

# THÈSE

Pour l'obtention du grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées

Diplôme National - Arrêt du 7 août 2006

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGENIEUR

DOMAINE DE RECHERCHE : MECANIQUE DES FLUIDES

Présentée par

**Toutou Baila NDIAYE**

### **Couches de mélange entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse**

Directeur de thèse : **Eric Lamballais**

Co-direction : **Joel Delville – Dominique Heitz**

Soutenue le 18 Décembre 2009 devant la Commission d'Examen

#### **JURY**

M. NAAIM	Directeur de Recherche Cemagref, Grenoble	Président
M. HELLOU	Professeur, INSA Rennes	Rapporteur
S. TARDU	Maître de Conférence HdR, Université Joseph Fourier, Grenoble	Rapporteur
J. DELVILLE	Ingénieur de Recherche CNRS LEA, Poitiers	Examineur
D. HEITZ	Chargé de Recherche Cemagref, Rennes	Examineur
E. LAMBALLAIS	Professeur, Université de Poitiers	Examineur
A. SPOHN	Maître de Conférence ENSMA, Poitiers	Invité



## Avant-propos

La présente étude a été réalisée en partie au CEAT (Centre d'Études Aérodynamiques et Thermiques) de Poitiers et au CEMAGREF de Rennes sous la direction conjointe d'Éric Lamballais, Professeur à l'université de Poitiers, Joël Delville, Ingénieur de Recherche au CNRS et Dominique Heitz, Chargé de Recherche au Cemagref. Je les remercie de m'avoir confié cette étude. Pendant toutes ces années vous avez été là aussi bien scientifiquement qu'humainement et c'est beaucoup. Je vous témoigne toute ma gratitude.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur M. NAAIM, Directeur de Recherches au Cemagref, à Monsieur S. TARDU, de l'université Joseph Fourier ainsi qu'à Monsieur M. HELLOU, Professeur à l'INSA Rennes, pour avoir pris le temps d'examiner ce document et pour avoir bien voulu faire partie du jury.

Je remercie également Messieurs A. Spohn de l'université de Poitiers et J. Carlier du Cemagref pour avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse. Andréas merci pour la visite guidée de l'ENSMA. Johan, je peux te l'avouer maintenant : j'ai une peur "verte" du laser ! Merci pour tous ces réglages.

Je tiens également à remercier Kiki, Carine Fourment, Jean Marc Mougenot, Philippe Georgeault, Philippe Loisel, Michel Loubat, Anthony Guibert pour leur apport technique et Philippe Parnaudeau pour toutes ces heures passées avec Incompact3D, Laurance W. pour toutes ces simulations Fluent, Malick Ndoye pour tous ses fichiers qui simplifient grandement la vie et Amina Omar pour tous ses sos informatiques.

Je remercie G. Arroyo du Cemagref pour toutes ses qualités humaines et qui se traduisent par l'intérêt qu'il témoigne aux membres de son équipe.

C'est l'occasion pour moi de remercier toutes les personnes que j'ai eu à côtoyer aussi bien au CEAT qu'au Cemagref.

Un remerciement tout spécial à Dominique Heitz pour tout, c'est court mais pour quelqu'un qui s'appelle Toutou ça veut tout dire.

Enfin, cette étude n'aurait pas pu être réalisée sans le soutien financier du Cemagref mais aussi de la Région Poitou-Charentes et du LEA. J'en profite pour remercier Messieurs J.C. Valière et N. Petit, directeurs de mes laboratoires d'accueil.



A papinou,  
A Mansour,  
A Aminta,  
A Neina.



# Table des matières

<b>Notations</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Organisation du document	3
<b>2 Étude bibliographique</b>	<b>5</b>
2.1 Couche de mélange	5
2.1.1 Paramètres caractéristiques	6
2.1.1.a Équation de continuité	6
2.1.1.b Équation de quantité de mouvement	6
2.1.2 Zone de similitude	9
2.1.3 Bilan énergétique	11
2.1.3.a Équations de transport du tenseur de Reynolds	11
2.1.3.b Équations de transport d'énergie cinétique turbulente	11
2.1.4 Analyse spectrale	12
2.2 Dispositifs générateur d'un écoulement cisailé constant	13
2.2.1 Distribution spatiale de dispositifs en forme de barreaux ou de plaques planes	14
2.2.2 Distribution spatiale de dispositifs en forme de nids d'abeille	15
2.2.3 Distribution spatiale de dispositifs en forme de grille	17
2.2.3.a L'usage des grilles dans les souffleries	18
2.2.3.b Le coefficient de perte de charge $K$	18
2.2.3.c Le coefficient de déflexion $B$	19
2.2.3.d Le paramètre de cisaillement $\lambda$	20
2.2.3.e Expression analytique de la courbure d'une grille	21
2.2.3.f Conclusion	23
<b>3 Étude paramétrique par DNS de couches de mélange non canoniques</b>	<b>25</b>
3.1 Configurations numériques	25
3.1.1 Description de la méthode numérique	25
3.1.1.a Outil numérique	25
3.1.1.b Équations du mouvement	27
3.1.1.c Méthodes numériques	27
3.1.1.d Domaine de calcul et maillage	27
3.1.1.e Conditions aux limites	28
3.2 Résultats	30
3.2.1 Paramètres de l'écoulement	31
3.2.2 Résultats numériques de la première série de simulations	31
3.2.2.a Profils moyens	32
3.2.2.b Tensions de Reynolds	32

3.2.2.c	Champs de vorticité	41
3.2.3	Résultats numériques de la deuxième série de simulations	42
3.3	Conclusion	44
<b>4</b>	<b>Couches de mélange non canoniques</b>	<b>47</b>
4.1	Configurations expérimentales	47
4.1.1	Description de la soufflerie basses-vitesses HABV	47
4.1.2	Moyens de mesure par anémométrie à fils chauds	49
4.1.2.a	Technique à fils croisés en X et loi d'étalonnage	49
4.1.2.b	Procédure d'étalonnage	50
4.1.2.c	Anémomètres	51
4.1.3	Moyens d'acquisition des données	51
4.1.4	Description des deux écoulements étudiés	53
4.1.4.a	Système de coordonnées et déplacement des sondes de mesures	53
4.1.4.b	Configurations des deux couches de mélange	54
4.1.4.c	Acquisition des mesures	55
4.2	Grandeurs moyennes de l'écoulement	57
4.2.1	évolution des profils de vitesse moyenne	57
4.2.1.a	état du gradient	57
4.2.1.b	Grandeurs caractéristiques et similitude	59
4.2.2	évolution des profils d'intensité turbulente	60
4.2.3	évolution des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement	60
4.3	Analyse de la turbulence	62
4.3.1	Bilans de $\overline{u'^2}$	67
4.3.2	Bilans de $\overline{v'^2}$	67
4.3.3	Bilans de $\overline{u'v'}$	67
4.3.4	Bilans de $\overline{w'^2}$	71
4.3.5	Résultats de l'analyse spectrale	71
4.4	Conclusion	79
<b>5</b>	<b>Génération d'un écoulement cisailé constant</b>	<b>81</b>
5.1	écoulement au travers d'une grille profilée	81
5.1.1	Contexte	81
5.1.2	Objectifs	83
5.2	Matériels et méthodes	84
5.2.1	Description de la soufflerie	84
5.2.2	Description des grilles	85
5.2.3	Mesures PIV	85
5.2.3.a	Composantes de la chaîne d'acquisition	85
5.2.3.b	Paramètres des mesures PIV	87
5.2.4	Paramètres des deux campagnes de mesures	87
5.3	Coefficient de déflexion $B$	87
5.3.1	Méthode de mesure de $B$ et incertitude	87
5.3.2	Distribution de $B$ en fonction de $Re$ , $\sigma$ et $\theta$	90
5.3.3	Comparaison avec la littérature	92
5.3.4	Modélisation de $B$	95
5.4	Paramètre de cisaillement $\lambda$	95
5.4.1	Mesure du paramètre de cisaillement $\lambda$	99



5.4.2	Distribution de $\lambda$ en fonction de $Re$ , $\theta$ et $\sigma$ . . . . .	100
5.4.3	Comparaison avec la littérature . . . . .	102
5.4.4	Modélisation du paramètre de cisaillement $\lambda$ . . . . .	107
5.5	Conclusion . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b> . . . . .	<b>113</b>
6.1	Conclusion . . . . .	113
6.2	Perspectives . . . . .	114
<b>A</b>	<b>Courbure analytique de grilles</b> . . . . .	<b>119</b>
A.1	Détermination de l'espacement d'un ensemble de barreaux devant générer un écoulement cisailé . . . . .	119
A.2	Détermination de la forme à donner à un nid d'abeille pour générer un écoulement cisailé . . . . .	121
A.3	Equation de la courbure d'une grille . . . . .	122
A.4	Equation de la courbure d'une grille par Maull . . . . .	126
<b>B</b>	<b>Schémas numériques</b> . . . . .	<b>129</b>
B.1	Discrétisation spatiale . . . . .	129
B.2	Discrétisation temporelle . . . . .	129
<b>C</b>	<b>Profils complémentaires</b> . . . . .	<b>131</b>
C.1	Équations de transport . . . . .	131
C.1.1	Équation de transport de $\overline{u'v'}$ . . . . .	131
C.1.2	Équation de transport de $\overline{u'^2}$ , $\overline{v'^2}$ et $\overline{w'^2}$ . . . . .	132
C.1.3	Calcul des dérivées . . . . .	133
C.2	Spectres d'énergie . . . . .	134



# Table des figures

1.1	Principe du flux progressif - Dessin d'après Process Magazine, oct.97 . . . . .	2
1.2	Interaction couche de mélange - sillage . . . . .	2
2.1	Instabilités de Kelvin-Helmholtz. . . . .	6
2.2	Profil de couche de mélange en développement spatial. . . . .	9
2.3	Représentation schématique du flux d'énergie cinétique $E$ en fonction du nombre d'onde $k$ dans une couche de mélange turbulente . . . . .	13
2.4	Dispositif expérimental de <a href="#">Rose (1966)</a> . . . . .	14
2.5	Veine d'essai équipé d'un ensemble de barreaux de même diamètre et non-uniformément espacés : Zoom sur l'écoulement cisailé généré par le dispositif expérimental de <a href="#">Rose (1966)</a> représenté sur la figure 2.4. . . . .	14
2.6	Dispositif expérimental de <a href="#">Champagne et al. (1970)</a> . . . . .	15
2.7	Dispositif expérimental de <a href="#">DeSouza et al. (1995)</a> . . . . .	16
2.8	Géométrie de l'écoulement de <a href="#">Kotansky (1966)</a> . . . . .	16
2.9	Dispositif de <a href="#">Rose (1970)</a> . . . . .	17
2.10	Dispositif générant un écoulement cisailé par <a href="#">Maul (1969)</a> . . . . .	17
2.11	Détermination de la courbure d'une grille par <a href="#">Elder (1959)</a> . . . . .	18
2.12	Évolution de la courbure devant générer un écoulement cisailé proposée par la littérature pour une grille de taux de solidité $\sigma = 0.538$ . . . . .	22
3.1	Configurations des profils d'entrée des Simulations Numériques Directes. . . . .	26
3.2	Illustration du maillage du domaine de calcul. Maillage uniforme suivant $x/\delta_{\omega_0}$ et raffiné suivant $y/\delta_{\omega_0}$ pour $n_x = 601$ et $n_y = 257$ . . . . .	28
3.3	Excitation sinusoïdale appliquée à l'entrée du domaine de calcul suivant l'axe $y$ pour un échantillon de $t^* = 0.49$ pas de temps. . . . .	32
3.4	Profils moyens adimensionnés de la vitesse $u$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	33
3.5	Profils moyens adimensionnés de la vitesse $v$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	34

3.6	Profils moyens des tensions de Reynolds $\overline{u'^2}$ adimensionnés par $\Delta U$ en fonction de $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	35
3.7	Profils moyens des tensions de Reynolds $\overline{v'^2}$ adimensionnés par $\Delta U$ en fonction de $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	37
3.8	Profils moyens des tensions de Reynolds $\overline{u'v'}$ adimensionnés par $\Delta U$ en fonction de $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	38
3.9	Profils de l'énergie cinétique, $k$ adimensionnée par $\Delta U^2$ en fonction de $x/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6. . . . .	40
3.10	Isocontours des champs de vorticité à $t^* = 495$ . Ces isocontours vont de $0.03\Delta U/\delta_{\omega_0}$ à $0.3\Delta U/\delta_{\omega_0}$ par pas de $0.05\Delta U/\delta_{\omega_0}$ pour les figures : a) correspondante à la couche de mélange classique, d) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 2, g) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 5 et h) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 6 ; de $-0.03\Delta U/\delta_{\omega_0}$ à $-0.3\Delta U/\delta_{\omega_0}$ par pas de $-0.05\Delta U/\delta_{\omega_0}$ pour les figures : b) correspondante à la couche de mélange classique avec les paramètres de <a href="#">Druault (1999)</a> , c) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 1, e) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 3 et f) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 4. . . . .	43
3.11	Isocontours de la vorticité à $t^* = 2075$ avec des isocontours allant de $-0.8\Delta U/\delta_{\omega_0}$ à $0.05\Delta U/\delta_{\omega_0}$ par pas de $0.09\Delta U/\delta_{\omega_0}$ pour les figures a) et b) et de $0.04\Delta U/\delta_{\omega_0}$ à $0.2\Delta U/\delta_{\omega_0}$ par pas de $0.05\Delta U/\delta_{\omega_0}$ pour les figures c) et d). a) configuration 1 excitée à la fréquence $f_0$ , b) configuration 1 excitée aux fréquences $f_0$ et $f_1$ , c) configuration 3 excitée à la fréquence $f_0$ , d) configuration 3 excitée aux fréquences $f_0$ et $f_1$ . . . . .	45
4.1	Soufflerie <i>HABV</i> du CEMAGREF de Rennes. . . . .	48
4.2	Disposition de la grille chargée de générer l'écoulement cisailé. . . . .	49
4.3	Schéma d'une sonde à fils chauds croisés en X. . . . .	50
4.4	Variation temporelle de la température (en rouge) et de la vitesse (en vert) au cours de la première étape d'étalonnage. . . . .	51

4.5	Variation du carré de la tension pour chacun des deux fils en fonction de la vitesse. En points <i>rouge</i> et <i>vert</i> température de l'écoulement non prise en compte. En points <i>bleu</i> et <i>violet</i> prise en compte de la température de l'écoulement. En traits <i>noir</i> loi d'étalonnage (4.5) avec $\alpha = 0$ .	52
4.6	Variation du carré de la tension du fil 1 en fonction du carré de la tension du fil 2 avec prise en compte de la température, pour $0 \leq U_0 \leq 6,75$ [m/s] et 16 valeurs de l'angle $\alpha$ entre $-38^\circ$ et $38^\circ$ .	53
4.7	Système de coordonnées associé à la soufflerie <i>HABV</i> .	54
4.8	Schémas des deux configurations réalisées expérimentalement.	54
4.9	Maillage des mesures à fils chauds croisés en X.	55
4.10	Évolution des profils de vitesse moyenne $U$ le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	57
4.11	Configuration 1 : Superposition d'une couche de mélange classique avec un gradient de vitesse.	58
4.12	configuration 5 : Superposition des profils de vitesse en début ( $c5_d$ ) et en fin ( $c5_f$ ) de veine d'essais.	58
4.13	Double pente du gradient de cisaillement de nos deux configurations de couche de mélange. $c1$ pour la configuration 1, $c5$ pour la configuration 5.	58
4.14	Évolution des expansions haute et basse de nos couches de mélange ainsi que leur épaisseur de vorticité le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	59
4.15	Évolution de l'axe de nos couches de mélange le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	60
4.16	Évolution des profils d'intensité turbulente le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	61
4.17	Évolution des coefficients de dissymétrie $S_u$ et $S_v$ le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	62
4.18	Évolution des coefficients d'aplatissement $K_u$ et $K_v$ le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	63
4.19	Évolution des profils de vitesse moyenne $U$ le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.	63
4.20	Évolution des moments d'ordre 2 le long de la veine d'essais. <i>A gauche</i> , configuration 1. <i>A droite</i> configuration 5.	64
4.21	Évolution des coefficients d'aplatissement $K_u$ et $K_v$ . <i>A gauche</i> , configuration 1. <i>A droite</i> configuration 5.	65
4.22	Évolution des coefficients de dissymétrie $S_u$ et $S_v$ . <i>A gauche</i> , configuration 1. <i>A droite</i> configuration 5.	66
4.23	Bilans des tensions de Reynolds $\overline{u'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a) $x = 115$ mm, b) $x = 400$ mm, c) $x = 1105$ mm et d) $x = 1490$ mm.	68
4.24	Bilans des tensions de Reynolds $\overline{v'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a) $x = 115$ mm, b) $x = 400$ mm, c) $x = 1105$ mm et d) $x = 1490$ mm.	69
4.25	Bilans des tensions de Reynolds $\overline{u'v'}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a) $x = 115$ mm, b) $x = 400$ mm, c) $x = 1105$ mm et d) $x = 1490$ mm.	70
4.26	Bilans des tensions de Reynolds $\overline{w'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a) $x = 115$ mm, b) $x = 400$ mm, c) $x = 1105$ mm et d) $x = 1490$ mm.	72

4.27	Production des tensions de Reynolds : a) $\overline{u'^2}$ , b) $\overline{v'^2}$ et c) $\overline{u'v'}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5. . . . .	73
4.28	Convection des tensions de Reynolds : a) $\overline{u'^2}$ , b) $\overline{v'^2}$ , c) $\overline{u'v'}$ et d) $\overline{w'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5. . . . .	74
4.29	Diffusion des tensions de Reynolds : a) $\overline{u'^2}$ , b) $\overline{v'^2}$ , c) $\overline{u'v'}$ et d) $\overline{w'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5. . . . .	75
4.30	Dissipation des tensions de Reynolds : a) $\overline{u'^2}$ , b) $\overline{v'^2}$ et c) $\overline{w'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5. . . . .	76
4.31	Transfert visqueux des tensions de Reynolds : a) $\overline{u'^2}$ et b) $\overline{v'^2}$ normalisés par $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5. . . . .	77
4.32	Évolution des spectres d'énergie des composantes longitudinale $u$ et transversale $v$ à $x = 1105$ mm. a) configuration 1, b) configuration 5. . . . .	78
4.33	Comparaison des spectres d'énergie $E_{uu}$ et $E_{vv}$ aux frontières de la couche de mélange à $x = 1105$ mm de la plaque séparatrice. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite. a) $y = 78$ mm et b) $y = -77$ mm. . . . .	80
5.1	Écoulement à l'amont et à l'aval d'une grille courbée au sein de la veine d'essai. . . . .	81
5.2	Distribution de $K$ en fonction du nombre de Reynolds $Re_\theta$ à gauche et du taux de solidité $\sigma$ à droite. Comparaison entre les données de <a href="#">Schubauer et al. (1950)</a> représentées par les symboles et le modèle (5.5) représenté par les courbes. . . . .	83
5.3	Vue du convergent et de la veine d'essais lors des mesures par Vélocimétrie par Imagerie de Particules. . . . .	84
5.4	Représentation schématique d'une grille de maille carrée. . . . .	85
5.5	Système PIV deux composantes d'après Davis FlowMaster Software p.17 . . . . .	86
5.6	Corrélation et fenêtre d'interrogation adaptative - d'après Davis FlowMaster Software p.20 et 220. . . . .	86
5.7	Représentation schématique de la déviation d'un écoulement traversant une grille. . . . .	88
5.8	Champ de vitesse au travers d'une grille inclinée de $30^\circ$ et image de particules correspondante. Le taux de solidité de la grille est $\sigma = 0,589$ . . . . .	88
5.9	Distribution du coefficient de déflexion $B$ en fonction de $Re$ et de $\theta$ . De gauche à droite $\sigma$ est égal à 0,589 0,426 et 0,227. . . . .	90
5.10	Distribution du coefficient de déflexion $B$ , à gauche en fonction du nombre de Reynolds $Re$ , à droite en fonction de l'angle d'inclinaison $\theta$ de la grille. Ces valeurs de $B$ sont obtenues à partir de la grille de taux de solidité a) $\sigma = 0.589$ , b) $\sigma = 0.426$ et c) $\sigma = 0.227$ . . . . .	91
5.11	Écoulement derrière un cylindre en fonction de la valeur du nombre de Reynolds. A gauche avant le nombre de Reynolds critique. A droite, au delà de cette valeur de Reynolds. . . . .	92
5.12	Distribution du coefficient de déflexion $B$ , à gauche en fonction de $Re \cos \theta$ , à droite en fonction de l'angle d'inclinaison $\theta$ de la grille. Ces valeurs de $B$ sont obtenues à partir de la grille de taux de solidité a) $\sigma = 0.589$ , b) $\sigma = 0.426$ et c) $\sigma = 0.227$ . . . . .	93
5.13	Distribution du coefficient de déflexion $B$ , à gauche en fonction de $Re \cos \theta$ , à droite en fonction du taux de solidité $\sigma$ . . . . .	94
5.14	Distribution de $B$ à gauche et de $\partial B/\partial K$ à droite en fonction du coefficient de perte de charge $K$ . Comparaison avec les modèles de <a href="#">Schubauer et al. (1950)</a> , de <a href="#">Elder (1959)</a> et de <a href="#">Gibbings (1973)</a> . Symboles rouges : $\sigma = 0,227$ ; Symboles verts : $\sigma = 0,426$ ; Symboles bleus : $\sigma = 0,589$ . . . . .	94

