



REPR
Td 3
99/00

Codage et modulation

But

L'objet de ce TD est d'étudier les caractéristiques du support assurant la transmission de données ainsi que les techniques utilisées pour assurer l'émission et la reconnaissance des données transmises.

1 Modulation et codage

La rapidité de modulation est exprimée en bauds (de Baudot, l'inventeur français du code télégraphique à 5 moments normalisé en tant qu'Avis n°2 par le CCITT) alors que l'unité de débit binaire est le bit par seconde.

Question 1 Donnez une définition de ces deux termes : *rapidité de modulation* R et *débit binaire* D . N définit la valence d'un code de transmission. Donnez une relation liant les trois variables D , R et N . Illustrez par un signal modulé en amplitude avec quatre niveaux.

On s'aperçoit que pour augmenter le débit on peut jouer, soit sur la rapidité de modulation, soit sur la valence des symboles émis. Cependant nous verrons que les caractéristiques du support de transmission nous empêchent d'augmenter indéfiniment ces paramètres.

Le modulateur transforme le message issu du codeur en un signal adapté à la transmission sur le support choisi. Deux techniques de modulation existent : la modulation en bande de base et la modulation par transposition en fréquence.

Question 2 Rappelez les différents codages en bande de base que vous connaissez. Illustrez les par des diagrammes temporels pour le message suivant : "01011010000011".

Question 3 Rappelez les trois modulations de base utilisées pour la transposition en fréquence.

Question 4 Donnez les avantages respectifs de ces deux techniques de modulation.

2 Le décideur

On s'intéresse maintenant au mécanisme de décision (cf. cours). Ce mécanisme s'avère nécessaire puisqu'il y a des bruits qui se superposent au signal. Le signal émis $x(t)$ est augmenté du bruit $b(t)$. Le décideur estime la valeur émise $x'(t)$ en fonction de la valeur reçue $x(t) + b(t)$.

Nous supposons que le signal émis prend les valeurs $+s$ et $-s$ avec la même probabilité et que le bruit est modélisé par une variable aléatoire gaussienne centrée d'écart type β .

Rappelons les caractéristiques de la loi de Gauss (ou de Laplace) :

- si $v(t)$ est une variable aléatoire $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.
- $w(t) = (v(t) - \mu)/\sigma$ est une variable aléatoire normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.
- *prob* ($w < -a$) = *prob* ($w > a$) (symétrie par rapport à zéro).

Le décideur est constitué d'un échantillonneur et d'un décideur. L'échantillonneur permet d'obtenir la valeur du signal reçu à l'instant t_0 . Le décideur à seuil compare l'échantillon du signal reçu à un seuil. Dans notre cas le seuil choisi est la valeur nulle :

- si $x(t_0) + b(t_0) \geq 0$, on décide que $x'(t_0) = +s$,
- si $x(t_0) + b(t_0) < 0$, on décide que $x'(t_0) = -s$.

Question 5 Soit x, b et x' les valeurs des signaux $x(t), b(t)$ et $x'(t)$ à l'instant t_0 de l'échantillonnage. Calculez la probabilité que la décision prise soit une erreur : *prob* ($x' \neq x$).

Question 6 Calculez la puissance du signal P_b ($= E[x^2]$) et la puissance du bruit P_b ($= E[b^2]$).

Question 7 Calculez le rapport signal sur bruit S/B exprimé en décibel et défini par : $S/B = 10 * \log_{10}(P_s/P_b)$.

Question 8 En déduire une relation entre la probabilité d'erreur et le rapport signal sur bruit.

Question 9 Calculez la probabilité d'erreur pour un rapport signal sur bruit égal à 10 décibels.

3 Formule de Shannon

Cette formule donne le débit binaire théorique D exprimé en bits par seconde d'un support. Ce débit est fonction de la bande passante W exprimée en Hertz et du rapport de la puissance du signal sur la puissance du bruit du support : $D = W * \log_2(1 + P_s/P_b)$.

Question 10 Calculez le débit maximum d'une ligne téléphonique normale. Sa bande passante est comprise entre 300 Hz et 3400 Hz, et son rapport signal sur bruit (S/B) est de 30 dB.