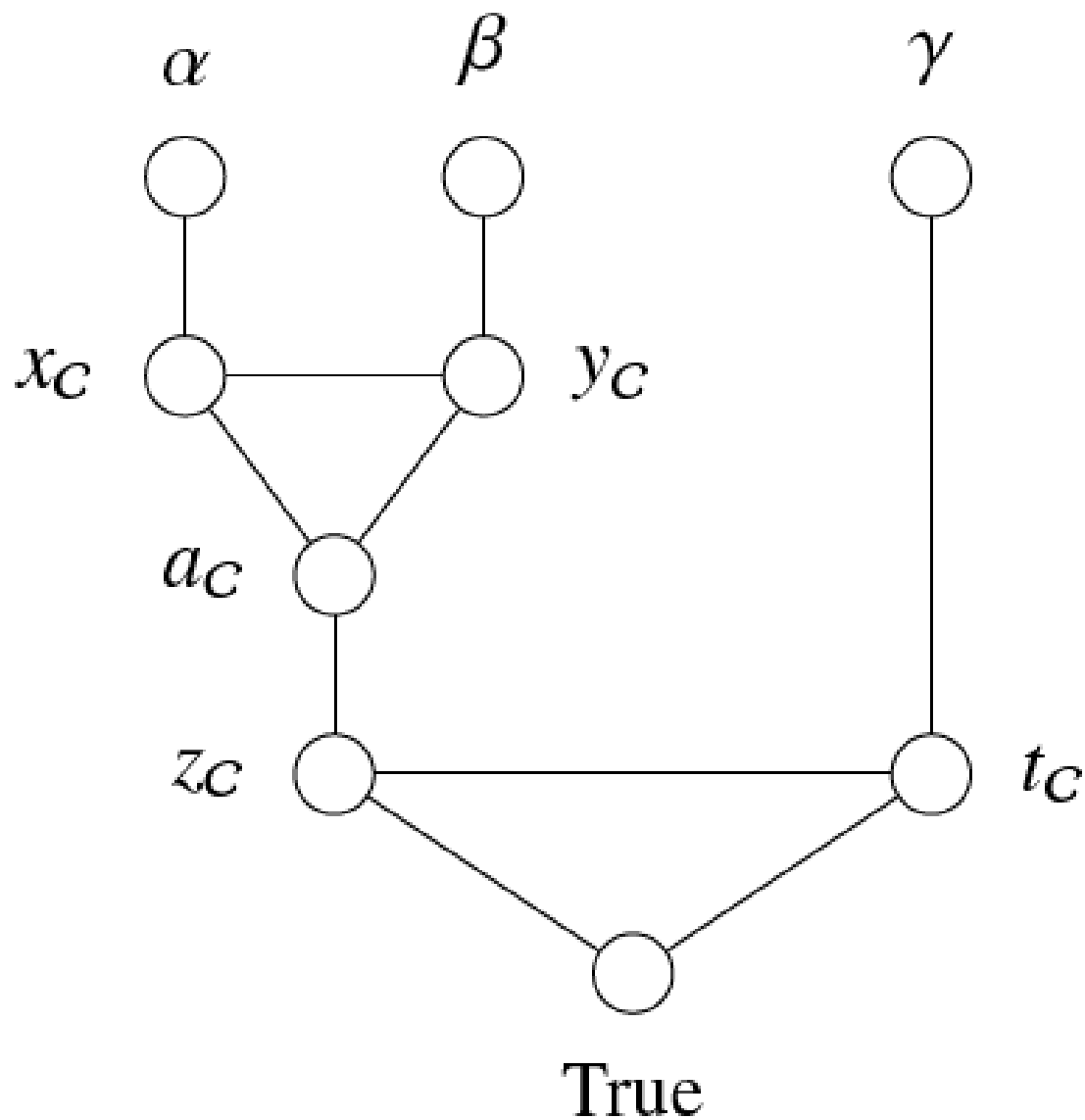
3-coloriage est NP-dur ?



Un littéral n'est pas rouge !



Pour chaque clause, on ajoute :



Accroche pour la saison 2

- ALGO1 : introduction à l'algorithmique
- ALGO2

Structure
de données

Paradigme
(glouton, dynamique,
etc.)

Réductions
(NP-complétude)

Analyse amortie

Parallélismes,
heuristique, proba...

PSPACE, etc.