5.15	Distribution du coefficient de déflexion $B$ en fonction du nombre de Reynolds $Re_{\theta}$ à gauche et du taux de solidité $\sigma$ à droite. De haut en bas, comparaison avec les modèles de <a href="#">Gibbings (1973)</a> , <a href="#">Elder (1959)</a> et <a href="#">Schubauer et al. (1950)</a> . A gauche - en rouges : $\sigma = 0,227$ ; en verts : $\sigma = 0,426$ ; en bleus : $\sigma = 0,589$ . . . . .	96
5.16	Distribution du paramètre de déflexion $B$ en fonction du coefficient de perte de charge $K$ . Comparaison entre le modèle proposé (5.11) et les mesures. Symboles rouges : $\sigma = 0,227$ ; Symboles verts : $\sigma = 0,426$ ; Symboles bleus : $\sigma = 0,589$ . . . . .	97
5.17	A gauche : Distribution de $B$ en fonction de $Re_{\theta}$ et $\sigma$ . A droite : Écart en pourcentage entre le modèle proposé (5.11) et les mesures de $B$ . . . . .	97
5.18	Distribution du coefficient de déflexion $B$ en fonction du nombre de Reynolds $Re_{\theta}$ et du taux de solidité $\sigma$ . Comparaison avec le modèle proposé (5.11). . . . .	97
5.19	Courbures de grille pour $\theta_0 = 30^\circ$ obtenues à partir de l'équation de <a href="#">Maull (1969)</a> et de l'expression de <a href="#">Dunn &amp; Tavoularis (2007)</a> intégrant une correction empirique pour obtenir un gradient de vitesse constant sur toute la hauteur. . . . .	98
5.20	Profils de vitesse mesurés par PIV en amont et en aval d'une grille de porosité $\sigma = 0,426$ inclinée de $30^\circ$ suivant la courbure proposée par <a href="#">Dunn &amp; Tavoularis (2007)</a> , pour une valeur du nombre de Reynolds $Re = 40$ . . . . .	99
5.21	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ et de $\theta_0$ l'angle moyen d'inclinaison de la grille, pour trois valeurs du taux de solidité $\sigma$ . . . . .	100
5.22	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ (figures de gauche) et de $\theta$ l'angle entre le profil de grille et la verticale (figures de droite), pour différentes valeurs du taux de solidité $\sigma$ . De haut en bas $\sigma$ est égal à 0,589, 0,426 et 0,227. . . . .	101
5.23	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ et $Re_{\theta_0}$ pour différentes valeurs du taux de solidité $\sigma$ . . . . .	102
5.24	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ pour différents angles $\theta$ entre le profil de grille et la verticale. A gauche, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de $B$ proposée par <a href="#">Elder (1959)</a> . A droite, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de $B$ proposée par <a href="#">Gibbings (1959)</a> . De haut en bas $\sigma$ est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. . . . .	103
5.25	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ pour différents angles $\theta$ entre le profil de grille et la verticale. A gauche, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de $B$ proposée par <a href="#">Schubauer et al. (1950)</a> . A droite, comparaison avec le modèle obtenu à partir de notre modélisation de $B$ . De haut en bas $\sigma$ est égal à 0.589 0.426 et 0.227. . . . .	104
5.26	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction de l'angle $\theta$ pour différentes valeurs du nombre de Reynolds $Re$ . De haut en bas $\sigma$ est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. A gauche avec $B$ proposé par <a href="#">Elder (1959)</a> . A droite avec $B$ proposé par <a href="#">Gibbings (1973)</a> . . . . .	105
5.27	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction de l'angle $\theta$ pour différentes valeurs du nombre de Reynolds $Re$ . De haut en bas $\sigma$ est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. A gauche avec $B$ proposé par <a href="#">Schubauer et al. (1950)</a> . A droite, avec $B$ obtenu à partir de notre modélisation. . . . .	106
5.28	Distribution du paramètre $E$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison $\theta_0$ de la grille. La distribution de points correspond à la mesure de $E$ par le biais de l'expression (5.15). Les courbes en traits pleins correspondent au modèle (5.2) proposé par <a href="#">Elder (1959)</a> tandis que les courbes traits pointillés correspondent au modèle (5.16). De haut en bas $\sigma$ est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. . . . .	108
5.29	Distribution du paramètre $E$ en fonction de l'angle moyen d'inclinaison $\theta_0$ et du taux de solidité $\sigma$ . Les points correspondent aux mesures de $E$ par le biais de l'expression (5.15). Les courbes correspondent au modèle (5.16) proposé. . . . .	109

5.30	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle $\theta_0$ . De gauche à droite $\sigma = 0,589$ , $\sigma = 0,426$ et $\sigma = 0,227$ . . . . .	109
5.31	Distribution du paramètre de cisaillement $\lambda$ en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle moyen d'inclinaison $\theta_0$ de la grille. De haut en bas $\sigma = 0.589$ , $\sigma = 0.426$ et $\sigma = 0.227$ . . .	110
C.1	Évolution des spectres d'énergie de la composante longitudinale $u$ en fonction de la distance aval : a) $x = 5$ mm, b) $x = 225$ mm, c) $x = 665$ mm, d) $x = 1495$ mm. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite. . . . .	135
C.2	Évolution des spectres d'énergie de la composante verticale $v$ en fonction de la distance aval : a) $x = 5$ mm, b) $x = 225$ mm, c) $x = 665$ mm, d) $x = 1495$ mm. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite. . . . .	136



# Liste des tableaux

2.1	Tableau récapitulatif des différents modèles du coefficient de perte charge $K$ au travers d'une grille. . . . .	19
2.2	Tableau récapitulatif des différents modèles du coefficient de déflexion $B$ . . . . .	20
3.1	Paramètres du domaine de calcul . . . . .	28
3.2	Paramètres de vitesse des simulations numériques. * Pour ces deux dernières simulations $u_1$ correspond à la haute vitesse et $u_2$ à la basse vitesse. . . . .	31
3.3	Recensement des extréma des tensions de Reynolds et du taux l'épanouissement obtenus par différentes simulations numériques bidimensionnelles en développement spatial et différentes études expérimentales (repérées par une astérisque). . . . .	39
3.4	La position en $x$ des différentes zones tourbillonnaires de nos six simulations avec la zone 1 qui correspond à la zone de génération d'un chapelet de structures tourbillonnaires, la zone 2 qui correspond à la zone de convection de ces structures tourbillonnaires et la zone 3 qui correspond à la zone d'appariement de ces structures tourbillonnaires. . . . .	41
4.1	Conditions génératrices des deux écoulements. . . . .	55
4.2	Taux d'expansion des deux écoulements. . . . .	60
4.3	Nombre de Strouhal à $x = 1105$ . . . . .	79
5.1	Caractéristiques géométriques des trois grilles. . . . .	85



# Notations

$U_1$	écoulement à haute vitesse de la couche de mélange classique
$U_2$	écoulement à basse vitesse de la couche de mélange classique
$\Delta U$	différence de vitesse entre $U_1$ et $U_2$
$U_m$	vitesse moyenne de l'écoulement
$\overline{U_c}$	vitesse de convection des structures tourbillonnaires
$\overline{()}$	variable moyenne de l'écoulement
$()'$	variable fluctuante de l'écoulement
$\eta$	variable de similitude spatiale
$\eta_0$	variable de similitude spatiale sur l'axe de la couche de mélange
$\sigma$	paramètre d'expansion de la couche de mélange
$\sigma_0$	paramètre d'expansion lorsqu'un côté de la couche de mélange est au repos
$\delta_\omega^*$	épaisseur de vorticité de la couche de mélange
$\delta_{\omega_0}$	épaisseur de vorticité de la couche de mélange à l'entrée du domaine de calcul
$\Lambda$	échelle intégrale des structures tourbillonnaires
$\lambda$	échelle de dissipation
$\Theta$	épaisseur de quantité de mouvement de la couche de mélange
$r$	rapport de vitesse de la couche de mélange
$\lambda$	paramètre de vitesse de la couche de mélange
$S_t$	nombre de Strouhal
$f_p$	fréquence caractéristique de la couche de mélange
$\Theta_x$	séparation spatiale des structures tourbillonnaires suivant la direction de l'écoulement
$\beta$	coefficient du taux de vide d'une grille de maille carrée, porositt�
$s$	coefficient de solidité d'une grille de maille carrée
$d$	diamètre de fil d'une grille
$h$	hauteur de la veine d'essai
$l$	écart entre deux fils successifs d'une grille
$x, O_x$	axe longitudinale dans le sens de l'écoulement
$y, O_y$	axe verticale de la veine d'essai
$z, O_z$	axe transversale de la veine d'essai
$B$	coefficient de déflexion des lignes de courant au travers d'un dispositif générateur de cisaillement
$K$	coefficient de pertes de charge au travers d'un dispositif générateur de cisaillement
$\gamma$	coefficient de pertes de charge effective
$u_B$	vitesse de l'écoulement lent dans la couche de mélange classique
$u_H$	vitesse de l'écoulement rapide dans la couche de mélange classique
$U$	vitesse de l'écoulement uniforme en amont du dispositif générateur de cisaillement

$U_n$	vitesse de l'écoulement normale au dispositif générateur de cisaillement
$V_s$	vitesse de l'écoulement tangent au dispositif générateur de cisaillement
$V_{s1}$	vitesse de l'écoulement amont tangent au dispositif générateur de cisaillement
$V_{s2}$	vitesse de l'écoulement aval tangent au dispositif générateur de cisaillement
$\theta$	angle que fait la normale au dispositif générateur de cisaillement avec l'axe longitudinal
$\lambda$	paramètre de cisaillement
$\sigma$	coefficient de solidité d'un ensemble de barreaux ou d'une grille
$L_i$	Hauteur de l'écoulement cisailé dans le domaine de calcul
$\beta_-$	paramètre de cisaillement à gradient négatif
$\beta_+$	paramètre de cisaillement à gradient positif
$\Delta U_{i+}$	Différence de vitesse positive au niveau de l'interface entre l'écoulement uniforme et l'écoulement cisailé.
$\Delta U_{i-}$	Différence de vitesse négative au niveau de l'interface entre l'écoulement uniforme et l'écoulement cisailé.
$\Delta U_{\infty+}$	Différence de vitesse positive entre les écoulements des bords inférieur et supérieur du domaine de calcul.
$\Delta U_{\infty-}$	Différence de vitesse négative entre les écoulements des bords inférieur et supérieur du domaine de calcul.
$t^*$	unité de temps adimensionné par $\frac{\delta\omega_0}{\Delta U_i}$
$f'_e$	Excitation sinusoédale de la couche de mélange

---

# Chapitre 1

## Introduction

De nos jours, les enjeux sociaux et environnementaux font que les industries agro-alimentaires sont de plus en plus sensibles à leur chaîne de production. Dans ces milieux, la transformation et le conditionnement des produits alimentaires s'effectuent dans des environnements de plus en plus propres, traduisant ainsi, la nécessité de protéger au mieux les aliments des pollutions aéroportées. Ainsi, elles cherchent à optimiser la sécurité alimentaire et à prolonger les dates limites de consommation (DLC). Longtemps utilisées, les salles blanches, montrent leurs limites, en effet, contrairement au milieu hospitalier, les volumes à protéger sont plus importants, les intervenants plus nombreux et l'outillage plus conséquent, en milieu industriel, sans oublier le coût énergétique qu'engendrent de telles installations.

Face à ces contraintes, les techniques de protection rapprochée sont de plus en plus utilisées. Cette protection est assurée par le soufflage localisé d'air ultra propre à faible vitesse (0,5m/s) pouvant également fournir l'apport de froid nécessaire à certains aliments. Tout se joue au niveau de l'interface air propre - air ambiant. En effet, l'efficacité de cette technique, verrou technologique, repose sur le confinement spatial du volume de mélange entre ces deux flux d'air afin de limiter tout risque d'effraction.

Le Cemagref à travers son équipe de recherche Metfri, s'investit largement dans la maîtrise des écoulements et transferts de masse et de chaleur pour préserver l'hygiène des aliments. Ses travaux lui ont valu le Flux progressif, il s'agit d'une technique de protection rapprochée destinée aux zones sensibles situées au-dessus d'un plan de travail ou d'une bande convoyeuse. Son originalité réside dans le fait qu'il permet une protection ouverte sur l'air ambiant y compris en cas d'intervention humaine ou robotisée entraînant des pénétrations d'objets tels que bras ou têtes doseuses comme illustré sur la figure 1.1.

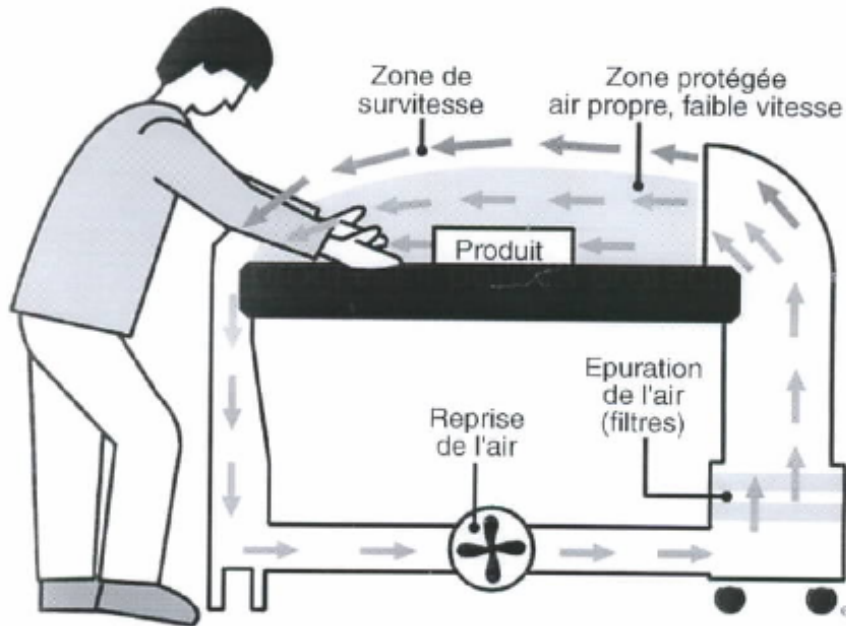


FIG. 1.1 – Principe du flux progressif - Dessin d'après Process Magazine, oct.97

Les thèses de [Heitz \(1999\)](#), [Braud \(2003\)](#) et [Parnaudeau \(2004\)](#), illustrées sur les figures 1.2, ont conduit à une meilleure compréhension des phénomènes physiques qui se mettent en place dans de tels écoulements où interagissent couche de mélange et sillage derrière un barreau cylindrique. Ces études ont porté sur le caractère tridimensionnel de ces écoulements.

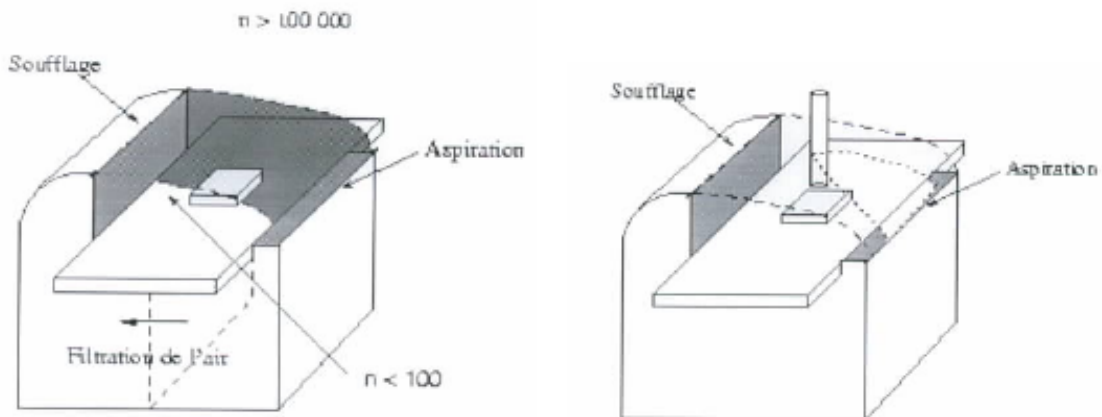


FIG. 1.2 – Interaction couche de mélange - sillage

Cependant pour ce qui est de la zone de mélange, jusqu'à présent, elle était modélisée par une couche de mélange plane forcée entre deux écoulements uniformes. En réalité, les systèmes de soufflage présentent des inhomogénéités du profil de vitesse notamment aux bords. Cela est lié à la qualité de fabrication des filtres installés juste en amont de la sortie d'air ainsi qu'à la modification de la couche limite au travers des filtres. Il en découle que la configuration généralement rencontrée correspond à un écoulement présentant une distribution de vitesse décroissante du bord vers le centre de la bouche de soufflage. La couche de mélange

associée ne correspond plus à la configuration canonique bien documentée dans la littérature (Browand & Latigo (1979), Wygnanski *et al.* (1979b), Dziomba & Fiedler (1985), McInville *et al.* (1985), Bell & Mehta (1990), Mehta (1991)) mais plutôt à ce que l'on nommera une couche de mélange non uniformément cisailée.

D'où l'intitulé de cette thèse : *Couches de mélange entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse*. Il s'agit d'une étude expérimentale innovante car jusqu'à maintenant les travaux publiés ne mentionnent pas ce genre de configuration. Ainsi cette étude devra permettre la modélisation de l'épanouissement des nappes tourbillonnaires et la caractérisation de la zone de mélange. Les objectifs technologiques visent la diminution du mélange, améliorant ainsi l'interface en matière de robustesse et de portée. Quant aux acquis, ils sont importants, tant sur le domaine d'application que sur la connaissance des écoulements impliqués et sur les méthodes d'investigation développées. En effet, le LEA (Laboratoire d'Études Aérodynamiques) de Poitiers et l'équipe ACTA de Rennes ont travaillé sur des situations d'effractions de dispositifs de protection localisée comme en témoignent les trois thèses citées ci-dessus et ont collaboré sur le problème de l'épanouissement des interfaces présentant des différences de température dans le cadre de la thèse de Ndoye (2008).

La méthodologie développée pour notre étude s'articule autour de trois volets :

- Étude paramétrique par simulation numérique directe de couches de mélange forcées entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse.
- Étude expérimentale complète de deux configurations données.
- Mise en place expérimentale d'un écoulement cisailé linéairement.

## 1.1 Organisation du document

Ce document est constitué, outre ce chapitre introductif et la conclusion de quatre chapitres et de trois annexes. Il s'articule de la manière suivante :

Le **chapitre 2** est une revue bibliographique en deux parties. Dans la première partie, nous effectuons quelques rappels liés aux écoulements de couche de mélange. Ces rappels concernent essentiellement les paramètres de la couche de mélange classique, les critères d'établissement de la zone de similitude ainsi que les équations de bilans d'énergie. L'analyse spectrale y est également introduite afin de pouvoir établir la dynamique des structures tourbillonnaires. Quant à la seconde partie de cette revue bibliographique, elle est consacrée aux différentes techniques de génération d'écoulements cisailés. Bien que ces techniques s'avèrent différentes, le principe reste identique à savoir qu'à l'aval d'une discontinuité au sein d'un écoulement, il se crée une perte de charge et que si cette dernière est fonction de  $y$ , l'écoulement présente un cisaillement. L'efficacité de ces différentes techniques se mesure à la qualité de l'écoulement cisailé obtenu. Ainsi parmi des techniques tels que les plaques perforées, les nids d'abeilles et les grilles, il apparaît que ce sont ces dernières qui permettent d'obtenir un écoulement cisailé linéairement avec de faibles taux de turbulence.

Le **chapitre 3** est consacré aux simulations numériques directes que nous avons réalisées sur six configurations de couche de mélange. Cette étude numérique a été effectuée grâce au code de calcul Incompact3d du LEA. Ce chapitre se décline en trois sections. La première section est dédiée aux différentes configurations que nous avons simulées. Dans cette partie, nous donnons une description du code de calcul Incompact3d, nous y définissons également notre domaine de calcul ainsi que les conditions limites que nous lui avons appliquées. La deuxième section est consacrée à la présentation des profils de vitesse et des champs de vorticités issus de nos différentes simulations numériques. Ce chapitre se clôt par une petite conclusion. En

effet, c'est à la lumière de ces simulations que nous avons fait le choix des deux configurations que nous avons étudié expérimentalement. Il s'agit de deux configurations ayant le même gradient de vitesse mais de vitesse uniforme différente. Ce choix a été fait en fonction des résultats de nos simulations numériques mais également par soucis de confort technique. En effet, cette étude qualitative par DNS, nous a permis de mettre en évidence deux dynamiques de couche de mélange très intéressantes : l'une augmentant le mélange ; l'autre le réduisant. Cependant, l'étude expérimentale de ces deux configurations aurait nécessité une modification de la courbure de grille devant générer l'écoulement cisailé car ces deux configurations présentent des pentes de gradient opposées. C'est ce qui nous a amené à opter pour deux configurations ayant le même gradient de vitesse, gardant ainsi la même courbure de grille pour toutes nos campagnes de mesures.

Le **chapitre 4** est entièrement dédié à la compréhension des phénomènes physiques présents au sein des deux configurations de couche de mélange que nous avons choisi d'étudier. Les résultats qui y sont présentés sont obtenus par anémométrie à fils chauds croisés. Un intérêt particulier est accordé aux bilans des tensions de Reynolds et aux spectres d'énergie. Au travers de cette étude, il apparaît que la première configuration que nous avons étudiée se présente comme une couche de mélange avec production d'énergie. Cette augmentation de l'énergie est nettement visible sur les profils de la RMS. En effet, contrairement à une couche de mélange classique, ici, nous sommes en présence d'une augmentation de la RMS le long de notre veine d'essai. Ce comportement est également visible sur les bilans d'énergie consacrés au terme de production d'énergie. Quant à notre seconde configuration, elle se présente sous la forme d'un sillage tout au long de la veine d'essai. Ainsi l'analyse quantitative des mécanismes énergétiques qui ont cours dans les deux configurations permet de spécifier le caractère inhibiteur ou non du mélange.

Le **chapitre 5** est consacré aux paramètres caractéristiques d'un écoulement cisailé. Comme explicité dans le chapitre bibliographique, en aval d'une grille, il est possible d'obtenir un écoulement cisailé à condition de donner à la grille une courbure adéquate. Cependant, lors de notre étude expérimentale nous nous sommes rendu compte que l'écoulement cisailé obtenu en appliquant l'équation de la courbure de grille donnée par [Maul \(1969\)](#) ne donne pas un écoulement cisailé linéaire mais plutôt un écoulement à double pente de gradient. Ce qui nous a conduit à lancer une étude sur l'écoulement cisailé que génère une grille courbée en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement amont, de l'angle d'inclinaison  $\theta$  des grilles et de leur taux de solidité  $\sigma$ . A cet effet, une soufflerie a été construite pour pouvoir faire des mesures PIV en amont et en aval de grilles de porosité différente. Ces mesures nous ont permis d'accéder aux paramètres caractéristiques d'un écoulement cisailé, que sont le coefficient de déflexion  $B$  et le paramètre de cisaillement  $\lambda$ . Dans ce chapitre, nous revenons sur l'équation de la courbure de grille donnée par [Maul \(1969\)](#). Une description de la soufflerie, des grilles utilisées ainsi que la technique de mesure PIV y est également donnée. A la suite de ces différentes descriptions, vient une présentation de nos résultats expérimentaux d'abord pour le coefficient de déflexion  $B$  et ensuite pour le paramètre de cisaillement  $\lambda$ . Cette présentation des résultats est suivie de comparaisons avec les modèles de la littérature. Au vue de ces comparaisons, nous avons été amenés à proposer de nouveaux modèles pour ces deux paramètres.

L'**annexe A** donne le détail des calculs de courbure de grille présents dans la littérature pour la génération d'écoulement cisailé.

L'**annexe B** présente les schémas de discrétisation spatio-temporelle utilisés par le code de calcul Incompact3d.

L'**annexe C** apporte un complément de figures par rapport au **chapitre 4**.



---

# Chapitre 2

## Étude bibliographique

Comme mentionné dans l'introduction, notre étude porte sur les couches de mélange forcées entre un écoulement uniforme et un écoulement cisailé. Étant donné que les couches de mélange canoniques sont largement documentées dans la littérature, la première section de cette revue bibliographique fait état d'un bref rappel sur les paramètres générales des couches de mélange. Quant à la seconde section bibliographique, elle donne les différentes techniques de génération d'écoulements cisailés constants.

### 2.1 Couche de mélange

Du fait des nombreuses applications qui lui sont liées, la couche de mélange est l'un des écoulements les plus étudiés en laboratoire. Elle se définit comme étant la zone de cisaillement entre deux écoulements. En effet, lorsque deux écoulements de vitesses différentes séparés par une plaque plane se rencontrent, il se crée une couche de mélange au sein de leur interface. Suivant les modules de vitesse et/ou l'orientation des écoulements qui la forment, il existe différents types de couches de mélange à savoir :

- La couche de mélange oblique asymétrique formée par deux écoulements ayant des vecteurs vitesses et des angles d'écoulement différents.
- La couche de mélange oblique symétrique formée par deux écoulements de mêmes vecteurs vitesses et d'angles d'écoulement égaux.
- La couche de mélange classique formée par deux écoulements parallèles ayant des vecteurs vitesses différents.
- La couche de mélange oblique entre deux écoulements parallèles de vecteurs vitesses différents et d'angles d'écoulement égaux mais opposés.

