

# La Numérisation

## But

Ce TD illustre les techniques de numérisation. La numérisation progressive des informations amène leur intégration au sein des mêmes infrastructures de transmission. L'information peut être des données informatiques, du son (parole, musique, bruit, etc.) ou des images (dessin, photo, film, etc.). Au niveau international, le CCITT a défini le ISDN (Integrated Services Digital Network).

## 1 Introduction

Les applications téléinformatiques transportent des informations de nature numérique : données binaires, caractères, chiffres, etc. Cependant elles peuvent aussi transporter, après numérisation, des informations de nature analogique : son, image, etc.

Par abus de langage, la terminologie analogique/numérique est aussi employée pour qualifier le procédé de transmission utilisé. La transmission en bande de base est qualifiée de numérique, alors que celle par transposition en fréquence est qualifiée d'analogique. Cette terminologie pourrait s'expliquer par la forme des signaux : signal carré en bande de base, signal sinusoïdale en transposition de fréquence. Toutes les combinaisons entre nature de l'information et procédé de transmission sont possibles.

### Question 1 Illustrez chacune de ces combinaisons.

On appelle numérisation la transformation d'un signal analogique en une suite de données à valeur discrète.

### Question 2 Quels avantages voyez-vous à la numérisation d'informations analogiques.

La numérisation d'un signal se fait en 3 étapes, l'échantillonnage, la quantification et le codage. L'échantillonnage effectue le prélèvement de la valeur d'un signal à des instants prédéfinis. On passe d'un espace de temps continu à un espace de temps discret. La quantification remplace la valeur de chaque échantillon par une valeur approchée prise dans un ensemble fini de valeurs prédéfinies. On passe d'un espace de valeurs continu à un espace de valeurs discret. Le codage transforme chacune des valeurs approchées en un code binaire.

Par exemple la technique de base de numérisation utilisée pour le téléphone s'appelle MIC (Modulation par Impulsion et Codage), en anglais PCM (Pulse Coding Modulation).

## 2 L'échantillonnage

L'échantillonnage transforme une fonction  $a(t)$  à valeurs continues en une fonction  $a'(t)$  à valeurs discrètes. Ces valeurs sont construites à partir des valeurs  $a(t)$  aux instants d'échantillonnage tel que  $t \in \{kT_e \mid k \in \mathbb{N}\}$  (figure ??).

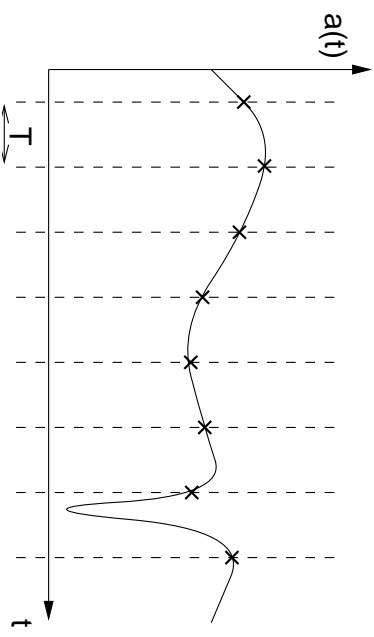


FIG. 1 – Échantillonnage d'une fonction  $a(t)$

La période d'échantillonnage  $T_e$  ne peut pas être quelconque, il faut prélever suffisamment d'échantillons pour ne pas perdre l'information contenue dans le signal  $a(t)$ .

Soit  $f(t) = A \sin(\omega t)$  un signal sinusoïdal de période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  et d'amplitude  $A$ .  $f(t)$  est un signal pur dont le spectre présente un pic en  $\frac{\omega}{2\pi}$  et vaut 0 en tout autre point. Le signal  $a(t)$  est quant à lui une somme de signaux sinusoïdaux purs.

### Question 3 À quelle fréquence minimale $F_e = 1/T_e$ échantillonnez-vous $f(t)$ ?

**Question 4** Si  $B$  est la fréquence la plus élevée contenue dans le spectre de  $a(t)$  (au-delà de  $B$ , la puissance est nulle), quelle doit être la fréquence d'échantillonnage du signal  $a(t)$  ?

