

Université de Rennes 1

1ère session 2005-2006

IFSIC

12-05-06, 10h30-12h30

Licence STS, portail MIPE, 2^e année

Calculateur, calcul, calculabilité

Ce sujet comporte 2 pages. Tous les documents de cours, TD et TP sont autorisés. Le barème est indicatif. Toutes les réponses doivent être justifiées (de façon concise mais précise). Utiliser de façon cohérente les notations du cours. Ne pas répondre au hasard.

Partie I - La notion d'extensionnalité (6 points)

Question 1

Rappeler la définition de propriété de programme *extensionnelle*. Expliquer le rôle de cette notion.

Question 2

Les propriétés suivantes sont-elles extensionnelles ? Les formaliser d'abord logiquement puis dire si elles sont extensionnelles.

1. Le programme p calcule une fonction.
2. Le programme p calcule une fonction bornée par une constante c .

Question 3

Est-ce qu'une de ces propriétés est décidable ?

Partie II - NP et réduction (7 points)

Question 4

Rappeler la définition de NP . Expliquer le rôle de cette notion.

Question 5

Rappeler le théorème de Cook. Expliquer sa signification.

Soit le problème P suivant :

Déterminer si une formule propositionnelle quelconque (c-à-d. pas forcément sous forme de conjonction de clauses) est satisfiable.

Soit la réduction suivante :

Prendre une formule propositionnelle quelconque et lui appliquer répétitivement les identités de De Morgan suivantes jusqu'à ce qu'aucune ne s'applique.

Règles *neg* :

$$\neg (A \wedge B) \rightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$$

$$\neg (A \vee B) \rightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$$

$$\neg (\neg A) \rightarrow A$$

Règles *ou* :

$$(A \wedge B) \vee C \rightarrow (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

$$(A \vee (B \wedge C) \rightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Question 6

Quel genre de formules propositionnelles obtient-on si on n'applique que les règles *neg* ?

Quel est dans le pire des cas l'accroissement du nombre de connecteurs dû aux règles *neg* ?

Question 7

Quel genre de formules propositionnelles obtient-on si on applique les règles *ou* à la suite des règles *neg* ?

Quel est dans le pire des cas l'accroissement du nombre de connecteurs dû aux règles *ou* ?

Question 8

Que nous apprendrait une réduction polynomiale de SAT vers P ? De P vers SAT ?

La réduction décrite est-elle une réduction de P vers SAT ou une réduction de SAT vers P ?

Est-elle polynomiale ?

Partie III - Langage WHILE (7 points)

On souhaite mettre en œuvre une affectation multiple dans le langage WHILE. La sémantique intuitive de l'affectation multiple est qu'elle effectue simultanément l'affectation de n valeurs à n variables. Par exemple, dans

$A, B, C := F, G, H ;$

A reçoit la valeur de F, B celle de G et C celle de H. Dans

$A, B := B, A ;$

A reçoit la valeur de B, et B reçoit la valeur de A d'*avant* l'affectation multiple, ce qui est très différent de

$A := B ; B := A ;$

Pour éviter des manipulations d'indices fastidieuses on ne considérera que le cas à 3 affectations simultanées.

Question 9

Proposer une définition formelle de la sémantique de l'affectation multiple dans le style de la définition de SEM_c .

Question 10

Proposer une extension de l'interpréteur WHILE réalisé en travaux pratique pour mettre en œuvre l'affectation multiple. Utiliser pour cela le langage de description d'algorithme plutôt que de programmer en Scheme.

On suppose que les constructeurs et accesseurs d'arbres de syntaxe abstraite pour l'affectation multiple sont :

$SET3, SET3?, SET3 \rightarrow expr1, SET3 \rightarrow expr2, SET3 \rightarrow expr3, SET3 \rightarrow var1, SET3 \rightarrow var2$ et $SET3 \rightarrow var3$.