Dans cette section, nous nous intéressons au couche de mélange classique entre deux écoulements parallèles de vitesses différentes. Cette couche de mélange turbulente est le siège d'instabilités nées de l'inertie des deux écoulements qui la génèrent et du terme non linéaire ( $u \text{ grad } u$ ) de l'équation du mouvement. Ces instabilités connues sous le nom d'Instabilités de Kelvin-Helmholtz (cf 2.1) se manifestent par une succession de structures tourbillonnaires avec une périodicité spatio-temporelle. Ces structures tourbillonnaires ont été mises en évidence par visualisation instantanée par ombroscopie lors des travaux de Brown et Roshko (1974). Ces structures primaires bidimensionnelles interagissent entre elles provoquant ainsi une modification locale de la périodicité entraînant ainsi l'apparition de structures secondaires en forme d'épingles à cheveux, donnant ainsi à la turbulence son caractère tridimensionnel. Dans une couche de mélange, les

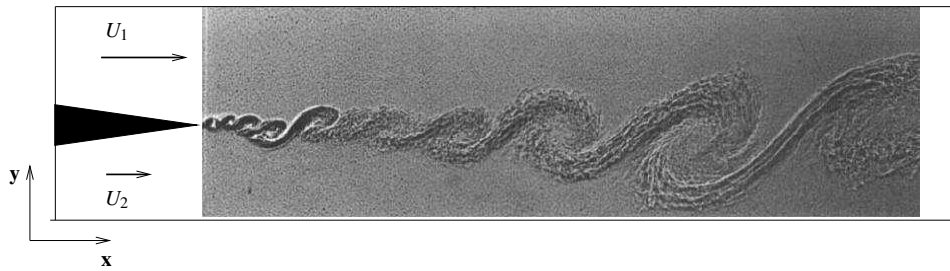


FIG. 2.1 – Instabilités de Kelvin-Helmholtz.

structures tourbillonnaires contribuent de manière significative au transport de quantité de mouvement, de température et de polluants. Ce qui nous conduit à définir les propriétés générales des couches de mélange au travers des paramètres qui les caractérisent.

## 2.1.1 Paramètres caractéristiques

Soient deux écoulements de vitesses  $U_1$  et  $U_2$  avec  $U_1 > U_2$ , au niveau de leur interface le profil moyen de vitesse de la couche de mélange est représenté sur le schéma 2.2. L'expression analytique de cette couche de mélange s'obtient grâce aux équations de quantité de mouvement et de continuité.

### 2.1.1.a Équation de continuité

Cette équation exprime le principe de conservation de la masse. Elle se traduit par une divergence nulle de l'écoulement à savoir :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

### 2.1.1.b Équation de quantité de mouvement

Ces équations connues sous le nom d'équations de Navier-Stokes expriment la contribution des forces de pression et de viscosité à l'accélération d'une particule fluide :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.2)$$

Ces équations peuvent apparaître comme la somme d'un champ moyen et d'un champ fluctuant grâce à la décomposition de Reynolds. En effet selon cette décomposition une quantité instantanée  $g$  est décrite comme étant la somme de sa moyenne temporelle  $\bar{g}$  et d'une fluctuation  $g'$  :

$$g = \bar{g} + g' \quad (2.3)$$

où la moyenne temporelle de  $g$  est définie par :

$$\bar{g} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt \quad (2.4)$$

Par définition les fluctuations sont centrées, de sorte que :

$$\overline{g'} = 0 \quad (2.5)$$

La quantité  $g$  peut représenter une composante de la vitesse, la pression ou la température de l'écoulement.

En introduisant la décomposition de Reynolds,

l'équation de continuité pour le champ moyen est :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.6)$$

et pour le champ fluctuant :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

l'équation de quantité de mouvement pour le champ moyen est :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.8)$$

et pour le champ fluctuant :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

Partant de là, si l'écoulement vérifie les hypothèses suivantes :

- écoulement stationnaire  $\frac{\partial(\bar{\quad})}{\partial t} = 0$ ,
- écoulement homogène suivant l'axe  $z$  parallèle à la plaque séparatrice  $\frac{\partial(\bar{\quad})}{\partial z} = 0$ ,
- écoulement plan  $\bar{w} = 0$ ,  $\overline{uw} = 0$ ,  $\overline{vw} = 0$ ,
- approximation de couche mince  $\bar{v} \ll \bar{u}$  et  $\frac{\partial(\bar{\quad})}{\partial x} \ll \frac{\partial(\bar{\quad})}{\partial y}$ ,
- à l'extérieur de la zone de mélange, les effets visqueux et le gradient longitudinal de pression sont négligeables.

Alors l'écoulement moyen est décrite par :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (2.11)$$

La présence de corrélation double confère à ce système d'équations un caractère ouvert, en ce sens qu'il contient à l'ordre 1 plus d'inconnues que d'équations. Une première façon d'envisager sa fermeture consiste à exprimer directement la corrélation à partir du champ de vitesse moyenne faisant ainsi appel au concept de viscosité de turbulence. Tandis qu'une autre façon consiste à adjoindre au système certaines équations aux dérivées partielles. Pour une explication détaillée, le lecteur pourra se rapporter à l'ouvrage de P. Chassaing.

En supposant que dans la zone développée de la couche de mélange, toutes les grandeurs moyennes et turbulentes peuvent se déduire des profils amont par similitude, alors les grandeurs moyennes satisfont les lois universelles :

$$\frac{\bar{u} - U_2}{U_1 - U_2} = f(\sigma\eta) \quad (2.12)$$

$$\frac{\overline{u'v'}}{(U_1 - U_2)^2} = -g(\sigma\eta) \quad (2.13)$$

La solution pour  $u$  s'écrit :

$$\frac{\bar{u} - U_2}{U_1 - U_2} = \frac{1}{2}(1 + erf(\sigma(\eta - \eta_0))) \quad (2.14)$$

où erf est la fonction définie par :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (2.15)$$

L'intégration de l'équation de la conservation de la masse donne la solution pour  $v$  :

$$\bar{v} = -\frac{\Delta U}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\sigma^2\eta^2} \quad (2.16)$$

Dans ces expressions,

$\eta$  correspond à la variable de similitude qui se définit par  $\eta = \frac{y - y_v}{x - x_v}$  avec  $(x_v, y_v)$  les coordonnées de l'origine virtuelle de la couche de mélange. Sur l'axe de la couche de mélange, la variable de similitude est notée  $\eta_0$ .

$\sigma$  correspond au paramètre d'expansion de la couche de mélange.

$\Delta U$  correspond à la différence de vitesse entre les deux écoulements constituant la couche de mélange.

Le profil de vitesse d'une couche de mélange peut également s'exprimer grâce à une tangente hyperbolique :

$$u(y) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh \left[ \frac{y}{\delta_\omega} \right] \quad (2.17)$$

Dans cette expression analytique,  $\frac{U_1 + U_2}{2}$  correspond à la vitesse moyenne  $U_m$  de la couche de mélange. Dans le cas d'une couche de mélange incompressible, la vitesse moyenne est égale à la vitesse de convection des structures tourbillonnaires notée  $U_c$ .

Quant à  $\delta_\omega$  elle correspond à l'épaisseur de vorticité de la zone de cisaillement. Elle se définit par :

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{max}} \quad (2.18)$$

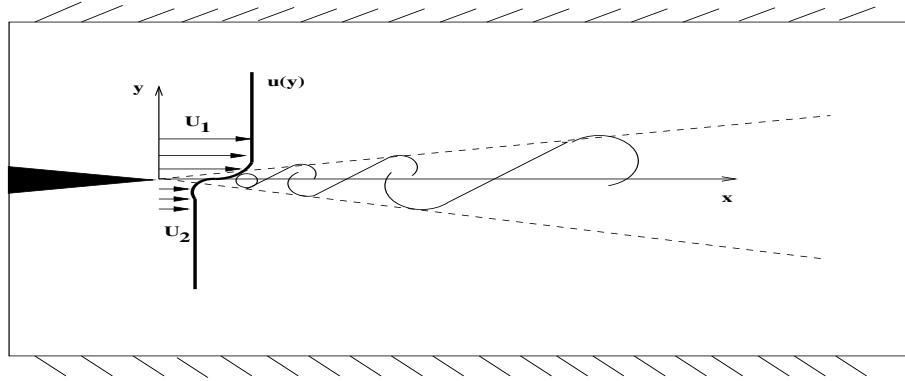


FIG. 2.2 – Profil de couche de mélange en développement spatial.

Ce paramètre évolue le long de l'axe longitudinal de la couche de mélange, ainsi il est lié au paramètre d'expansion  $\sigma$  par la relation :

$$\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{\frac{d\delta_w}{dx}} \quad (2.19)$$

Dans cette relation,  $\frac{d\delta_w}{dx}$  représente le taux d'expansion de la couche de mélange, il peut être remplacé par  $\frac{\sqrt{\pi}\lambda}{\sigma_0}$ , où  $\sigma_0$  correspond au taux d'expansion d'une couche de mélange pour laquelle un côté est au repos. Quant à  $\lambda$ , il représente le paramètre de cisaillement.

L'épaisseur de quantité de mouvement est également un paramètre caractéristique de la couche de mélange. Elle se définit par l'intégrale suivante :

$$\Theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{u} - U_2}{U_1 - U_2} \left(1 - \frac{\bar{u} - U_2}{U_1 - U_2}\right) dy \quad (2.20)$$

Un autre paramètre de la couche de mélange est le rapport de vitesse entre les deux écoulements et se note :

$$r = \frac{U_2}{U_1} \quad (2.21)$$

Souvent, il lui est associé le paramètre de vitesse  $\lambda = \frac{1-r}{1+r}$

Grâce à ces différents paramètres, nous pouvons suivre l'évolution spatiale d'une couche de mélange classique. Cependant, si leurs évolutions sont maintenant bien connues, cela est loin d'être le cas pour une couche de mélange dont un des écoulements est cisailé. En effet, la littérature n'en fait pas mention, par conséquent, il sera intéressant de voir l'influence du cisaillement sur l'évolution spatiale de ces différents paramètres. Cela est abordé dans le chapitre 4 de ce document.

### 2.1.2 Zone de similitude

De manière générale, suivant l'évolution d'une couche de mélange plane entre deux écoulements de vitesses différentes, il apparaît deux zones successives d'évolution bien distincte, il s'agit de la zone de sillage suivie par la zone d'auto-similitude. Alors que la zone de sillage caractérisée par un déficit de vitesse

plus ou moins important est le siège de variations importantes, la seconde zone apparaît elle comme la zone de l'écoulement établi. Cette zone de similitude est atteinte lorsque :

- l'épaisseur de la couche de mélange croît linéairement avec  $x$ , ainsi dans la zone de similitude

$$\delta_w = \frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}(x - x_v) \quad (2.22)$$

- le profil de la vitesse moyenne adimensionné est indépendant de  $x$ ,
- les profils adimensionnés des différents paramètres de la turbulence sont indépendants de  $x$ . En effet lorsque la zone de similitude est atteinte la valeur maximale de toutes les composantes des tenseurs de Reynolds en particuliers  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{w'^2}$  et  $\overline{u'v'}$  doit tendre vers une valeur asymptotique.

D'après Townsend(1976), la relation suivante :

$$-\frac{\overline{u'v'_{max}}}{\Delta U^2} = 0.141 \frac{d\delta_w}{dx} \left( \frac{U_1 + U_2}{U_1 - U_2} \right) \quad (2.23)$$

s'établit lorsque la zone de similitude est atteinte.

Cependant l'apparition de la zone de similitude dépend de certains paramètres et/ou conditions initiales de la couche de mélange. En effet, comme le mentionne [Azim & Islam \(2003\)](#), le développement d'une couche de mélange est très sensible :

- au rapport de vitesse. Comme le montre les travaux de [Mehta \(1991\)](#), la distance d'établissement de la couche de mélange diminue lorsque le rapport de vitesse augmente entre  $0.5 < r < 0.7$  mais qu'au delà la tendance s'inverse et la distance d'établissement augmente avec le rapport de vitesse. Quant au taux d'expansion de la couche de mélange, il diminue avec l'augmentation du rapport de vitesse.
- à l'épaisseur du bord de fuite de la plaque séparatrice. En effet, d'après [Dziomba & Fiedler \(1985\)](#) lorsque l'épaisseur du bord de fuite dépasse 50% de la somme des épaisseurs de déplacement des couches limites de la plaque séparatrice alors son influence sur le développement de la couche de mélange devient significative et plus elle s'épaissit plus la distance d'établissement de la couche de mélange augmente.
- à l'état des couches limites sur la plaque séparatrice, [Browand & Latigo \(1979\)](#) ont étudié l'évolution d'une couche de mélange à partir de couches limites laminaires et turbulentes. Leurs résultats montrent que la couche de mélange se développe plus rapidement lorsque les couches limites sont laminaires. D'après [Bradshaw \(1966\)](#) lorsque la couche limite sur la plaque séparatrice est turbulente, l'augmentation de l'énergie cinétique turbulente absorbe une part importante de la production d'énergie augmentant ainsi la distance d'établissement de la couche de mélange.
- à la présence de bande rugueuse sur la plaque séparatrice. En effet, [Bell & Mehta \(1990\)](#) obtiennent un écart de près de 25% entre le taux d'expansion d'une couche de mélange à partir d'une plaque séparatrice sans présence de bande rugueuse et celui obtenu à partir d'une plaque séparatrice avec présence de bande rugueuse. Et quant à la distance d'établissement de la couche de mélange, elle est plus courte pour une plaque séparatrice avec présence de bande rugueuse.

- à une excitation forcée périodique. D'après [Wynanski et al. \(1979a\)](#) le taux d'expansion d'une couche de mélange dépend de l'amplitude et de la fréquence de l'excitation de la couche de mélange. Ainsi à une fréquence donnée, le taux d'expansion augmente avec l'amplitude de l'excitation forcée. Cependant, il se développe une zone de saturation où l'on ne peut pas contrôler la couche de mélange. De plus dans cette zone le taux d'expansion est plus faible que celui d'une couche de mélange non excitée.
- au taux de turbulence des couches limites,
- au taux de turbulence de l'écoulement,
- à la taille de la veine d'essai.

### 2.1.3 Bilan énergétique

Une manière d'étudier la dynamique d'une couche de mélange passe par l'analyse du processus de gain et de perte de son énergie cinétique turbulente et de ses tensions de Reynolds. Ces bilans énergétiques s'obtiennent en faisant intervenir la décomposition de Reynolds dans une série de manipulations algébriques des équations de continuité et de quantité de mouvement.

#### 2.1.3.a Équations de transport du tenseur de Reynolds

En multipliant l'équation 2.9 par  $u'_k$  nous obtenons :

$$u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \overline{U_j} u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_k u'_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + u'_k u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} u'_k \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu u'_k \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + \overline{u'_k u'_i u'_j} \quad (2.24)$$

En interchangeant les indices libres  $k$  et  $i$ , nous pouvons écrire :

$$u'_i \frac{\partial u'_k}{\partial t} + \overline{U_j} u'_i \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} + u'_i u'_j \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_k} + \nu u'_i \frac{\partial^2 u'_k}{\partial x_j \partial x_j} + \overline{u'_i u'_k u'_j} \quad (2.25)$$

Finalement en ajoutant l'équation 2.24 à l'équation 2.25, en prenant la moyenne et en considérant l'équation de continuité nous obtenons les équations de transport du tenseur de Reynolds. Ces dernières peuvent être exprimées sous la forme d'un bilan :

$$\underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{u'_i u'_k}}{\partial x_j}}_I = -\underbrace{\left( \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_j} \right)}_{II} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left( \overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_k}} + \overline{u'_k \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right)}_{III} - \underbrace{\frac{\partial \overline{u'_i u'_j u'_k}}{\partial x_j}}_{IV} + \nu \underbrace{\left( \overline{u'_i \frac{\partial^2 u'_k}{\partial x_j \partial x_j}} + \overline{u'_k \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j}} \right)}_V \quad (2.26)$$

Le terme I représente la variation totale du tenseur de Reynolds, constituée de la somme des variations temporelle et convective. L'équation 2.26 montre que cette variation totale dépend de plusieurs phénomènes, notamment de l'interaction des tensions de Reynolds avec les gradients de vitesse moyenne (terme II), des corrélations pression-vitesse (terme III), des gradients de corrélations triples (terme IV), ainsi que des interactions visqueuses entre la vitesse et ses gradients (terme V).

#### 2.1.3.b Équations de transport d'énergie cinétique turbulente

L'équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente se définit par :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (2.27)$$

Elle s'obtient en posant  $i = k$  dans l'équation 2.26 :

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{k}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j}}_I = \underbrace{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_{II} - \underbrace{\frac{\partial \bar{k}' u'_k}{\partial x_j}}_{III} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}' u'_j}{\partial x_j}}_{IV} + \underbrace{v \left[ \frac{\partial^2 \bar{k}'}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j \partial x_j} \right]}_V - \underbrace{\frac{1}{\rho} v \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2}_{VI} \quad (2.28)$$

Les différents termes intervenant dans l'équation de bilan de l'énergie cinétique turbulente sont explicités ci-après :

- I : **Convection** de l'énergie cinétique turbulente. Ce terme représente la variation totale de l'énergie. Il correspond à l'apport du travail des tensions de Reynolds dans l'écoulement moyen.
- II : **Production** d'énergie cinétique turbulente par l'interaction des tensions de Reynolds avec les gradients de vitesse moyenne. Ce terme est le plus souvent positif pour les écoulements de cisaillement libre.
- III : **Diffusion** de l'énergie cinétique turbulente par effets des fluctuations de vitesse.
- IV : **Transfert** d'énergie cinétique turbulente par l'interaction pression-vitesse.
- V : **Transfert** d'énergie cinétique turbulente par la viscosité. Il correspond au travail des contraintes visqueuses.
- VI : **Dissipation** d'énergie cinétique turbulente sous forme de chaleur, effectuée par les forces visqueuses. Ce terme est toujours négatif.

En résumé, la variation de l'énergie cinétique turbulente se présente sous la forme de l'équilibre entre les mécanismes de production, de diffusion, de transferts et de dissipation des mouvements turbulents.

Ces équations seront utilisées pour représenter les bilans des équations de transport de notre étude expérimentale sous réserve de quelques hypothèses qui sont établies dans le chapitre 4.

## 2.1.4 Analyse spectrale

Le passage des grosses structures de la couche de mélange est étudié par analyse spectrale. Ainsi grâce à l'analyse spectrale, nous pouvons avoir des informations sur la taille des structures tourbillonnaires, leur importance par rapport à la turbulence aléatoire et leur fréquence caractéristique. Comme le rappelle [Bellin \(1991\)](#), si nous considérons la notion de gros tourbillon “figé“ convecté par l'écoulement moyen, nous pouvons nous attendre à ce que dans cette région de l'écoulement, le passage de ces structures soit lié à l'apparition d'un pic de fréquence sur les spectres, caractéristique de leur séparation temporelle ou spatiale (via l'hypothèse de Taylor). A cette fréquence de passage  $f_p$  peut être associé un nombre de Strouhal  $S_t = f_p \delta_w / U_m$ . Étant donné que la taille moyenne des structures est de l'ordre de  $\delta_w$  et dans le cas où nous supposons que les structures sont centrées en moyenne sur l'axe de la couche de mélange, alors la frontière de la couche de mélange est le lieu où l'information sur ce passage est moins biaisé. Dans ce cas, le nombre de Strouhal correspondant est effectivement indicateur de l'organisation longitudinale privilégiée. Le nombre de Strouhal permet également d'accéder au paramètre de séparation spatiale des structures suivant la direction considérée, ainsi suivant la direction de l'écoulement  $\Lambda_x = \delta_w / S_t$ .



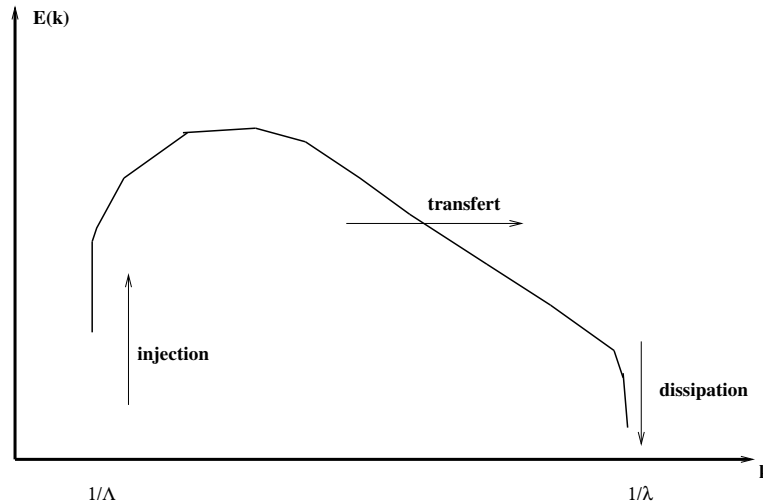


FIG. 2.3 – Représentation schématique du flux d'énergie cinétique  $E$  en fonction du nombre d'onde  $k$  dans une couche de mélange turbulente

Kolmogorov a formalisé en 1941 la dynamique des structures cohérentes dans les écoulements turbulents à travers la notion de cascade d'énergie cinétique (cf figure 2.3). Dans ce processus, l'énergie cinétique fluctuante est "injectée" au niveau de l'échelle spatiale la plus grande de l'écoulement, l'échelle intégrale  $\Lambda$ . Par des mécanismes d'interactions non linéaires une partie de cette énergie "cascade" vers les plus petites échelles. Ce transfert d'énergie a lieu de manière permanente au niveau de l'espace de Fourier représentant l'écoulement. L'hypothèse essentielle de Kolmogorov est que l'énergie cinétique  $\varepsilon$  transférée est la même à toutes les échelles spatiales. Le temps caractéristique de ce transfert est le temps associé au tourbillon d'échelle  $l$  soit  $\tau(l) \propto l/u(l)$  avec  $u(l)$  la fluctuation de vitesse représentative des tourbillons à l'échelle  $l$ . Donc le taux de transfert de l'énergie cinétique  $\varepsilon$  est tel que :

$$\varepsilon \propto u(l)^2 / \tau(l) = u(l)^3 / l \quad (2.29)$$

Tant que les dimensions des tourbillons restent assez grandes, la viscosité joue un rôle négligeable dans l'écoulement. En revanche, lorsque les tourbillons atteignent une taille assez petite  $\lambda$ , la viscosité devient dominante et l'énergie cinétique transférée est dissipée en chaleur. Cette échelle de dissipation  $\lambda$  ou micro-échelle de Kolmogorov peut être évaluée en écrivant que le nombre de Reynolds associé à cette échelle est égal à 1 soit :

$$1 = \frac{\lambda u(\lambda)}{\nu} = \frac{\lambda \varepsilon^{1/3} \lambda^{1/3}}{\nu} \quad (2.30)$$

d'où l'ordre de grandeur de l'échelle de dissipation  $\lambda = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4}$ .