## 3 La quantification

La valeur réelle des différents échantillons  $n$  est pas utilisée, on se contente de rapporter chaque échantillon dans une échelle à  $2^n$  niveaux appelée *échelle de quantification*. Il n'y a qu'un ensemble de  $2^n$  valeurs possibles pour les échantillons quantifiés. L'erreur que l'on commet en assimilant la valeur réelle d'un échantillon au niveau de quantification le plus proche est appelée bruit de quantification.

Soit une fonction  $a(t)$  échantillonnée par la fonction  $a'(t)$  suivante :

$$a'(t) = (\dots; 3,27; 1,42; -2,38; 0,24; -0,09; -3,76; \dots)$$

L'échelle de quantification choisie contient quatre niveaux :

- le niveau 3 correspondant à  $2 < a'(t)$ ,
- le niveau 1 correspondant à  $0 < a'(t) \leq 2$ ,
- le niveau  $-1$  correspondant à  $-2 < a'(t) \leq 0$ ,
- le niveau  $-3$  correspondant à  $a'(t) \leq -2$

**Question 5** Illustrez sur une figure les valeurs des échantillons de la fonction  $a(t)$  et la suite des échantillons quantifiés.

**Question 6** Calculez pour chacun des échantillons donnés l'erreur relative qui est commise en les assimilant aux niveaux de quantification. L'erreur relative est définie par le rapport de la valeur absolue de la différence entre la valeur réelle et la valeur quantifiée de l'échantillon sur la la valeur réelle du même échantillon.

**Question 7** Que pensez-vous d'une telle échelle de quantification ?

#### 4 Le codage

Les  $2^n$  niveaux sont en fait codés par des valeurs numériques de 0 à  $2^n - 1$ . Ces valeurs numériques peuvent alors être représentées par une suite de  $n$  bits pour chaque échantillon. Ainsi, la fonction  $a'(t)$  est transmise sous la forme d'une succession de valeurs numériques correspondant au codage des niveaux.

**Question 8** 2B étant la fréquence d'échantillonnage. Déterminer le débit binaire de la transmission.

#### 5 Application

**Question 9** Rappelez les zones de fréquence couvertes par le spectre d'un son transmis par téléphone, par une chaîne HiFi. En déduire la fréquence d'échantillonnage minimale et l'intervalle de temps séparant deux échantillons consécutifs.

**Question 10** Sachant que la parole est quantifiée à l'aide d'une échelle à 256 niveaux, en déduire le débit  $D$  de la transmission nécessaire pour acheminer un signal de parole numérique.

**Question 11** Même question pour un son HiFi quantifié sur une échelle à 4096 niveaux. Que pensez-vous du débit obtenu ?

**Question 12** Pour une image fixe tenant sur une feuille de format A4 (transmission par fax), on utilise un échantillonnage par point à raison de 1,798 points par ligne et 3,85 lignes par millimètre. Calculer le volume  $V$  d'information correspondant sachant qu'un point est codé par un bit (il est noir ou blanc). En déduire le temps de transmission  $T$  d'une feuille A4 sur une liaison téléphonique à 2.400 bit/s. Que pensez-vous du résultat obtenu ?

#### 6 La compression

Nous avons vu que les débits nécessaires pour la transmission de signaux numérisés sont très élevés. Afin de réduire ces débits ou de transmettre dans des temps plus courts, on est amené à diminuer le volume d'information numérique en utilisant des techniques de compression :

1. on peut violer le théorème de Shannon et prélever moins d'échantillons ;
2. on peut utiliser une échelle de quantification moins fine avec un nombre de niveaux plus faible ;
3. on peut utiliser un codage différentiel qui consiste à transmettre la différence entre un échantillon et l'échantillon précédent ;
4. on peut utiliser un codage statistique dont la longueur dépend de la probabilité d'occurrence de l'échantillon ;
5. enfin, on peut essayer de prévoir la valeur d'un échantillon et transmettre la différence entre la valeur prédite et la valeur effectivement mesurée. On voit que plus l'algorithme de prédiction est performant plus la distance entre la prédiction et la valeur réelle est faible : il y a très peu d'informations à transmettre.

**Question 13** Discutez des avantages de ces différentes techniques et de leurs conditions d'application.