## 2.2 Dispositifs générateur d'un écoulement cisailé constant

Dans cette partie, nous nous intéressons particulièrement à la génération expérimentale d'un écoulement cisailé constant. En effet, la technique, la plus commune pour générer un écoulement plus ou moins uniformément cisailé, est basée sur les pertes de charge dues à une discontinuité au sein de l'écoulement. Cette discontinuité peut être générée par un certain nombre de dispositifs que nous nous proposons de rapporter dans cette partie du document. Ces dispositifs sont désignés en anglais sous le terme de "gauze". Elder (1959) définit comme "gauze" toute distribution spatiale régulière ou non d'obstacles en une surface. A ce titre, une colonne de cylindre, un quadrillage de fils, une plaque perforée, un tissu, une cascade de

profils aérodynamiques, un nid d'abeille ..., placé(e) au sein d'un écoulement génère une perte de charge due aux frottements. De plus, les lignes de courant de l'écoulement uniforme amont au passage de tels dispositifs, subissent une déviation par rapport à la normale de manière analogue à la lumière traversant une paroi. La combinaison de ces deux phénomènes à savoir pertes de charge plus déflexion conduit à une redistribution de l'écoulement qui se traduit par un écoulement cisailé en aval du dispositif utilisé.

### 2.2.1 Distribution spatiale de dispositifs en forme de barreaux ou de plaques planes

Dans ce cas de figure, la littérature fait essentiellement référence aux travaux de [Owen & Zienkiewicz \(1957\)](#), [Rose \(1966\)](#) et [Livesey & Turner \(1964\)](#). Ces auteurs ont réalisé leur dispositif générateur d'écoulement cisailé grâce à un ensemble de barreaux. Comme schématisé sur les figures 2.4 et 2.5, il s'agit de barreaux de même diamètre présentant un espacement non uniforme.

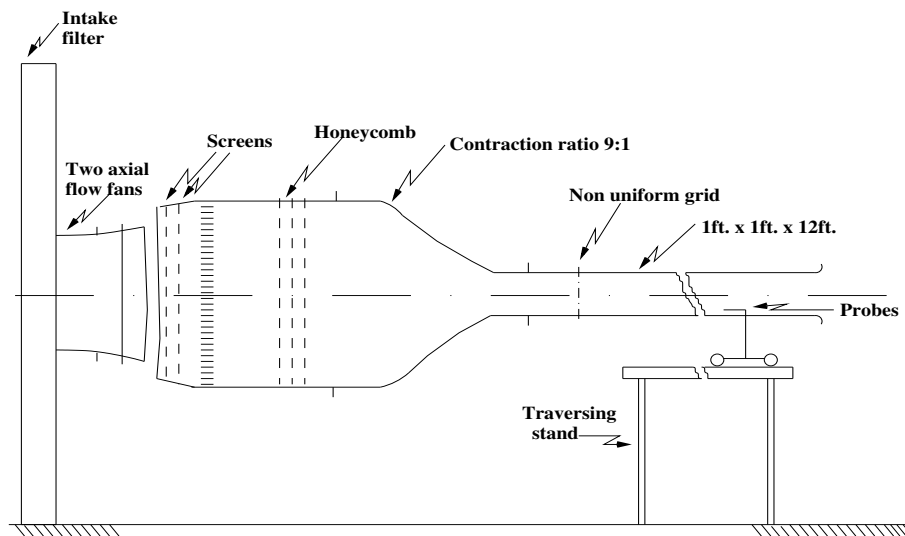


FIG. 2.4 – Dispositif expérimental de [Rose \(1966\)](#)

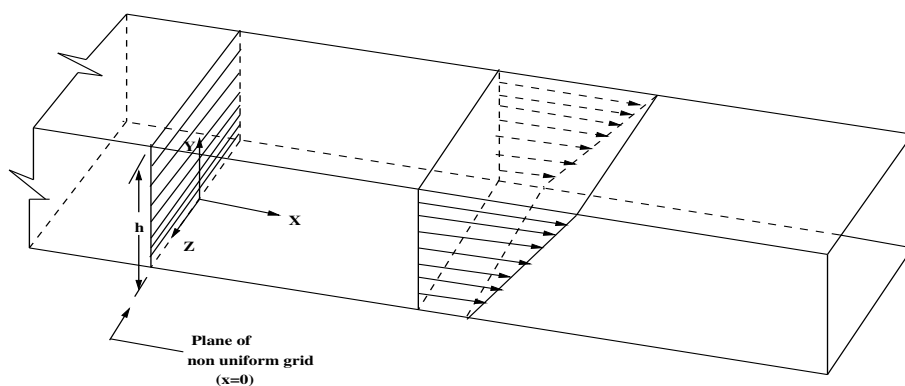
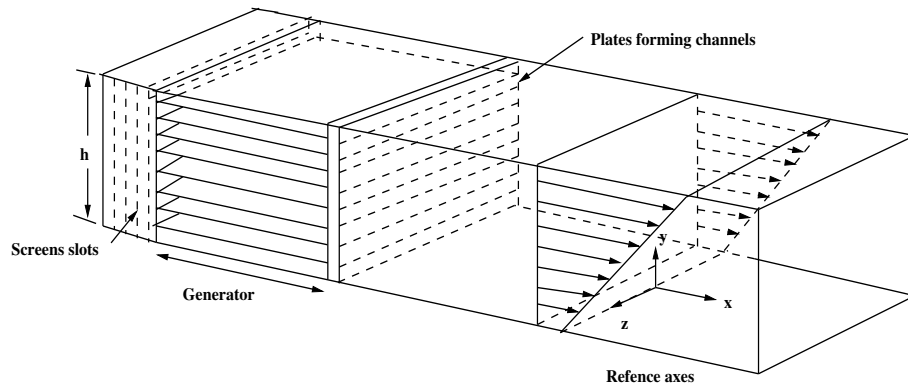


FIG. 2.5 – Veine d'essai équipé d'un ensemble de barreaux de même diamètre et non-uniformément espacés : Zoom sur l'écoulement cisailé généré par le dispositif expérimental de [Rose \(1966\)](#) représenté sur la figure 2.4.

1. [Owen & Zienkiewicz \(1957\)](#) ont déterminé l'espacement des barreaux en se basant sur le blocage qui résulte de la présence de ces derniers dans l'écoulement uniforme. Pour des nombres de Reynolds

FIG. 2.6 – Dispositif expérimental de Champagne *et al.* (1970)

élevés, ce blocage peut être évalué de manière satisfaisante si le coefficient de frottement, basé sur la surface effective des barreaux et la vitesse intersticielle moyenne, est pris égal à 1 (Wieghardt, 1953). L'expression de l'espacement des barreaux en fonction de la hauteur de la veine d'essai est :

$$\frac{\sigma}{(1-\sigma)^2} = K_0 \left[ 1 - \frac{2h\lambda}{U} \left( \frac{1}{K_0} + \frac{1}{1+a} \right) \left( \frac{y}{h} - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (2.31)$$

Le détail du calcul permettant d'aboutir à cette relation est donné dans la partie A.1 de l'Annexe A.

2. Cette technique fut reprise par Rose (1966) (cf figure 2.4). Cependant, l'écoulement qu'il a généré, bien que cisailé présente des gradients latéraux au niveau des échelles intégrales et des microéchelles de Taylor. De plus, cette technique donne des taux de turbulence relativement élevés de l'ordre de 3 à 4 pour cent pour des barreaux de 1mm de diamètre.
3. Champagne *et al.* (1970) ont cherché à pallier ce problème de gradients latéraux des échelles de turbulence en utilisant un ensemble de plaques planes espacées uniformément à la place des barreaux, comme illustrées sur la figure 2.6. Ces plaques forment des canaux à l'intérieur desquels sont disposées des grillages. Ce dispositif leur a permis de réaliser un écoulement cisailé grâce à la perte de charge dans les canaux. Un barreau est placé à la sortie de chaque canal afin de réduire les échelles de longueur et de temps de la turbulence initiale. Cependant l'inconvénient majeur de cette méthode est le fait que la vitesse dans les canaux s'obtient par "trial-error". En effet, la vitesse s'ajuste en jouant sur le nombre et la taille des mailles des grillages placés à l'intérieur des canaux.
4. DeSouza *et al.* (1995) présentent un dispositif légèrement différent (cf figure 2.7). Ils utilisent une plaque perforée pour créer la perte de charge, et à la place des barreaux, ils ont opté pour un second ensemble de plaques. Ce qui a l'avantage d'éviter que la variation de vitesse dans un canal ne se répercute sur les autres canaux. La principale difficulté de cette méthode réside au niveau de la plaque plane perforée. En effet cette dernière est perforée suivant la perte de charge que l'on souhaite avoir dans chaque canal. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage Idelsick (p302) pour plus de détails sur ce genre de perte de charge.

### 2.2.2 Distribution spatiale de dispositifs en forme de nids d'abeille

1. Grâce aux nids d'abeille, Kotansky (1966) a pu obtenir un écoulement cisailé. La géométrie d'un tel écoulement est représentée sur la figure 2.8. Kotansky part du principe qu'étant donnée que dans

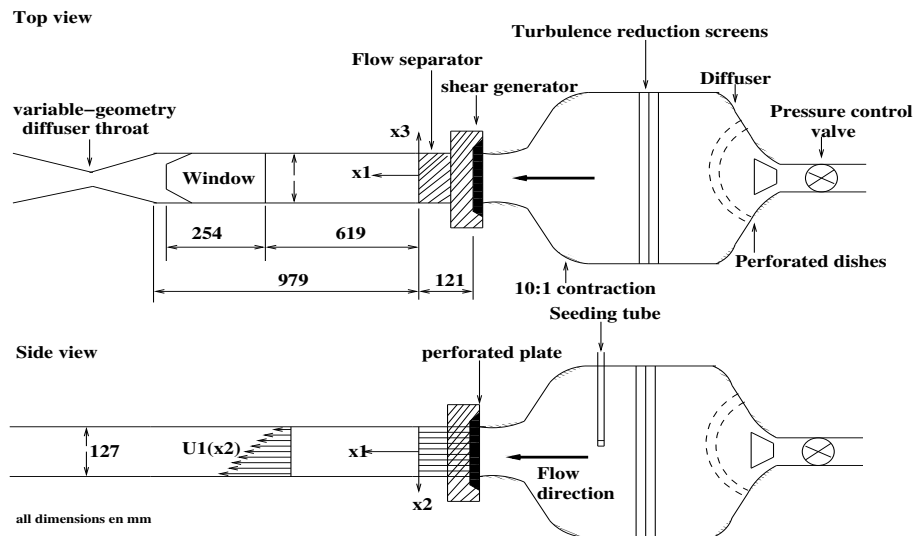


FIG. 2.7 – Dispositif expérimental de DeSouza *et al.* (1995)

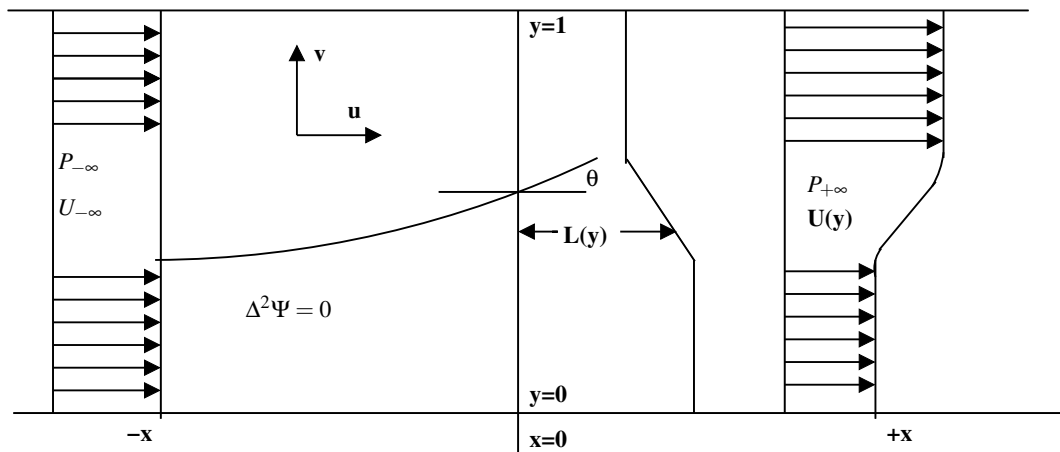


FIG. 2.8 – Géométrie de l'écoulement de Kotansky (1966)

la plus part des souffleries, on souhaite avoir des profils de vitesse uniformes, alors, l'écoulement en amont du nid d'abeille peut être considéré comme un écoulement à potentiel en dehors des couches limites. Cet écoulement peut être étudié grâce aux hypothèses suivantes :

- écoulement parallèle à l'infini amont,
- pas d'écoulement normal aux parois,
- la vitesse axiale au nid d'abeille correspond à la vitesse en aval.

Partant de ces hypothèses, Kotansky a pu établir l'équation de l'écoulement cisailé et en déduire la forme que cela implique pour le nid d'abeille. Cette équation (A.24) est donnée dans l'Annexe A. Suivant la coupe que l'on donne au nid d'abeille, on peut obtenir une large gamme de profils de vitesse.

2. Comme illustré sur la figure 2.9, Rose (1970) a réalisé un autre écoulement cisailé en utilisant un nid d'abeille de mailles hexagonales. Par contre, mis à part la forme des mailles, il n'a pas donné d'informations sur les caractéristiques géométriques de son nid d'abeille.

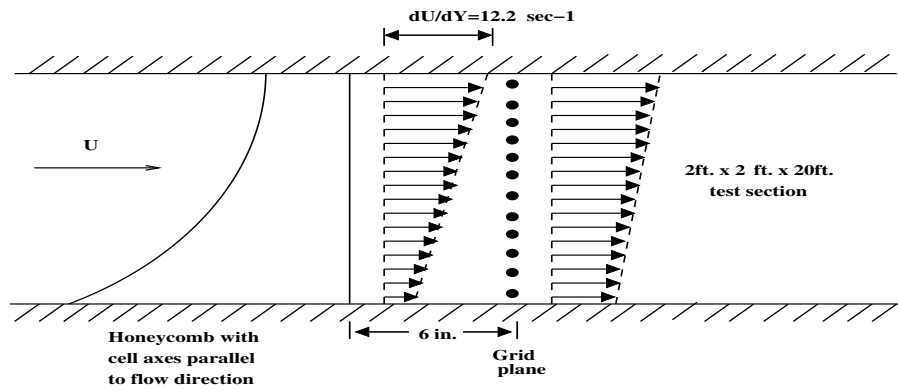


FIG. 2.9 – Dispositif de Rose (1970)

Ces travaux ont permis de montrer que grâce à l'uniformité des cellules, l'écoulement en aval d'un nid d'abeille est plus homogène que celui en aval de barreaux, treillis ou plaques planes perforées.

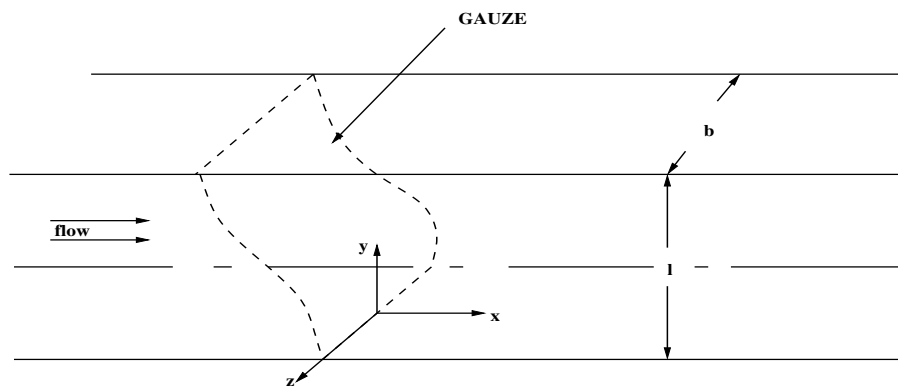


FIG. 2.10 – Dispositif générant un écoulement cisailé par Maull (1969)

### 2.2.3 Distribution spatiale de dispositifs en forme de grille

Comme nous venons de le voir, la génération d'un écoulement cisailé peut s'obtenir en introduisant un gradient de perte de charge au sein d'un écoulement uniforme par effet de blocage grâce à une répartition non uniforme de dispositifs tels que des barreaux, plaques perforées... Cependant, l'écoulement cisailé obtenu présente souvent des non-uniformités au niveau des échelles de la turbulence. Afin d'améliorer cet état de fait, certains auteurs ont opté pour des grilles métalliques comme l'illustre la figure 2.10 tirée des travaux de Maull (1969). Dans ces cas de figures, le cisaillement s'obtient en plaçant la grille dans l'écoulement uniforme suivant une courbure donnée (cf figure 2.11).

Dans cette partie du document, nous nous intéressons à la courbure que doit épouser une grille au niveau de la veine d'essai en vue d'obtenir un écoulement cisailé. L'équation de cette courbure s'obtient en se basant sur le coefficient de perte de charge  $K$  au niveau de la grille, sur le coefficient de déflexion  $B$  des lignes de courant de l'écoulement ainsi que sur les caractéristiques géométriques de la grille utilisée. Dans un premier temps, nous commençons par rappeler l'usage que l'on fait des grilles dans les souffleries, ensuite, nous présentons les différentes modélisations des coefficients  $B$  et  $K$  rencontrés dans la littérature et pour finir ce chapitre nous donnons les équations de courbure utilisées par certains auteurs pour générer des écoulements cisailés, le détail des calculs est donné dans l'Annexe A.

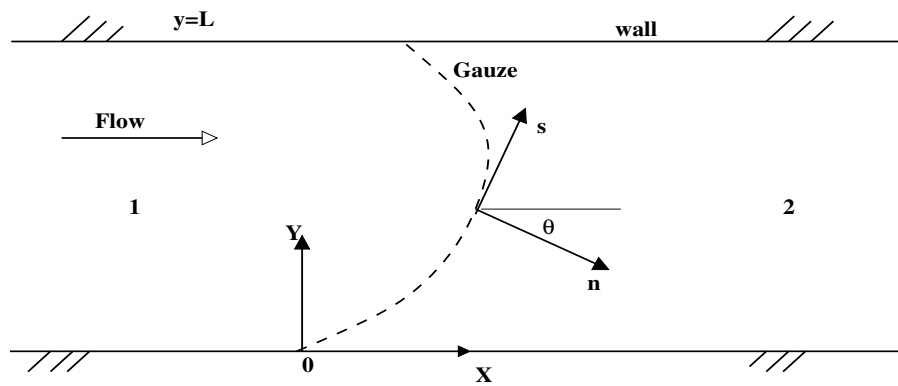


FIG. 2.11 – Détermination de la courbure d’une grille par Elder (1959)

### 2.2.3.a L’usage des grilles dans les souffleries

Suivant l’endroit où elle est placée dans une soufflerie, une grille peut avoir différentes fonctions, notamment celles recensées par Annand (1953) à savoir :

1. filtrer l’air aspiré par les ventilateurs.
2. uniformiser les différences de vitesse au sein de l’écoulement. Schubauer *et al.* (1950) mentionnent dans leur article que Prandtl (1933) fut le premier à définir une expression de ces différences de vitesse, sous forme d’un coefficient à savoir celui de perte de charge.
3. réduire la turbulence de l’écoulement tout en maintenant sa structure inchangée (Taylor & Batchelor, 1949) grâce à l’usage de grilles avec de petit diamètre de fil.
4. augmenter la turbulence de l’écoulement. Dans ce cas cela requiert l’usage de grilles avec un gros diamètre de fil. Ainsi les grosses structures qui se forment dans le sillage des barreaux de la grille créent de la turbulence lorsqu’elles se restructurent en de plus petites structures produisant ainsi de la turbulence de grille.
5. introduire une perte de charge dans l’écoulement. C’est cet aspect des grilles que de nombreux auteurs ont utilisé pour générer un écoulement cisailé soit de manière numérique (Turner (1969), Coelho (1989)) soit de manière expérimentale (Elder (1959), Maull (1969), Castro (1976), Dunn & Tavoularis (2007)).

### 2.2.3.b Le coefficient de perte de charge $K$

Dans une veine d’essai, au travers d’une discontinuité matérialisée dans ce cas de figure par une grille :

- nous avons conservation de la masse  $\rho U_n$  et puisque que l’écoulement est incompressible, la vitesse normale à la grille ne change pas :

$$\Delta U_n = U_{n1} - U_{n2} = 0. \quad (2.32)$$

- de même la quantité de mouvement le long de la normale à la grille se conserve, par conséquent le frottement par unité de surface s’obtient uniquement par  $\Delta p$ , la perte de charge au travers de la grille. En appliquant le théorème de Bernoulli, cette perte de charge est égale à la variation de la pression totale  $p + \frac{1}{2}\rho U^2$  le long d’une ligne de courant en amont et en aval de la grille. Grâce à cette perte de charge, le coefficient de perte de charge de la grille se calcule par :

$$K = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho U_n^2}. \quad (2.33)$$

Selon les résultats expérimentaux, plusieurs modèles de  $K$  sont proposés dans la littérature, parmi lesquels ceux du tableau 2.1. Ce tableau mentionne également le domaine de validité de ces modèles par rapport au nombre de Reynolds.

$K$	Auteurs	Remarques
$\frac{c_2(1-\beta^2)}{\beta^2}$	<a href="#">Annand (1953)</a>	$c_2 = 0.71$ pour $Re = \frac{\bar{U}d}{\nu} = 100$ . $\beta$ correspond à la porosité de la grille. Pour $\beta > 0.27$ , voir même jusqu'à 0.2, connaissant le diamètre du fil, la vitesse, la pression et la température de l'air, <a href="#">Annand (1953)</a> propose un abaque pour déterminer $c_2$ . Pour $\beta = 0.2$ , il estime l'erreur sur la valeur de $K$ à 5.2%, cette erreur passe à 1.3% pour $\beta = 0.8$ .
$\left[ \frac{1-0.95\beta}{0.95\beta} \right]^2 + \frac{88(1-\beta)}{Re}$	Davis (1957)	
$0.12 + \frac{1.51(1-\beta)^2}{\beta^2}$	Harris (1958)	Perte de charge obtenue grâce à un ensemble de barreaux ayant $0.125 < (1-\beta) < 0.625$ et $Re > 1000$ .
$\left( \frac{1-\beta}{\beta} \right)^2$	<a href="#">Elder (1959)</a> , <a href="#">Turner (1969)</a>	
$\frac{c_1(1-\beta)}{\beta^2}$	<a href="#">McCarthy (1964)</a>	$c_1$ est une constante dépendant du nombre de Reynolds ( $\frac{\bar{U}d}{\nu}$ ), d'après leurs mesures expérimentales $c = 0.78$ semble la valeur la plus adéquate.
$0.52 \frac{(1-\beta^2)}{\beta^2}$	<a href="#">Karnik &amp; Tavoularis (1987)</a>	Les mesures expérimentales de <a href="#">Annand (1953)</a> et de Pinker et Herbert(1967) sont généralement en accord avec ce modèle pour $Re > 400$ .
$\left( 0.52 + \frac{17}{Re} \right) \frac{(1-\beta^2)}{\beta^2}$	<a href="#">Karnik &amp; Tavoularis (1987)</a>	Cette modification du modèle précédant permet de tenir compte des bas nombre de Reynolds ( $20 < Re < 400$ ) utilisés par <a href="#">Annand (1953)</a> .

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif des différents modèles du coefficient de perte charge  $K$  au travers d'une grille.

### 2.2.3.c Le coefficient de déflexion $B$

En présence d'une grille inclinée d'un angle  $\theta$  par rapport à la verticale, l'écoulement amont subit une déflexion caractérisée par  $V_{s1} \neq V_{s2}$ . Cette déflexion s'exprime par  $B$ , le coefficient de déflexion qui s'obtient

$B$	Auteurs	Remarques
$1 - 1.1/\sqrt{1+K_\theta}$	Dryden et Schubauer (1947)	$K_\theta > 0.7$ avec $K_\theta = K \cos^2 \theta$ .
$1 - 1.1/\sqrt{1+K}$	Owen & Zienkiewicz (1957)	D'après Turner (1969) ce modèle empirique est plus proche des mesures expérimentales. Cependant Coelho (1989) estime cette approximation satisfaisante que pour des grilles faiblement inclinées.
$1 - (1 + \sqrt{K})^{-1/2}$	Elder (1959)	Il part de l'hypothèse que l'écoulement au travers de la grille équivaut à une allée de vortex équidistants de circulation $\Gamma$ , d'où $V_{s1} = V_{s2} + 2\pi\Gamma/l$ . En reprenant la définition de $B$ , il obtient $B = 2\pi\Gamma/lV_{s1}$ . Si une telle circulation existe, elle est générée au voisinage d'un cylindre, ce qui permet d'écrire que sa circulation est $\Gamma = AdV_{s1}$ avec $A$ une constante et $d$ diamètre du cylindre. Ce qui mène à $B = 2\pi Ad/l$ . Pour une grille de mailles carrées, Elder obtient son modèle de $B$ en introduisant le taux de vide $\beta = (1 - d/l)^2$ , dans l'expression du coefficient de perte de charge $K = [(1 - \beta)/\beta]^2$ et en imposant $2\pi A = 1$ afin que $B$ soit égal à 1 quand $K = \infty$ .
$1 + \frac{K}{4} - \left[ \left( \frac{K}{4} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}$	Gibbins (1973)	Ce modèle est en accord avec les mesures expérimentales pour $0.7 < K < 5.2$ avec des angles d'incidence jusqu'à $45^\circ$ .

TAB. 2.2 – Tableau récapitulatif des différents modèles du coefficient de déflexion  $B$ .

par la relation :

$$\Delta V_s = V_{s1} - V_{s2} = BV_{s1}. \quad (2.34)$$

Les indices de cette relation sont mentionnés sur la figure 2.11. Suivant la courbure de la grille utilisée  $0 \leq B \leq 1$ .

Selon les résultats expérimentaux, plusieurs modèles de  $B$  sont proposés dans la littérature, parmi lesquels ceux du tableau 2.2.

### 2.2.3.d Le paramètre de cisaillement $\lambda$

Dans un écoulement cisailé, l'importance du cisaillement se mesure grâce au paramètre de cisaillement. Des auteurs tels que Rose (1970), Tavoularis & Corrsin (1980), Rohr *et al.* (1987), Harris *et al.* (1977), Tavoularis & Karnik (1989), définissent ce paramètre  $\lambda$  par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{x_1}{\bar{U}_c} \frac{d\bar{U}_1}{dx_2} \quad (2.35)$$



Dans cette relation,  $x_1$  correspond à la distance entre le “flow generator” et la zone où l'écoulement devient pleinement turbulent ;  $\bar{U}_c$  est la vitesse de convection.  $U_1$  correspond à la vitesse de l'écoulement et dépend de  $x_2$ , l'axe suivant la hauteur du canal.

Kappler *et al.* (2005), Woo *et al.* (1989) ont étudié l'écoulement autour d'un cylindre placé dans un écoulement cisailé. Ils définissent le paramètre de cisaillement  $\lambda$  par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{D}{\bar{U}_m} \frac{d\bar{U}(y)}{dy} \quad (2.36)$$

Dans leur relation,  $\bar{U}(y)$  est la vitesse de l'écoulement avec  $y$  l'axe suivant la hauteur du canal,  $D$  représente le diamètre du cylindre.  $U_m$  correspond à la vitesse en milieu de veine.

D'autres auteurs choisissent la hauteur  $H$  du canal comme longueur caractéristique pour déterminer le paramètre de cisaillement. Il s'agit entre autres de Castro & Takamoto (1994), Rose (1966), Karnik & Tavoularis (1987), ils donnent :

$$\lambda = \frac{H}{U_m} \frac{dU}{dy} \quad (2.37)$$

Comme dans la relation 2.36,  $U$  est la vitesse de l'écoulement et dépend de  $y$ , l'axe suivant la hauteur du canal.  $U_m$  correspond à la vitesse en milieu de veine.

Pour leur part, Castro (1976), Turner (1969), Woo & Cermak (1992) s'imposent d'abord une valeur pour le paramètre de cisaillement  $\lambda$ , à partir de là, ils déterminent numériquement leur profil de vitesse cisailé par la relation :

$$u^* - 1 = \lambda \left[ \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \right] \quad (2.38)$$

D'après Castro (1976)  $u^*$  correspond à  $u_\infty$ .

Pour Turner (1969)  $u^*$  correspond à  $\frac{u_\infty}{\bar{U}}$ .

Quant à Woo & Cermak (1992) il prend  $u^*$  égale à  $\frac{U}{U_m}$  où  $U_m$  correspond à la vitesse en milieu de veine.

### 2.2.3.e Expression analytique de la courbure d'une grille

Elder (1959) a été le premier à établir les équations qui régissent l'écoulement au travers d'une grille afin d'en déduire l'expression analytique de la courbure nécessaire à la génération d'un écoulement cisailé. Pour lui, il s'agit de trouver une transformation reliant les profils de vitesse à l'amont et à l'aval d'une grille donnée. Il fait l'hypothèse d'un fluide parfait avec une vitesse tangentielle nulle aux parois et vérifiant les conditions limites (équations (2.32), (2.33) et (2.34)) au niveau de la grille. Les profils de vitesse sont exprimés à l'aide d'une fonction de courant auquel s'ajoute une perturbation au voisinage de la grille. Cette perturbation est déterminée grâce à l'hypothèse que la vorticité se conserve le long d'une ligne de courant excepté au niveau de la discontinuité que matérialise la grille. Grâce à une suite de développement présentée dans la partie A.3 de l'Annexe A, Elder obtient l'équation de la courbure que doit épouser la grille :

$$BE\pi^3 x/\lambda L = -0.915a + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{60}a^5 + \frac{1}{1680}a^7 + \dots \quad (2.39)$$

Cette courbure est représentée sur la figure 2.12.

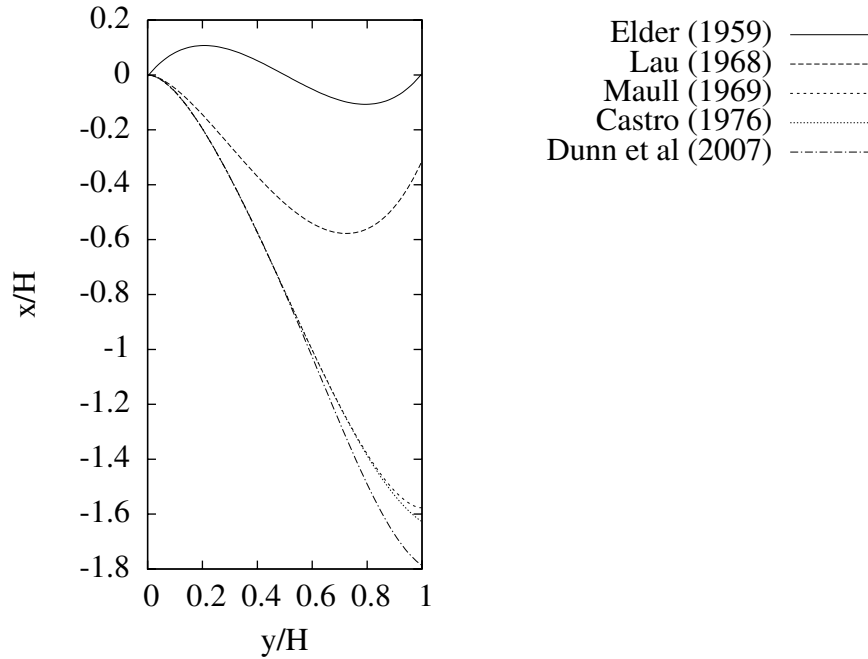


FIG. 2.12 – Évolution de la courbure devant générer un écoulement cisailé proposée par la littérature pour une grille de taux de solidité  $\sigma = 0.538$ .

Cependant en appliquant une grille à cette courbure, [Lau & Baines \(1968\)](#) ont obtenu un profil de vitesse en forme de  $S$  qui ne présente un cisaillement constant que sur 20% de l'écoulement situé en milieu de veine. Ce décrochage du profil est dû au développement en série de Taylor de la relation (A.47) de l'Annexe A. En effet, étant donnée que le développement en série de Taylor de  $\log \tan \frac{1}{2}t$  n'est pas défini en  $t = 0$ , Elder l'a développé en  $t = \frac{1}{2}\pi$  ce qui correspond au milieu de la veine. Afin de lever cette indétermination, Lau et Baines passent par le développement en série de Taylor de  $\log \frac{1}{2}t \tan \frac{1}{2}t$ . A la suite d'une première intégration, ils obtiennent la pente de la grille tandis que la seconde intégration leur donne l'équation de la courbure de la grille,

$$BE\pi^3 x/\lambda L = 4 \left[ \frac{w}{2} \right]^2 \left[ \log w - \frac{3}{2} + \frac{1}{18} \left[ \frac{w}{2} \right]^2 + \frac{7}{1350} \left[ \frac{w}{2} \right]^4 + \frac{31}{14 \times 2835} \left[ \frac{w}{2} \right]^6 + \frac{127}{45 \times 18900} \left[ \frac{w}{2} \right]^8 \dots \right]. \quad (2.40)$$

Cette courbure est représentée sur la figure 2.12.

[Turner \(1969\)](#) a proposé une résolution itérative des relations d'Elder, au final, il dit obtenir un profil en accord avec celui de [Lau & Baines \(1968\)](#). Cependant, comme le souligne [Castro \(1976\)](#) dans ses travaux, lorsqu'on trace le profil de la courbure (cf FIG. 2.12) donné par [Lau & Baines \(1968\)](#), il ne correspond pas à celui représenté dans leur article.

Partant des équations d'Elder, [Maull \(1969\)](#) s'attaque différemment au problème, il utilise un développement en série de Fourier. A la suite de calculs repris dans la partie A.4 de l'Annexe A, il obtient une équation

pour la courbure de la grille égale à :

$$BE\pi^3x/\lambda L = 4 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(2m+1)w}{(2m+1)^3} - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3} \right\} \quad (2.41)$$

Cette courbure est représentée sur la figure 2.12. Cependant le cisaillement qu'il obtient n'est pas uniforme, ce qui le conduit à modifier de manière empirique la courbure de sa grille améliorant ainsi son écoulement sur les 3/4 de sa veine d'essai.

Quant à [Castro \(1976\)](#), il utilise la même méthode de résolution que [Lau & Baines \(1968\)](#), obtenant ainsi :

$$BE\pi^3x/\lambda L = 4 \left[ \left[ \frac{1}{2}w \right]^2 \log \frac{1}{2}w - \frac{3}{2} \left[ \frac{1}{2}w \right]^2 + \frac{1}{18} \left[ \frac{1}{2}w \right]^4 + \frac{7}{1350} \left[ \frac{1}{2}w \right]^6 + O(w^8) \right]. \quad (2.42)$$

Cette courbure est représentée sur la figure 2.12. Ce qui l'amène à conclure à une erreur d'impression au niveau de l'équation de la courbure de grille dans l'article de [Lau & Baines \(1968\)](#) justifiant ainsi l'écart entre les courbures calculé et tracé de ces derniers.

[Dunn & Tavoularis \(2007\)](#) se sont intéressés à l'effet d'un bas Reynolds sur la génération d'un écoulement cisailé. Reprenant l'équation de Maull corrigée, ils évaluent les variations des paramètres de l'équation de la courbure en fonction du nombre de Reynolds.

### 2.2.3.f Conclusion

Comme le montrent les nombreux travaux cités dans la seconde partie de ce chapitre, différentes techniques (barreaux - plaques perforées - nids d'abeille - grilles) peuvent être employées pour générer des écoulements cisailés en soufflerie. Si les techniques diffèrent d'un auteur à l'autre, le principe lui reste le même, à savoir qu'un écoulement cisailé résulte de la combinaison de la perte de charge et de la déflexion qu'oppose une discontinuité à l'écoulement qui la traverse. Dans la plupart des cas, les résultats obtenus restent discutables de par la restriction de la zone cisailée et/ou la faiblesse du paramètre de cisaillement obtenu par rapport à celui escompté au départ ainsi que le taux de turbulence généré par le dispositif de cisaillement. En effet, [Elder \(1959\)](#) n'a obtenu un écoulement cisailé que sur 20% de la hauteur au milieu de sa veine d'essai, quant à [Maull \(1969\)](#), il atteint 50% de sa hauteur de veine d'essai ce qui l'a poussé à modifier empiriquement sa courbure sur l'autre moitié de sa hauteur de veine pour compléter son cisaillement. Pour ce qui est du paramètre de cisaillement, la valeur expérimentale est souvent inférieure à la valeur théorique. Pour pallier à cela, [Woo & Cermak \(1992\)](#) utilisent une succession de deux grilles, dont la première que rencontre l'écoulement uniforme présente une porosité non uniforme tandis que la seconde a une porosité uniforme. L'écart entre les deux grilles doit être le plus faible possible, ce qui permet à la première grille d'induire une perte de charge efficace. Cependant, du fait de la non uniformité de porosité entre les deux grilles, cette distance ne doit pas être trop petite ce qui entraînerait des perturbations au sein de l'écoulement cisailé. D'après leurs mesures, [Woo & Cermak \(1992\)](#) ont déterminé une distance seuil de  $x_0/L = 0.042$  avec  $x_0$ , la position de la seconde grille par rapport à la première grille et  $L$ , la hauteur de la veine d'essai. Ainsi, ils arrivent même à doubler leur paramètre de cisaillement passant de  $\lambda = 0.4$  à  $\lambda = 0.8$  dans un cas et de  $\lambda = 0.6$  à  $\lambda = 1.2$  dans un autre cas.



---

## Chapitre 3

# Étude paramétrique par DNS de couches de mélange non canoniques

Dans ce chapitre nous utilisons la simulation numérique directe (DNS en anglais) pour analyser de manière qualitative l'influence de certains paramètres sur la dynamique des couches de mélange forcées entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse. Pour cette étude numérique nous avons six configurations de couches de mélange et c'est à l'issue de cette étude que nous avons choisi les deux configurations que nous avons étudiées expérimentalement. La première partie de ce chapitre est consacrée à la description des différentes configurations et à la méthode de calcul numérique utilisée. Quant à la seconde partie, elle nous permet de présenter nos résultats numériques en vue de pouvoir conclure sur la dynamique de nos différentes configurations dans la dernière partie du chapitre.

### 3.1 Configurations numériques

Six configurations, schématisées sur la figure 3.1, ont été simulées. Sur ces schémas nous pouvons voir que la couche de mélange se développe entre une zone uniforme représentée par la vitesse  $u_3$  et une zone cisailée de longueur  $L_i$  prolongée par une zone uniforme pour des questions de conditions aux limites.

#### 3.1.1 Description de la méthode numérique

Comme mentionné précédemment, ces configurations sont étudiées par Simulation Numérique Directe. Cette technique numérique permet de simuler toutes les échelles spatio-temporelles de l'écoulement étudié sans la moindre modélisation de tout ou partie du spectre de la turbulence en résolvant directement les équations de Navier Stokes instationnaires. Ainsi, on a accès à toutes les quantités instantanées caractéristiques de l'écoulement telle que la vitesse ou la pression. Ces quantités sont accessibles à chaque pas de temps et dans tout l'espace, i.e, à chaque point de discrétisation du domaine de calcul. Cependant l'absence de modélisation entraîne un coût de calcul important sachant que le nombre de points ( $N^3$ ) du maillage est lié au nombre de Reynolds de l'écoulement ( $Re^{9/4} \propto N^3$  pour une simulation 3D de la turbulence), ce dernier est en général très petit par rapport aux nombres de Reynolds rencontrés pour les écoulements industriels.

##### 3.1.1.a Outil numérique

Cette étude paramétrique a été réalisée avec le code de calcul **Incompact3D** du Laboratoire d'Études Aérodynamiques de Poitiers. Ce code permet de simuler des écoulements incompressibles de type couches de mélange, jets, écoulements derrière un obstacle. Ainsi, il a servi comme moyen de calcul à beaucoup

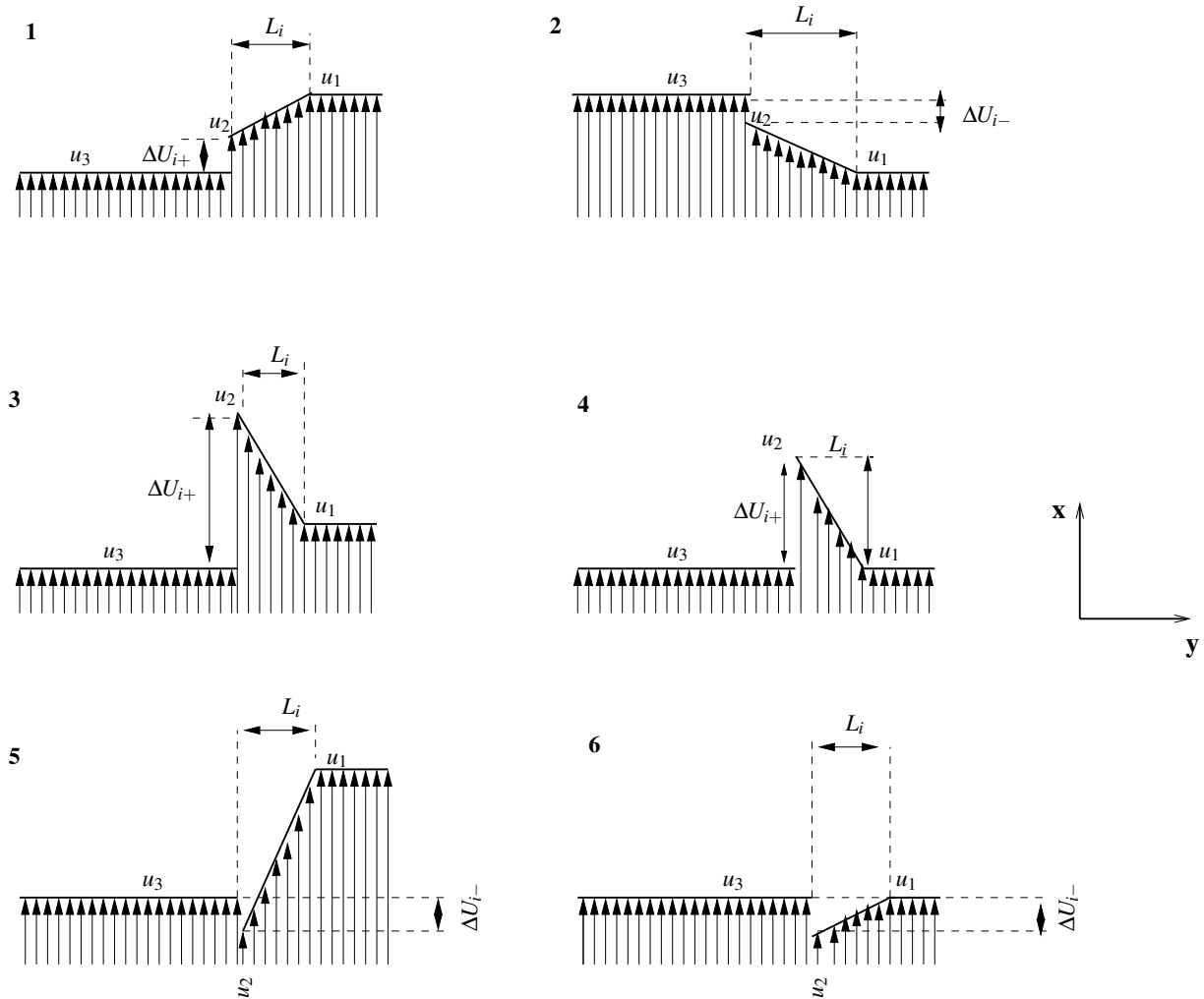


FIG. 3.1 – Configurations des profils d'entrée des Simulations Numériques Directes.

d'études au sein du laboratoire, parmi lesquelles celles de [Druault \(1999\)](#), [Ricaud \(2003\)](#), [Parnaudeau \(2004\)](#), [Laizet \(2005\)](#).

### 3.1.1.b Équations du mouvement

Le code de calcul résout les équations de Navier Stokes instationnaires et incompressibles :

- la condition de divergence nulle ;

$$\nabla \cdot u = 0, \quad (3.1)$$

- et l'équation de conservation de la quantité de mouvement ;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \omega \times u = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_m + \nu \nabla^2 u, \quad (3.2)$$

où  $u(x, y, z, t)$  est le vecteur vitesse,  $\nu$  la viscosité cinématique,  $\rho_0$  la masse volumique,  $p_m(x, y, z, t)$  le champ de pression modifié tel que ;

$$p_m(x, t) = p + \frac{1}{2} \rho_0 u \cdot u, \quad (3.3)$$

$\omega(x, y, z, t)$  est le champ de vorticité obtenu à partir de ;

$$\omega = \nabla \times u. \quad (3.4)$$

### 3.1.1.c Méthodes numériques

Le code de calcul Incompact3D utilise des schémas compacts de dérivation spatiale à l'ordre 6 et pour cette étude, une intégration temporelle par un schéma Adams-Bashforth d'ordre 2. Les schémas compacts présentent l'avantage d'avoir un comportement quasi-spectral, en effet, avec de tels schémas, l'approximation de la dérivée reste proche de la valeur exacte pour une large gamme de nombres d'ondes. De plus, comparés aux schémas classiques, ces schémas ont l'avantage d'avoir un domaine de dépendance réduit pour un ordre donné. Les erreurs de troncature ainsi que d'anisotropie sont également limitées par l'utilisation des schémas compacts. La description des schémas numériques utilisés pour l'intégration temporelle et la dérivation spatiale est présentée dans l'**Annexe B**.

### 3.1.1.d Domaine de calcul et maillage

Cette étude numérique est réalisée en 2D, les paramètres du domaine de calcul sont indiqués dans le tableau 3.1. Ces paramètres sont adimensionnés par  $\delta_{\omega_0}$  et  $\Delta U_i$ .

$\delta_{\omega_0}$  représente l'épaisseur de vorticité à l'entrée du domaine de calcul, elle est prise égale à 1. Quant à  $\Delta U_i$ , elle est égale à la différence de vitesse entre l'écoulement cisailé et l'écoulement uniforme au niveau de l'interface de la couche de mélange à savoir  $\Delta U_i = u_2 - u_3$  (cf. figure 3.1). Sa valeur absolue est prise comme vitesse de référence pour chaque configuration.

Nous nous référons à un repère cartésien  $(O, x, y)$  dont l'origine est le milieu de l'interface entre l'écoulement uniforme et l'écoulement cisailé. Dans le tableau 3.1, les valeurs :

- $L_x$  et  $L_y$  représentent les dimensions du domaine de calcul suivant les directions longitudinale  $x$  et transversale  $y$  respectivement ;

- $n_x$  et  $n_y$  donnent le nombre de points du maillage suivant les directions longitudinale  $x$  et transversale  $y$  respectivement ;
- $\Delta x$  représente le pas du maillage suivant la direction longitudinale  $x$  ;
- le pas de temps est donné par  $\Delta t$ .

Le maillage du domaine de calcul est représenté sur la figure 3.2. Comme nous pouvons le remarquer sur cette figure, ce maillage est uniforme suivant la direction longitudinale avec un pas d'espace  $\Delta x = 0.5\delta_{\omega_0}$  et raffiné suivant la direction transversale. Ce raffinement est centré au niveau de la couche de mélange simulée et symétrique par rapport à l'axe du domaine de calcul.

$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$\Delta t$	$\Delta x$
$300\delta_{\omega_0} \times 512\delta_{\omega_0}$	$601 \times 257$	$0.01\delta_{\omega_0}/\Delta U_i$	$0.5\delta_{\omega_0}$

TAB. 3.1 – Paramètres du domaine de calcul

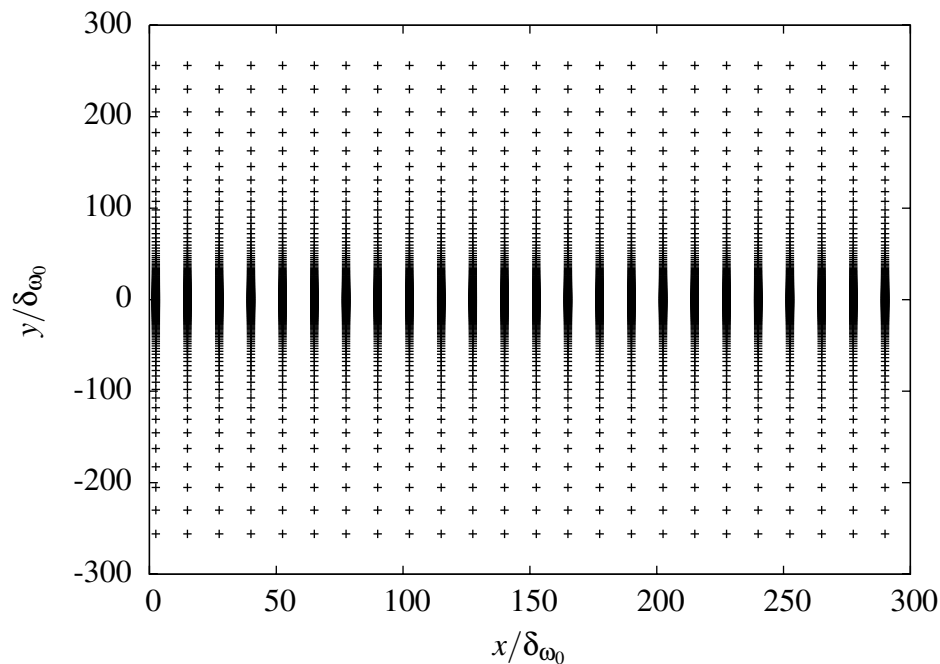


FIG. 3.2 – Illustration du maillage du domaine de calcul. Maillage uniforme suivant  $x/\delta_{\omega_0}$  et raffiné suivant  $y/\delta_{\omega_0}$  pour  $n_x = 601$  et  $n_y = 257$ .

### 3.1.1.e Conditions aux limites

La condition de glissement libre est appliquée aux frontières latérales du domaine de calcul. Cette condition se traduit par :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ et } v = 0 \text{ en } y = \pm \frac{L_y}{2}.$$



### a - Conditions d'entrée

Les simulations sont réalisées avec des conditions de type Dirichlet suivant la direction longitudinale de la vitesse. De manière générale, la tangente hyperbolique est utilisée pour les profils d'entrée lors de la simulation de couche de mélange classique. Dans le cas de cette étude numérique, la tangente hyperbolique est combinée au cosinus hyperbolique afin de générer une couche de mélange entre un écoulement uniforme et un écoulement cisailé. La forme analytique des profils d'entrée est la suivante :

$$\overline{U}(y) = \frac{1}{2} \left[ \tanh(2y_m) - 1 \right] \Delta U_i + \left[ \frac{u_1 - u_2}{2} \right] \left[ \frac{1}{cL_i} \right] \ln \left[ \frac{\cosh(cy_m)}{\cosh[c(y_m - L_i)]} \right] + \left[ \frac{u_1 + u_2}{2} \right] \quad (3.5)$$

Dans cette expression analytique :

- le terme  $\left[ y_m = y - \frac{L_y}{2} \right]$  permet de centrer le profil d'entrée par rapport au domaine de calcul ;
- l'écoulement cisailé est représenté par les vitesses  $u_1$  à l'extérieur et  $u_2$  au niveau de l'interface avec l'écoulement uniforme (cf. figure 3.1) ;
- $L_i$  représente la longueur de l'écoulement cisailé par rapport à la longueur du domaine de calcul. Cette longueur est adimensionnée par  $\delta_{\omega_0}$  ;
- $c$  est un paramètre de courbure qui permet d'arrondir les changements de pente au niveau des profils de vitesse.

Les valeurs des paramètres  $L_i$  et  $c$  sont données dans le tableau 3.2.

Les profils d'entrée obtenus avec l'expression 3.5 et les paramètres associés aux six configurations de la figure 3.1 sont représentés sur les figures 3.4.

### 1 - Premières simulations

Lors de la simulation des six configurations, la gaussienne d'une perturbation aléatoire corrélée spatialement a été appliquée à la condition d'entrée, pour faire disparaître les énergies à faibles échelles afin de ne pas mettre en difficulté les schémas compacts. L'amplitude de cette perturbation est de 10% de la vitesse de référence ( $\Delta U_i$ ).

### 2 - Deuxièmes simulations

D'après les résultats de ces simulations, deux configurations ont été retenues pour l'étude expérimentale (ce choix sera explicité ultérieurement). Une deuxième série de simulations a été réalisée sur ces deux configurations. Cette fois-ci, la gaussienne d'une perturbation de type sinusoïdale a été appliquée au profil d'entrée afin d'exciter les modes de la couche de mélange. Cette excitation est représentée sur la figure 3.3. Son expression analytique est la suivante :

$$f'_e = \Gamma \exp(-0.2y_m^2) \sum_{i=0}^1 \alpha_i \sin(2\pi f_i t_n) \quad (3.6)$$

avec  $\Gamma = \frac{U_c}{\Delta y_{min}}$ ,  $y_m = y - \frac{L_y}{2}$ ,  $f_1 = \frac{f_0}{2}$ ,  $\alpha_1 = \frac{\alpha_0}{2}$ .

Dans cette expression :

- la vitesse  $U_c$  est constante et égale à la vitesse de convection moyenne de la couche de mélange. Pour ces simulations, elle est égale à  $\frac{1}{2}(u_3 + u_2)$  ;
- $t_n$  correspond au pas de temps à la  $n^{ieme}$  itération ;
- $f_0$  représente la fréquence du mode le plus instable de la couche de mélange et  $\alpha_0$ , son amplitude, est égale à  $2.5 \times 10^{-4} \delta_{w_0}^2$ . Cette fréquence se calcule de la façon suivante :

$$\lambda = U_c T = \frac{U_c}{f} = 7 \delta_w \quad (3.7)$$

$$f = \frac{1}{7} \frac{U_c}{\delta_w} = 0.143 \frac{U_c}{\delta_w} \quad (3.8)$$

Cependant C.Moser, E.Lamballais et Y.Gervais<sup>1</sup> ont utilisé :

$$f = 0.132 \frac{U_c}{\delta_w} \quad (3.9)$$

Ce qui a été appliqué pour la suite du calcul. En se plaçant à un endroit du calcul où :

$$\frac{\delta_w}{\delta_{w_0}} = 2 \quad (3.10)$$

nous obtenons,

$$f_0 = \frac{0.132}{2} \frac{U_c}{\delta_{w_0}} \quad (3.11)$$

Ce qui donne au final une fréquence  $f_0 = 0.161 \Delta U_i / \delta_{w_0}$ .

## b - Conditions de sortie

La condition de sortie est une simple équation de convection appliquée à chaque composante  $u_i$  de la vitesse. Elle s'exprime par :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_c \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0. \quad (3.12)$$

## 3.2 Résultats

Six configurations ont été simulées (cf. figure 3.1). Ces simulations ont pour but de cibler les configurations intéressantes pour l'étude expérimentale. Ce que nous cherchons à identifier par le biais de ces simulations, ce sont les configurations qui "mélangent moins". En fonction des résultats obtenus, les simulations ont été poursuivies sur deux configurations.

<sup>1</sup>In direct and large eddy simulation VI, edited by E.Lamballais, R.Friedrich, B.J Geurts and O. Metais, Springer

### 3.2.1 Paramètres de l'écoulement

Dans ce paragraphe, les paramètres de vitesse qui ont servi à la génération des couches de mélange sont présentés dans le tableau 3.2. Ces paramètres sont adimensionnés par  $\Delta U = |u_2 - u_3|$ . Dans ce tableau,  $u_1$  représente la vitesse extérieure de l'écoulement cisailé tandis que  $u_2$  est sa vitesse au niveau de l'interface avec l'écoulement uniforme  $u_3$ . L'écoulement uniforme prend la valeur de  $u_3 = u_2 - \Delta U_{i+}$  pour les configurations numérotées 1, 3 et 4 de la figure 3.1 et  $u_3 = u_2 - \Delta U_{i-}$  pour les configurations numérotées 2, 5 et 6 de la même figure 3.1. Le rapport de vitesse est égal à :

$$r = \frac{u_3}{u_2} \quad (3.13)$$

pour les configurations numérotées 1, 3 et 4 de la figure 3.1 et

$$r = \frac{u_2}{u_3} \quad (3.14)$$

pour les configurations numérotées 2, 5 et 6 de la même figure 3.1.

Pour chaque configuration, nous déterminons la valeur de  $u_2$  en imposant  $|\Delta U_{i\pm}| = 1$  et un rapport de vitesse de 0.66. Les vitesses  $u_1$  sont choisies arbitrairement de manière à avoir un cisaillement bien marqué.

Ce cisaillement est donné par le paramètre de cisaillement  $\lambda = \frac{|u_1 - u_2|}{U_m}$  avec  $U_m = \frac{u_1 + u_2}{2}$ .

A l'entrée du domaine, le nombre de Reynolds est défini par  $\left[ \frac{\Delta U \delta_{\omega_0}}{\nu} \right]$  avec  $\Delta U = |\Delta U_{i\pm}|$ . Ce nombre de Reynolds est égal à 200 pour la première série de simulations et à 400 pour la seconde série de simulations.

<i>Simulation</i>	$u_1$	$u_2$	$\Delta U_i$	$L_i$	$c$	$\lambda$	$u_3$	CFL
1	3.5	2.94	1	20	2	0.174	1.94	0.229
2	2.5	2.94	1	20	2	0.162	1.94	0.193
3	3.5	1.94	-1	20	2	0.573	2.94	0.229
4	1	1.94	-1	20	2	0.639	2.94	0.127
5	1.94	2.94	1	20	2	0.409	1.94	0.193
6	2.94	1.94	-1	20	2	0.409	2.94	0.193
<i>CMC*</i>	2.94	1.94	-	-	2	-	-	0.193
<i>Druault(1999)*</i>	1.78	0.78	-	-	2	-	-	0.139

TAB. 3.2 – Paramètres de vitesse des simulations numériques. \* Pour ces deux dernières simulations  $u_1$  correspond à la haute vitesse et  $u_2$  à la basse vitesse.

### 3.2.2 Résultats numériques de la première série de simulations

Il s'agit d'analyser les caractéristiques de la couche de mélange pour chaque configuration par le biais des vitesses moyennes et des tensions de Reynolds. Quatre sections longitudinales du domaine de calcul,  $x_1 = 160$ ,  $x_2 = 200$ ,  $x_3 = 240$ ,  $x_4 = 280$ , ont été retenues.

L'ensemble des statistiques qui sont représentées a été obtenu à partir d'un échantillon de  $t^* = 499$  pas de temps après évacuation des conditions initiales du domaine de calcul. Lors de cette première série de simulations, à titre de comparaison, nous avons également simulé une couche de mélange classique (CMC) de vitesses adimensionnées  $u_B = 1.94$  et  $u_H = 2.94$ , ainsi que la DNS 2D de rapport de vitesse  $r = 0.4$  étudiée par [Druault \(1999\)](#).

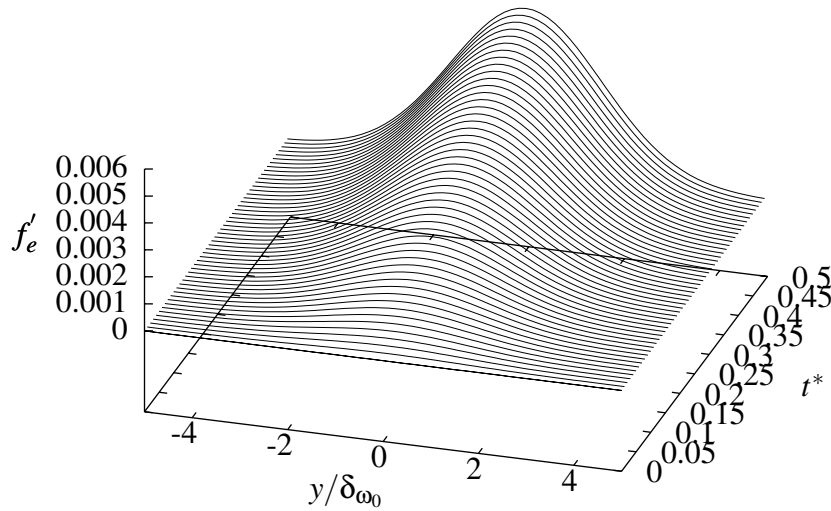


FIG. 3.3 – Excitation sinusoidale appliquée à l’entrée du domaine de calcul suivant l’axe  $y$  pour un échantillon de  $t^* = 0.49$  pas de temps.

### 3.2.2.a Profils moyens

Les figures 3.4 représentent les profils de vitesse moyenne de la composante longitudinale  $\bar{u}/\Delta U$  en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . Il est à noter que la vitesse déficitaire diminue quand  $x$  croît. Ce qui est exactement le contraire pour la simulation de [Druault \(1999\)](#) ( $u_1 = 1.78$ ,  $u_2 = 0.78$ ). Cela s’explique par un effet de confinement chez ce dernier. En effet, le domaine de calcul de [Druault \(1999\)](#) est de  $280\delta_{\omega_0} \times 56\delta_{\omega_0}$  à savoir que son  $L_y$  est neuf fois plus petit que le nôtre. La même conclusion s’applique par rapport aux profils de vitesse moyenne obtenus par [Ricaud \(2003\)](#) dont le domaine de calcul est de  $224\delta_{\omega_0} \times 56\delta_{\omega_0}$ .

Les figures 3.5 représentent les profils de vitesse moyenne de la composante transversale  $\bar{v}/\Delta U$  en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . Mis à part les profils résultants de la simulation de la configuration 2, tous ces profils ont à peu près les mêmes valeurs. En effet, la figure d) se démarque nettement des autres figures de par son niveau d’énergie ainsi que de son manque de convergence. Comme nous le verrons sur les isocontours de vorticité, le signe positif ou négatif des valeurs de ces graphes ainsi que celles qui vont suivre est dû au sens de rotation des structures cohérentes.

### 3.2.2.b Tensions de Reynolds

Les figures 3.6 représentent les tensions de Reynolds adimensionnées  $\overline{u'^2}/\Delta U^2$  de nos simulations. Ces graphes montrent que le niveau de  $\overline{u'^2}/\Delta U^2$  augmente avec  $x$ . De plus, nous notons sur ces graphes, deux bosses de part et d’autre du pic d’énergie. Ces deux bosses se retrouvent également chez [McInville et al. \(1985\)](#), [Inoue & Leonard \(1987\)](#), [Stanley & Sarkar \(1997\)](#) et [Ricaud \(2003\)](#). D’après [Stanley & Sarkar \(1997\)](#), ces bosses illustrent le phénomène d’appariement. De plus, ils montrent que l’appariement affecte plus les profils numériques de  $\overline{u'^2}/\Delta U^2$  en 2D que les mêmes en expérimental. Sur les profils correspondant aux configurations 5 et 6, une des bosses s’estompe à partir de  $x = 180$ .

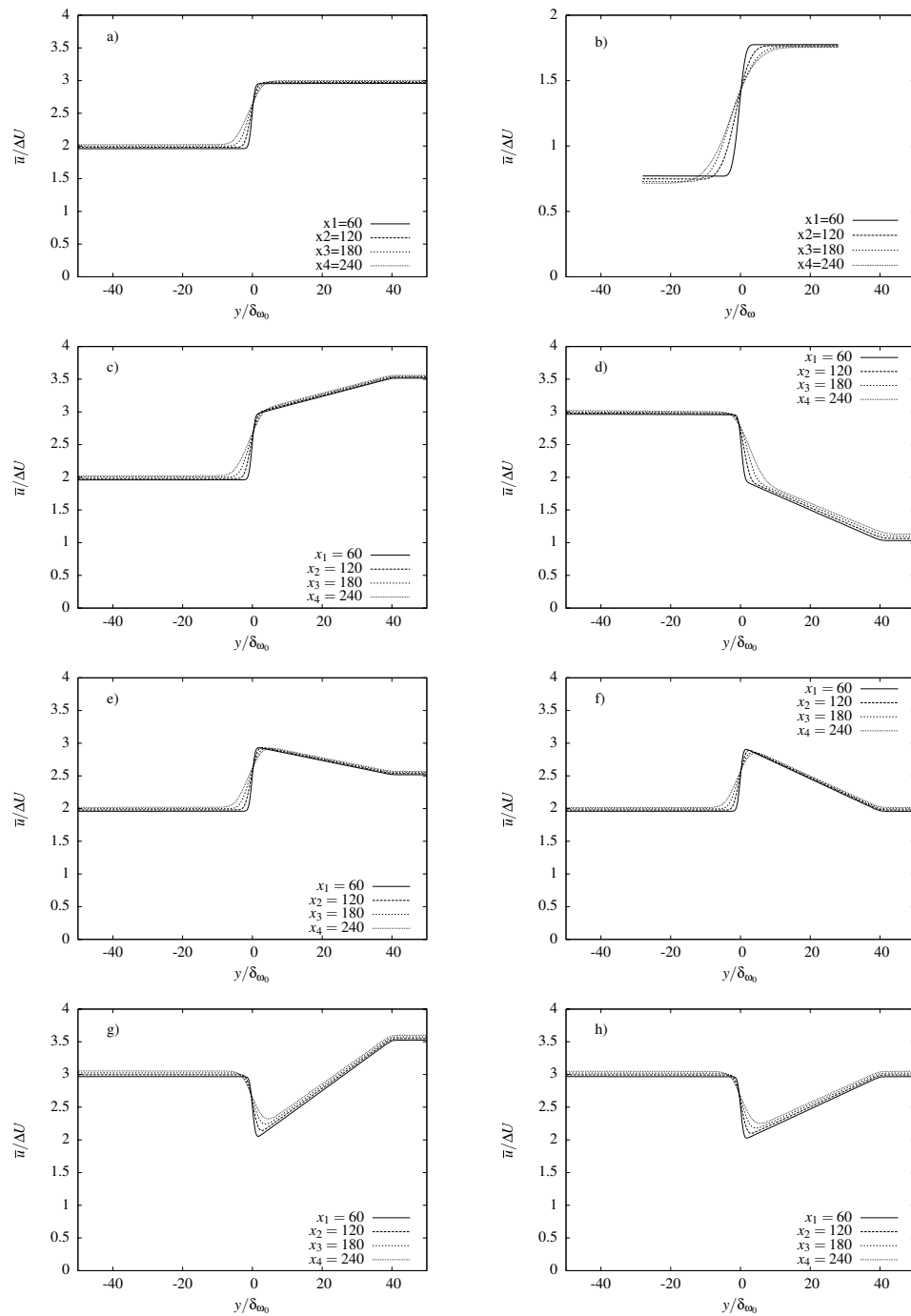


FIG. 3.4 – Profils moyens adimensionnés de la vitesse  $u$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

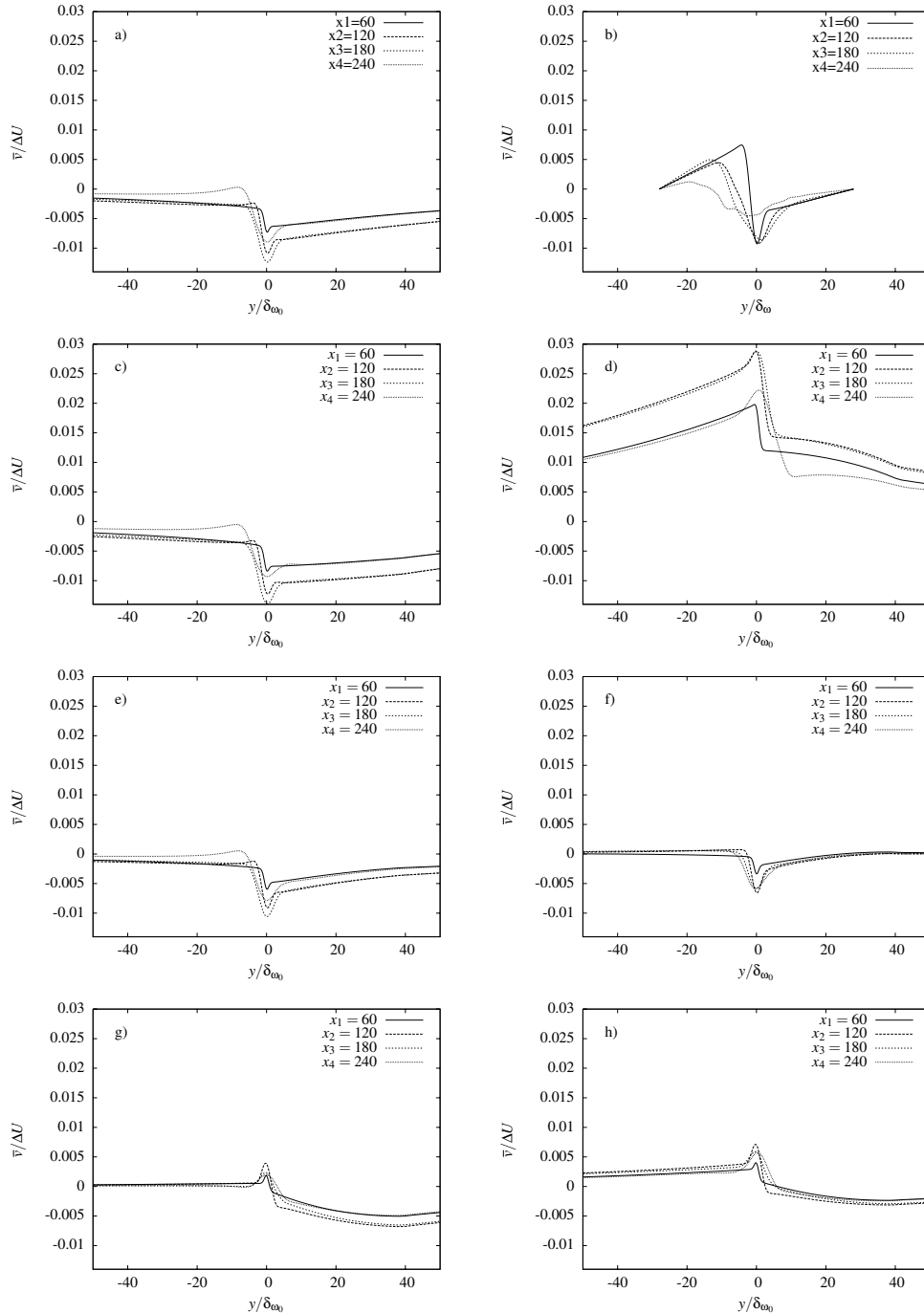


FIG. 3.5 – Profils moyens adimensionnés de la vitesse  $v$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

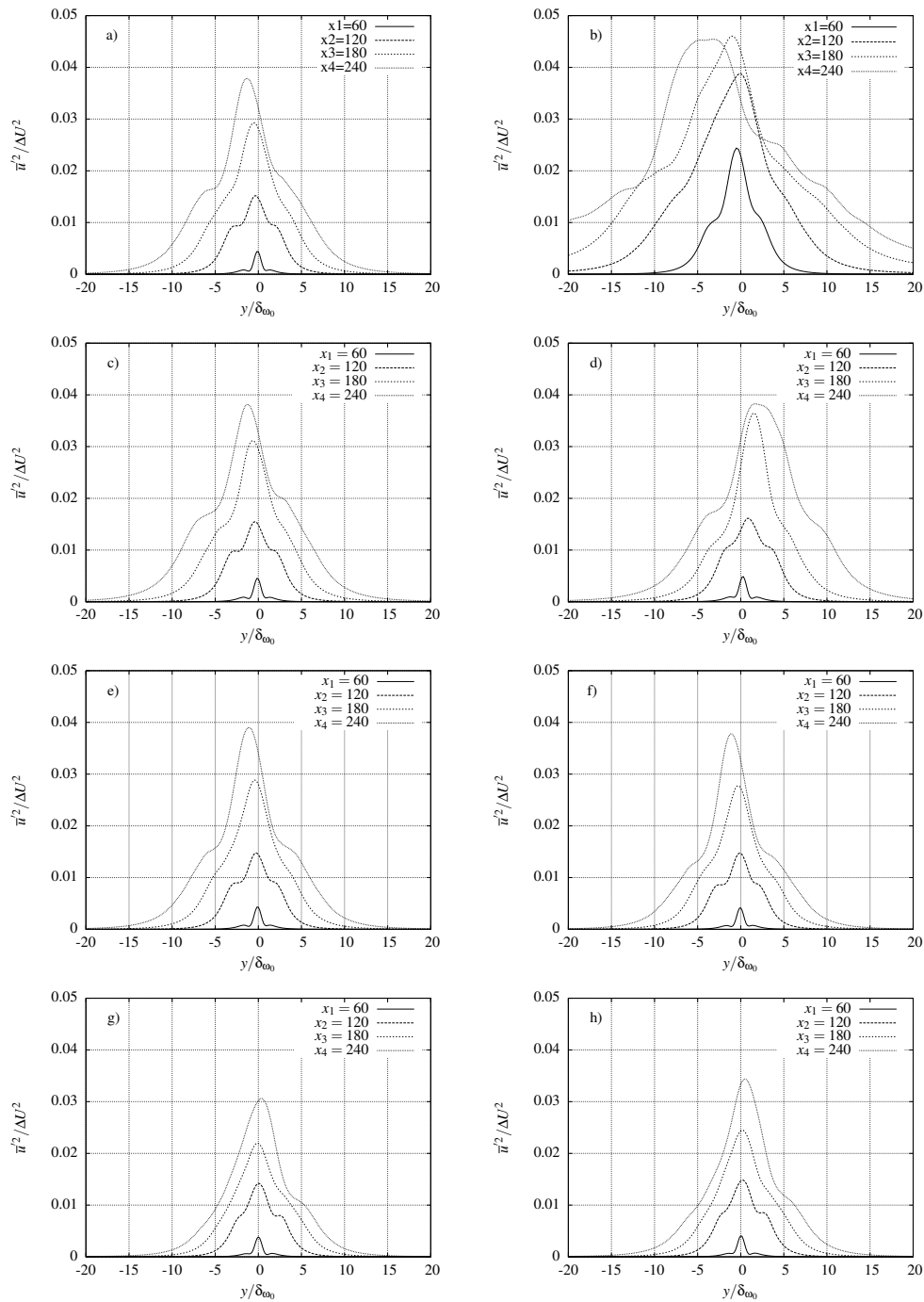


FIG. 3.6 – Profils moyens des tensions de Reynolds  $\overline{u'^2}$  adimensionnés par  $\Delta U$  en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

Un autre aspect de ces profils est qu'ils présentent un décalage du pic d'énergie lorsque  $x$  augmente. Ce décalage met en évidence le déplacement progressif de la couche de mélange vers le côté basse vitesse. Pour les configurations 1, 3 et 4 ce côté basse vitesse correspond à la zone de l'écoulement uniforme tandis que pour les configurations 2, 5 et 6, il correspond à l'écoulement cisailé. Cependant pour les configurations 5 et 6, ce décalage est quasi nul.

Quant aux figures 3.7, elles montrent également un décalage du pic d'énergie relatif aux profils de  $\overline{v'^2}/\Delta U^2$  vers les  $y/\delta_{\omega_0}$  négatifs pour les simulations des configurations 1, 3 et 4 correspondant respectivement aux figures c), e) et f). Par contre, ce décalage se fait vers les  $y/\delta_{\omega_0}$  positifs pour les profils des simulations de la configuration de couche de mélange classique (figure a) ), celle de Druault (1999) (figure b) ) ainsi que celle de la configuration 2 (figure d) ). Si nous regardons les profils obtenus à partir des simulations des configurations 5 et 6 non seulement ce décalage est quasi nul mais de plus leurs niveaux d'énergie restent plus faibles que ceux des autres simulations. Sachant que ce décalage traduit la direction de l'épanouissement de la couche de mélange, il est intéressant de noter que pour les configurations 5 et 6, la couche de mélange reste confinée sur l'axe contrairement à la couche de mélange classique qui plonge vers les basses vitesses.

Les figures 3.8 représentent les profils adimensionnés  $\overline{u'v'}/\Delta U^2$  de nos simulations en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . Comme nous l'avons déjà mentionné pour les figures 3.5, le signe des niveaux d'énergie de ces profils reste lié au sens de rotation des structures tourbillonnaires dans l'écoulement de chacune des six configurations. Sur ces profils, les figures f), g), h) obtenues respectivement à partir des simulations des configurations 4, 5 et 6 se distinguent des autres profils de par un niveau d'énergie plus faible. Il est à noter également la quasi similitude des profils des simulations 5 et 6 numérotés figures g) et h) de même que celle des profils des simulations 3 et 4 numérotés figures e) et d). Cette similitude apparaissait déjà au niveau des profils des figures 3.5, 3.6 et 3.7. Ceci se justifie par le fait que la configuration 5 est la même que la configuration 6, et que la configuration 3 est la même que la configuration 4, seul les niveaux de vitesse changent (cf. figure 3.1).

Le tableau 3.3 permet de comparer les différents maxima de nos tensions de Reynolds avec ceux obtenus par d'autres auteurs de simulations numériques bidimensionnelles en développement spatial et également avec des études expérimentales. Il est à noter que pour nos simulations, les valeurs de ces tensions de Reynolds correspondent à la position  $x_4 = 240\delta_{\omega_0}$ . Par conséquent comme nous pouvons le remarquer sur certains des graphes représentant ces moments d'ordre deux, les valeurs à la position  $x_4$  peuvent être plus faibles que celles des positions  $x_1$ ,  $x_2$  ou  $x_3$ . Comme l'a noté Druault (1999) lors de son étude, nous constatons que les simulations numériques bidimensionnelles surestiment nettement la valeur de  $\overline{v'^2}/\Delta U^2$  comparée aux différentes études expérimentales. Pour nos valeurs de  $\overline{u'v'}/\Delta U^2$ , nous sommes dans la même gamme que l'ensemble de ces auteurs. Tout en tenant compte de la diversité des méthodes utilisées par ces auteurs, cette comparaison nous conforte dans l'idée de la qualité de nos simulations.

L'énergie cinétique turbulente  $(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})/2$  de nos différentes simulations est représentée sur les figures 3.9. D'emblée nous pouvons constater que le maximum de l'énergie cinétique de nos simulations est inférieure à celle de la simulation de Druault (1999), ce qui s'explique par l'effet de confinement dû à la taille du domaine de calcul de ce dernier. En nous référant à notre simulation de référence (figure a) ) nous constatons que l'énergie cinétique des simulations des configurations 1 et 2 (figures c) et d) ) est plus grande que celles des autres simulations notamment celles des configurations 5 et 6 (figures g) et h) ). En effet, l'énergie cinétique des configurations 5 et 6 présente une croissance limitée à partir de  $x/\delta_{\omega_0} = 240$ .



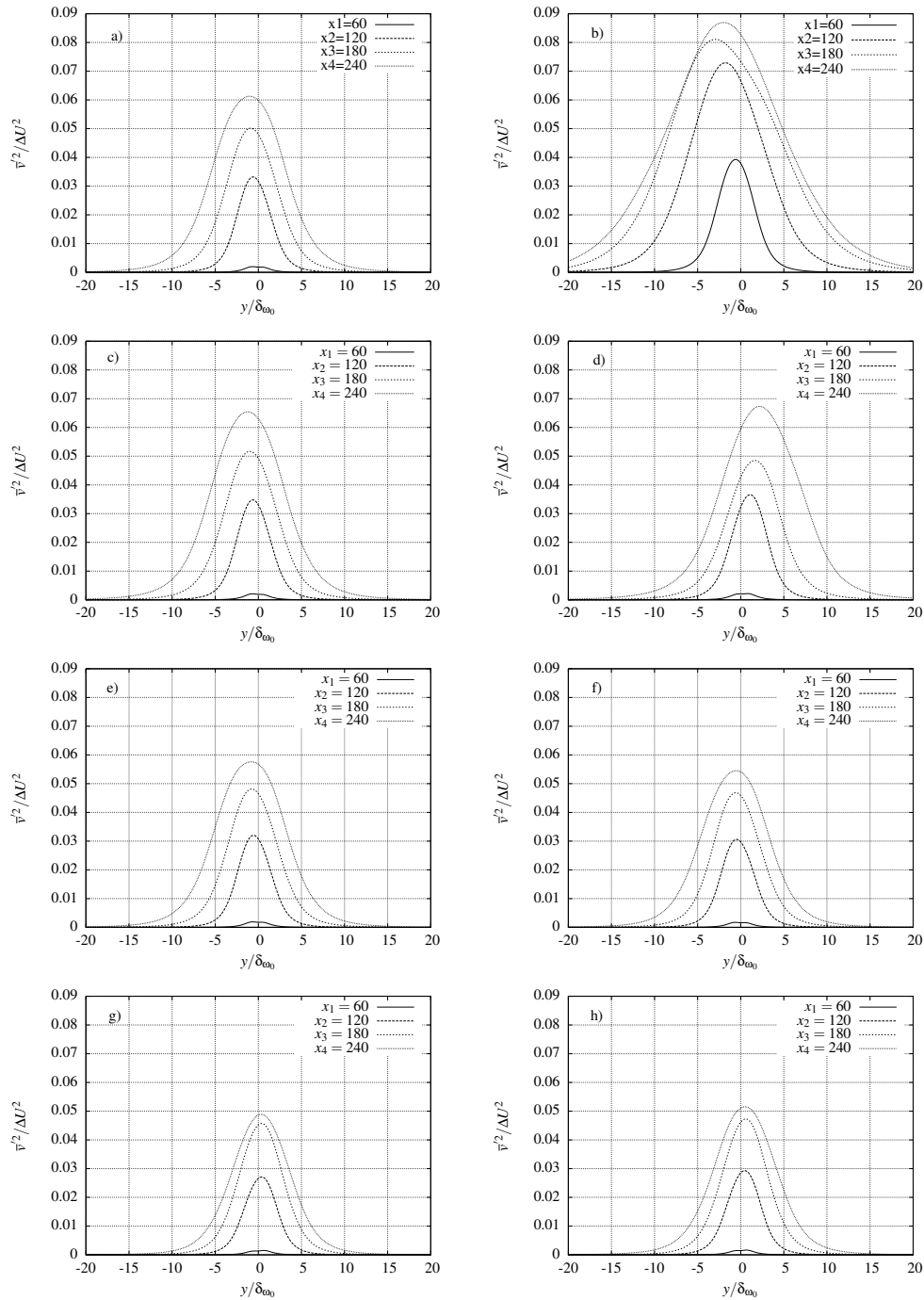


FIG. 3.7 – Profils moyens des tensions de Reynolds  $\overline{v'^2}$  adimensionnés par  $\Delta U$  en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

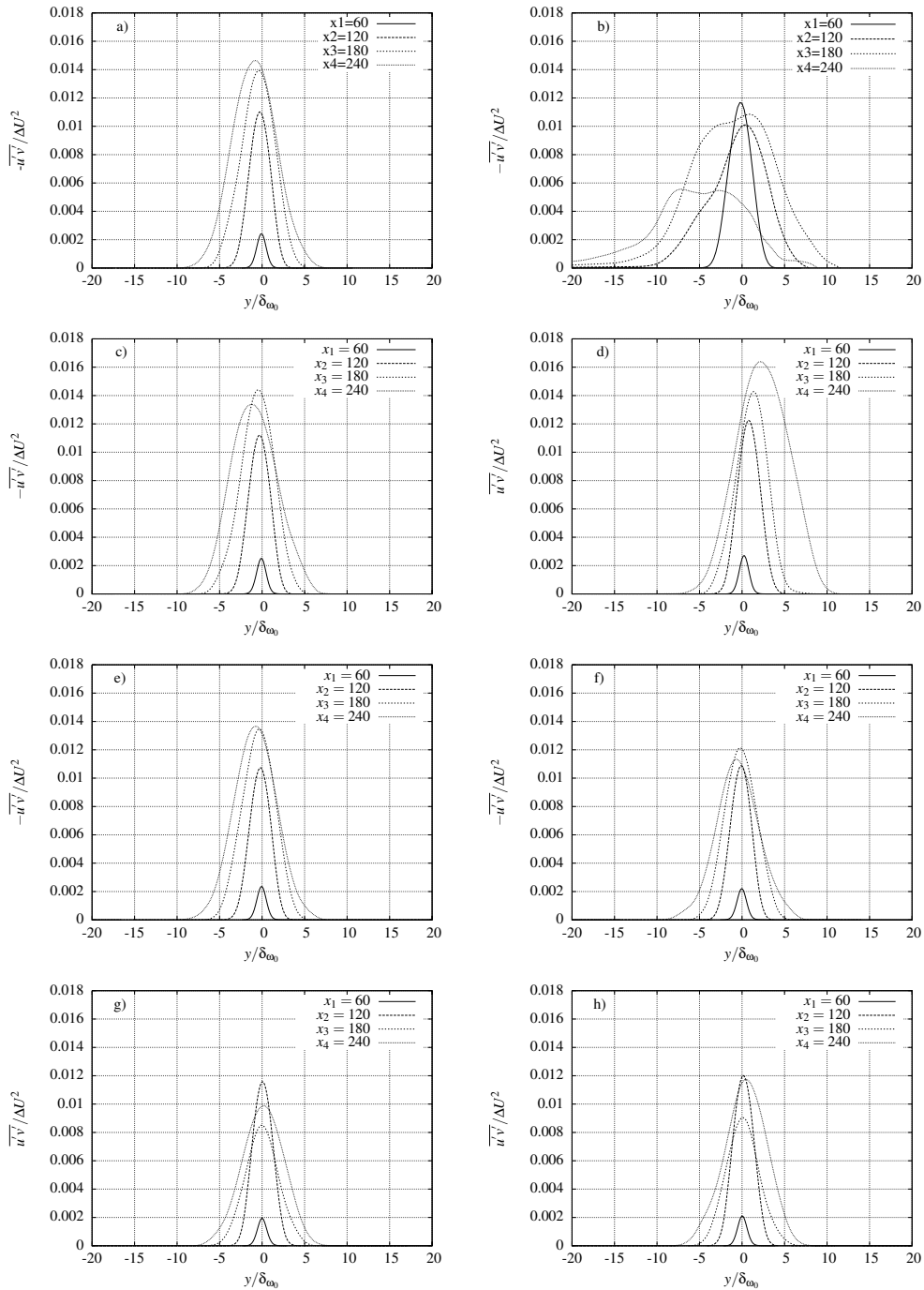


FIG. 3.8 – Profils moyens des tensions de Reynolds  $\overline{u'v'}$  adimensionnés par  $\Delta U$  en fonction de  $y/\delta_{\omega_0}$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

$Re(\delta_\omega)$	$\overline{u'^2}/\Delta U^2$	$\overline{v'^2}/\Delta U^2$	$\overline{u'v'}/\Delta U^2$	Références
-	0.031	0.019	0.009	Wyganski et Fiedler (1970) *
-	0.036	0.014	0.013	Spencer et Jones (1971) *
-	0.026	0.017	0.010	Browand et Latigo (1979) *
-	0.032	0.014	0.010	Bell et Mehta (1990)*
-	0.035	0.018	0.011	Bellin (1990)*
-	0.028	0.017	0.009	Druault et al (1998)*
100	0.022	0.090	0.012	Lowery et Reynolds (1987) <sup>2</sup>
-	0.032	0.058	0.012	Inou(1987) <sup>3</sup>
500	0.022	0.062	0.040	Normand (1990) <sup>4</sup>
100	0.040	0.090	0.010	Wilson et Demuren (1994)
180	0.040	0.084	0.022	Stanley et Sarkar (1997)
200	0.036	0.073	0.017	Druault et al (1998)
200	0.038	0.061	0.015	Simulation couche de mélange classique
200	0.045	0.088	-0.005	Simulation Druault
200	0.038	0.065	-0.013	Simulation1
200	0.038	0.067	0.016	Simulation2
200	0.039	0.052	-0.058	Simulation3
200	0.038	0.054	-0.011	Simulation4
200	0.031	0.049	0.009	Simulation5
200	0.034	0.051	0.012	Simulation6

TAB. 3.3 – Recensement des extréma des tensions de Reynolds et du taux l'épanouissement obtenus par différentes simulations numériques bidimensionnelles en développement spatial et différentes études expérimentales (repérées par une astérisque).

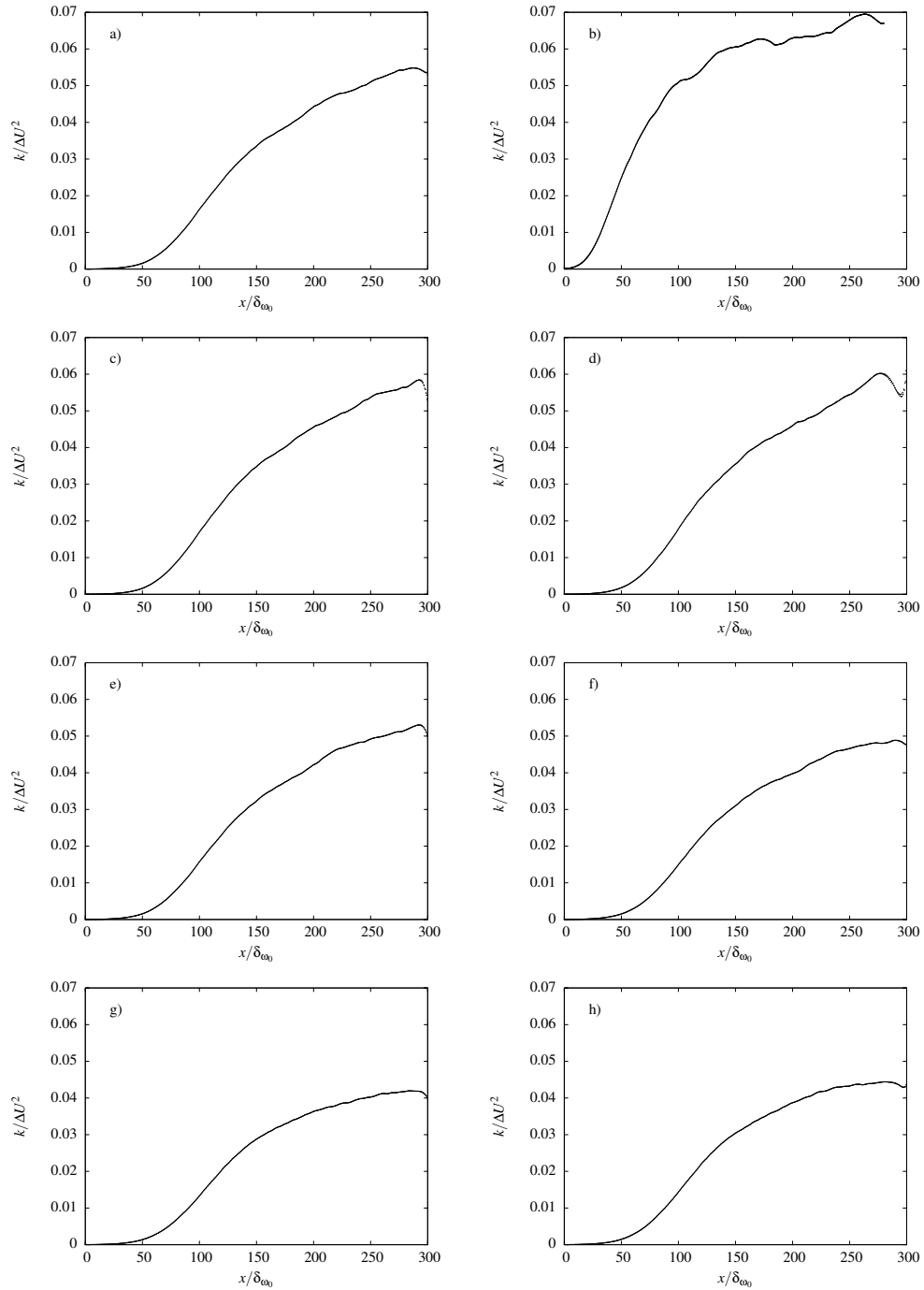


FIG. 3.9 – Profils de l'énergie cinétique,  $k$  adimensionnée par  $\Delta U^2$  en fonction de  $x/\delta\omega_0$ . a) pour couche de mélange classique, b) pour couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 1, d) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 2, e) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 3, f) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 4, g) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 5, h) pour couche de mélange obtenue avec la configuration 6.

### 3.2.2.c Champs de vorticité

Les isocontours des champs de vorticité de nos simulations sont représentés sur les figures 3.10. Ces isocontours présentent une vorticité exclusivement positive pour les configurations correspondantes aux figures : a) , d) , g) et h) tandis que cette vorticité est exclusivement négative pour les configurations correspondantes aux figures : b) , c) , e) et f).

Étant donné que nous simulons des couches de mélange en développement spatial, à chaque instant nous observons des structures tourbillonnaires d'autant plus anciennes et développées que nous regardons vers l'aval. Ainsi, sur nos champs de vorticité, trois régions se distinguent d'amont en aval du domaine de calcul :

- la première région correspond à la zone de génération des structures tourbillonnaires ;
- la deuxième région correspond à la zone de convection de ces structures tourbillonnaires ;
- quant à la troisième région, elle correspond à la zone d'appariement de ces structures tourbillonnaires.

La position en  $x$  de ces différentes régions est donnée dans le tableau 3.4.

simulation	zone 1	zone 2	zone 3
1	$86\delta_{\omega_0} - 145\delta_{\omega_0}$	$145\delta_{\omega_0} - 171\delta_{\omega_0}$	$171\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$
2	$107\delta_{\omega_0} - 121\delta_{\omega_0}$	—	$121\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$
3	$86\delta_{\omega_0} - 142\delta_{\omega_0}$	$142\delta_{\omega_0} - 169\delta_{\omega_0}$	$169\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$
4	$86\delta_{\omega_0} - 141\delta_{\omega_0}$	$141\delta_{\omega_0} - 170\delta_{\omega_0}$	$170\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$
5	$113\delta_{\omega_0} - 142\delta_{\omega_0}$	$142\delta_{\omega_0} - 182\delta_{\omega_0}$	$182\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$
6	$113\delta_{\omega_0} - 142\delta_{\omega_0}$	$142\delta_{\omega_0} - 182\delta_{\omega_0}$	$182\delta_{\omega_0} - 300\delta_{\omega_0}$

TAB. 3.4 – La position en  $x$  des différentes zones tourbillonnaires de nos six simulations avec la zone 1 qui correspond à la zone de génération d'un chapelet de structures tourbillonnaires, la zone 2 qui correspond à la zone de convection de ces structures tourbillonnaires et la zone 3 qui correspond à la zone d'appariement de ces structures tourbillonnaires.

Au vu du tableau 3.4, nous constatons que la configuration 2 présente une dynamique particulière. En effet pour cette simulation :

- la zone de lâcher tourbillonnaire est la plus courte que celle des autres simulations ;
- la zone de convection des structures tourbillonnaires n'apparaît pas ;
- la zone d'appariement succède à la zone de lâcher tourbillonnaire, de ce fait les structures tourbillonnaires s'apparient entre elles dès leur formation traduisant ainsi une forte dynamique de mélange comparée à celles des autres simulations.

Les valeurs du tableau 3.4 montrent également que pour les configurations 5 et 6 les structures tourbillonnaires apparaissent beaucoup plus "tard" dans le domaine de calcul que pour les autres configurations exceptée la configuration 2. De plus, leur zone de convection tourbillonnaire s'étend jusqu'à  $x/\delta_{\omega_0} = 182$ , retardant ainsi l'appariement des structures tourbillonnaires par rapport aux autres configurations. Étant donné que toutes les études sur la couche de mélange (Browand & Latigo (1979), Wygnanski *et al.* (1979b), Dziomba

& Fiedler (1985), McInville *et al.* (1985), Bell & Mehta (1990), Mehta (1991)) s'accordent à imputer l'accroissement de la zone de mélange aux appariements des structures tourbillonnaires présentes dans l'écoulement, ce retard d'appariements témoigne par conséquent d'une dynamique de mélange peu active pour les configurations 5 et 6.

Au regard de nos résultats numériques :

- la configuration 5 bien plus que la configuration 6 est la configuration qui "mélange" le moins. En effet, sa dynamique tourbillonnaire plus le fait que sa couche de mélange reste confinée sur l'axe, ainsi que l'évolution de son énergie cinétique la désignent comme la configuration qui "mélange" le moins de nos six configurations ;
- la configuration qui "mélange" le plus correspond à la configuration 2 du fait de son niveau d'énergie cinétique, de la taille et de la dynamique de ses structures tourbillonnaires.

Ces conclusions nous ont amené à vouloir étudier expérimentalement ces deux configurations, d'un côté celle qui "mélange" le plus et de l'autre celle qui "mélange" le moins. Cependant comme nous pouvons le voir sur la figure 3.1, la génération de l'écoulement cisailé pour ces deux configurations nécessite un changement de montage, c'est pourquoi la configuration 2 n'a pas été retenue pour l'étude expérimentale. Au final, le choix s'est porté sur la configuration 1 dont l'écoulement cisailé peut être généré par le même montage de grille que pour la configuration 5.

### 3.2.3 Résultats numériques de la deuxième série de simulations

Suite aux résultats de la première série de simulations, une seconde série a été lancée uniquement sur la configuration 1 et la configuration 5. Pour cette seconde étude numérique, nous nous sommes intéressés essentiellement au comportement de ces deux couches de mélange suite à une perturbation de type sinusoïdale (3.6) à l'entrée du domaine de calcul. Dans une couche de mélange non excitée, l'enroulement des couches cisillées se produit avec le mode le plus élevé, déterminé par l'étude de la stabilité linéaire de l'écoulement, créant ainsi des structures tourbillonnaires qui vont alors stabiliser l'écoulement tout en augmentant l'épaisseur de sa couche de mélange. Tandis que lorsqu'une couche de mélange est perturbée, cela modifie le taux d'entraînement de l'écoulement irrotationnel dans la zone de mélange. Nous avons voulu savoir comment se comporteraient nos deux configurations de couche de mélange suite à une perturbation sinusoïdale.

Sur les figures 3.11, les figures a) et c) représentent respectivement les champs de vorticités instantanés de la configuration 1 et de la configuration 5 suite à une excitation sinusoïdale à la fréquence  $f_0$ . Tandis que les figures b) et d) représentent respectivement les champs de vorticités instantanés de la configuration 1 et de la configuration 5 suite à une excitation sinusoïdale aux fréquences  $f_0$  et  $f_1$  où  $f_1$  correspond à la sous-harmonique de la fréquence  $f_0$ .

Ces champs de vorticités représentent la dynamique des couches de mélange à l'instant  $t^* = 2075$ . Les simulations de la configuration 1 donnent une vorticités négative tandis que celles de la configuration 5 présentent une vorticités positive.

D'après Wilson & Demuren (1994) de nombreuses études expérimentales et numériques ont montré qu'en l'absence de la sous-harmonique, les structures tourbillonnaires ne s'apparient pas entre elles. C'est ce que nous pouvons voir sur les figures a) et c) où la dynamique est marquée par une succession de structures

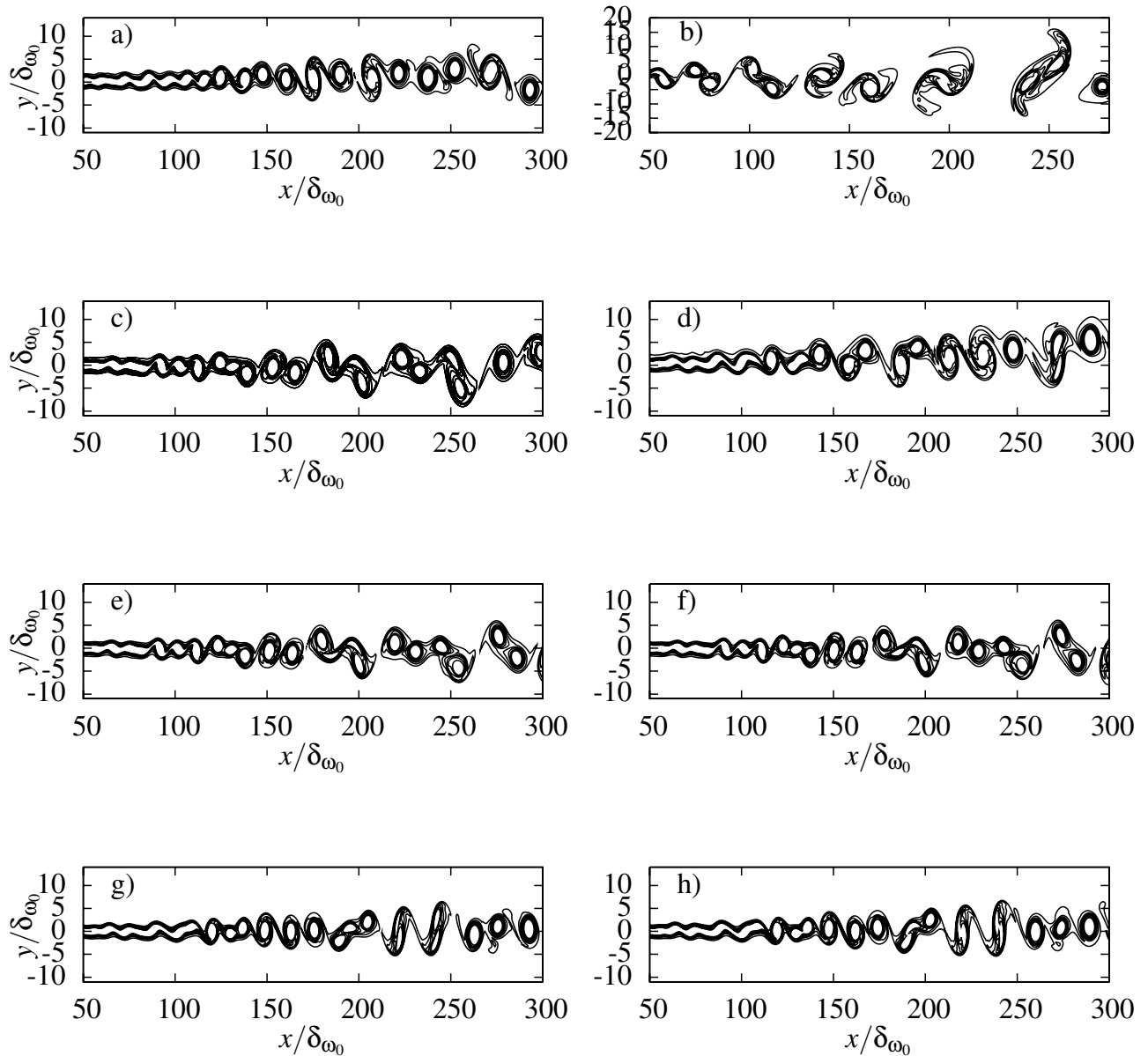


FIG. 3.10 – Isocontours des champs de vorticité à  $t^* = 495$ . Ces isocontours vont de  $0.03\Delta U/\delta\omega_0$  à  $0.3\Delta U/\delta\omega_0$  par pas de  $0.05\Delta U/\delta\omega_0$  pour les figures : a) correspondante à la couche de mélange classique, d) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 2, g) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 5 et h) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 6; de  $-0.03\Delta U/\delta\omega_0$  à  $-0.3\Delta U/\delta\omega_0$  par pas de  $-0.05\Delta U/\delta\omega_0$  pour les figures : b) correspondante à la couche de mélange classique avec les paramètres de [Druault \(1999\)](#), c) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 1, e) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 3 et f) correspondante à la couche de mélange obtenue avec la configuration 4.

tourbillonnaires pour les simulations de nos deux configurations excitées à la fréquence  $f_0$ . Par la suite cette dynamique se modifie avec l'appariement des structures tourbillonnaires suite à l'excitation aux fréquences  $f_0$  et  $f_1$ , figures b) et d).

Soit  $\Omega_n$  la fréquence de formation des tourbillons tel que  $\Omega_n = \frac{U_c}{\lambda_n}$  avec  $\lambda_n = \frac{X_d}{N_d}$  où  $U_c$  correspond à la vitesse de convection de la couche de mélange,  $X_d$  la zone entre deux positions longitudinales du domaine de calcul et  $N_d$  le nombre de tourbillons présents dans cette zone.

Après calcul nous obtenons  $\Omega_n = 0.17$  pour la simulation de la configuration 1 et  $\Omega_n = 0.162$  pour la simulation de la configuration 5 pour les cas où ces deux simulations sont excitées à la fréquence  $f_0$ . Sachant que  $f_0 = 0.161$ , nous constatons que ces couches de mélange présentent une dynamique de lâcher tourbillonnaire dans lequel les tourbillons sont générés à la même fréquence que la fréquence d'excitation  $f_0$ , fréquence qui rappelle le correspond au mode le plus instable de la couche de mélange.

Lorsque la sous-harmonique vient s'ajouter à la fréquence fondamentale d'excitation de ces couches de mélange, nous obtenons  $\Omega_n = 0.073$  pour les simulations de la configuration 1 et de la configuration 5. Dans ce cas de figure  $N_d$  correspond au nombre de tourbillons appariés. Nous constatons alors que la fréquence d'appariement est à peu près égale à la fréquence sous-harmonique  $f_1 = 0.0805$ .

### 3.3 Conclusion

Cette étude numérique a été très déterminante, en effet, elle nous a permis de choisir les deux configurations de couche de mélange qui ont été étudiées dans la partie expérimentale de nos travaux. Ce choix s'est basé sur la dynamique et la faisabilité expérimentale de ces configurations. Notre objectif étant d'étudier la dynamique d'une couche de mélange inhibitrice, la configuration 5 s'y prête le mieux. En effet, les tensions de Reynolds de cette configuration présentent des niveaux d'énergie et une énergie cinétique plus faible que celles des autres configurations. Quant à la configuration 1, elle peut se réaliser expérimentalement avec le même montage que la configuration 5, raison pour laquelle elle a été retenue.

Au cours de cette étude, nous nous sommes également intéressés à la dynamique tourbillonnaire de ces configurations. Ainsi nous avons pu noter que suite à une perturbation gaussienne de type bruit aléatoire corrélé spatialement, les nappes tourbillonnaires de ces configurations se découpent en trois régions distinctes d'amont en aval du domaine de calcul caractérisées par une phase de génération des structures tourbillonnaires, suivi d'une phase d'advection de ces tourbillons qui aboutit à la phase d'appariement. Cette dynamique se modifie complètement en une seule phase de lâcher tourbillonnaire sans appariement lorsque la perturbation devient sinusoïdale avec une fréquence fondamentale égale à celle du mode le plus instable de la théorie de stabilité linéaire. Dans ce cas, la fréquence de génération des tourbillons est la même que celle de la perturbation. En ajoutant la fréquence sous-harmonique à la perturbation, la dynamique tourbillonnaire se modifie par une succession d'appariement dont la fréquence est égale à la fréquence sous-harmonique.



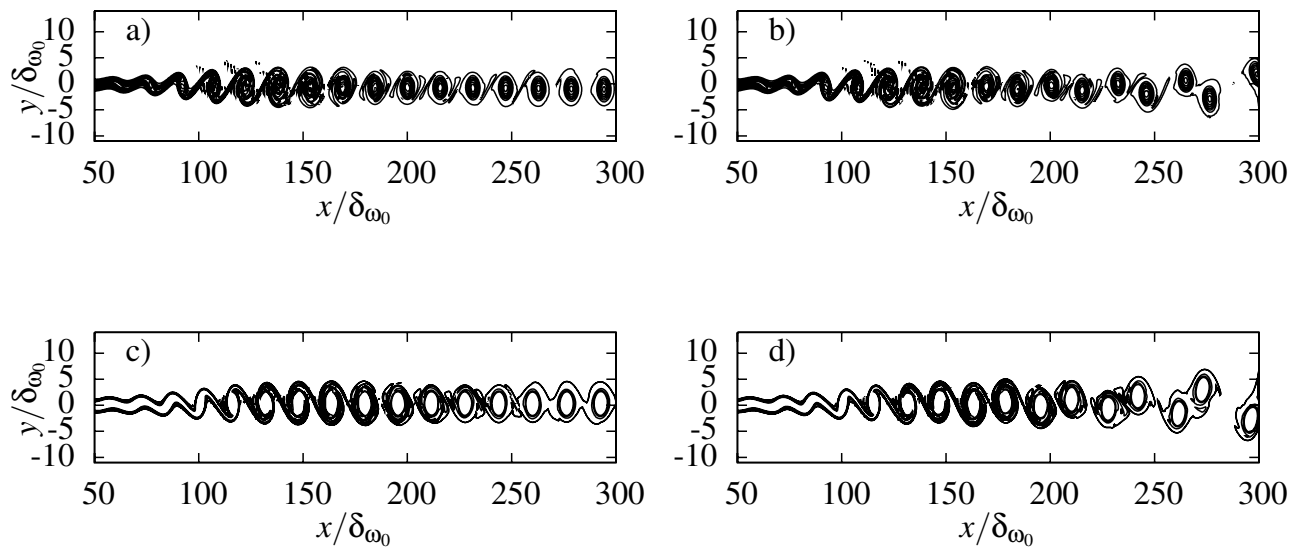


FIG. 3.11 – Isocontours de la vorticité à  $t^* = 2075$  avec des isocontours allant de  $-0.8\Delta U/\delta\omega_0$  à  $0.05\Delta U/\delta\omega_0$  par pas de  $0.09\Delta U/\delta\omega_0$  pour les figures a) et b) et de  $0.04\Delta U/\delta\omega_0$  à  $0.2\Delta U/\delta\omega_0$  par pas de  $0.05\Delta U/\delta\omega_0$  pour les figures c) et d). a) configuration 1 excitée à la fréquence  $f_0$ , b) configuration 1 excitée aux fréquences  $f_0$  et  $f_1$ , c) configuration 3 excitée à la fréquence  $f_0$ , d) configuration 3 excitée aux fréquences  $f_0$  et  $f_1$ .



---

# Chapitre 4

## Étude de deux couches de mélange non canoniques

Ce chapitre est consacré aux résultats expérimentaux obtenus suite aux mesures par anémométrie à fils chauds croisés que nous avons effectuées dans la soufflerie basses-vitesses *HABV*. Ces mesures sont réalisées sur les deux configurations de couche de mélange que nous avons pu déterminer grâce à nos simulations numériques (cf. Chap.3). Ainsi dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord les différents moyens expérimentaux utilisés dans le cadre de cette étude. Il s'agit essentiellement d'une description succincte de la soufflerie *HABV*, sachant que le lecteur pourra éventuellement se reporter à la thèse de [Ndoye \(2008\)](#) pour une description plus détaillée de cette soufflerie ainsi que sa qualification. Cette description de la soufflerie est suivie de celle de la méthode d'étalonnage de nos fils chauds croisés. La présentation des grandeurs moyennes de nos deux configurations de couche de mélange est suivie d'une analyse de la turbulence.

### 4.1 Configurations expérimentales

Comme mentionné dans le chapitre introductif, les vitesses de soufflage au travers des filtres sont de l'ordre de 0.5m/s, ce qui change complètement la gamme de vitesses habituellement rencontrée lors d'études de couche de mélange classique. En effet, suivant les applications industrielles qui en découlent les couches de mélange étudiées en laboratoire ont des vitesses au minimum de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde. Afin d'étudier les couches de mélange à basses vitesses, le CEMAGREF s'est doté d'une nouvelle soufflerie *HABV*. La gamme de vitesse de cette soufflerie est de [0.5 – 5]m/s. Cette gamme de vitesse reste toutefois élevée par rapport aux vitesses rencontrées en milieu industriel au niveau des dispositifs de protection rapprochée, mais cela permet de limiter les contraintes telles que la sensibilité des moyens de mesure, sachant que les résultats obtenus sont tout à fait transposables en milieu industriel.

#### 4.1.1 Description de la soufflerie basses-vitesses *HABV*

La soufflerie *HABV* est représentée sur la figure 4.1.

- Comme nous pouvons le voir sur cette figure, l'aspiration se fait par deux circuits aérauliques juxtaposés, ce qui permet d'avoir deux arrivées d'air parfaitement indépendantes l'une de l'autre. Chaque circuit aéraulique est constitué d'un ventilateur de 7.5 kW équipé d'une batterie froide alimentée par un groupe froid de 42 kW de puissance frigorifique et d'un réchauffeur de 31 kW. Cela permet d'assurer la régulation en température de la veine d'essais de manière séparée pour chaque veine d'arrivée d'air. Cette régulation est asservie, via un dispositif de contrôle PID à une sonde de température Pt100

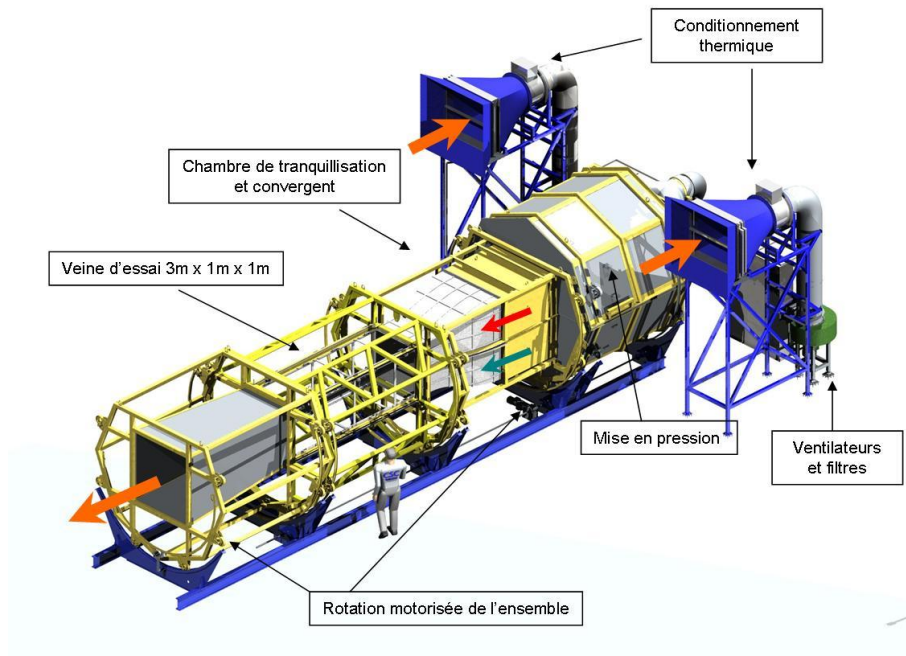


FIG. 4.1 – Soufflerie *HABV* du CEMAGREF de Rennes.

placée en sortie du convergent, à l'amont immédiat de la veine d'essais. La gamme de température est de  $[5 - 35]^{\circ}\text{C}$ .

- Un caisson de mise en pression précède une chambre de tranquillisation contenant des filtres, des nids d'abeille et des grilles disposés de manière à produire un écoulement le plus homogène possible avec un taux de turbulence le plus faible possible (cf. [Ndoye \(2008\)](#)).
- Ce caisson est suivi d'un convergent de rapport de contraction 2.25. Elle est munie d'une plaque séparatrice au delà de laquelle les écoulements des deux veines se rencontrent pour former la couche de mélange. La partie finale de la plaque séparatrice, en aluminium, est effilée avec une pente de  $3^{\circ}$  et une épaisseur de 3 mm au bord de fuite.
- La veine d'essais mesure 3 m de long avec une section de 1m x 1m. Afin de s'affranchir des effets de la pesanteur, lors d'études de couche de mélange anisotherme, la veine d'essais peut entrer en rotation sur son propre axe. Le plancher de la veine d'essais est constitué d'un tapis roulant qui permet d'assurer le déplacement des systèmes de mesures. Le plafond de la veine est en plexi. Les deux côtés latéraux de la veine sont fermés par des panneaux en plexi ou en verre, suivant les besoins des campagnes de mesure notamment lorsque l'usage de caméras est requis.
- La veine d'essais débouche sur un divergent qui expulse l'air dans le hall de la soufflerie, en effet, la soufflerie est en circuit ouvert, l'aspiration et le refoulement se font dans la même pièce. Il s'agit d'un hall d'essai de 20 m de long, 8 m de large et 5 m de haut.

Telle est la description de la soufflerie initiale, cependant pour les besoins de notre étude, elle a été modifiée ; en effet, pour pouvoir générer un écoulement cisailé, une grille a été placée sous la plaque séparatrice. Du fait de la longueur qu'occupe cette grille, la plaque séparatrice a dû être rallongée de 1.37 m. Sur la figure 4.2, nous pouvons voir un croquis de la disposition de la grille. Il s'agit d'une

grille de maille carrée en acier inox de diamètre de fil  $d = 280 \mu\text{m}$  et d'ouverture  $500 \mu\text{m}$ . La grille est disposée suivant une courbure dont l'équation a été établie d'après les travaux de [Castro \(1976\)](#), comme mentionné dans la revue bibliographique.

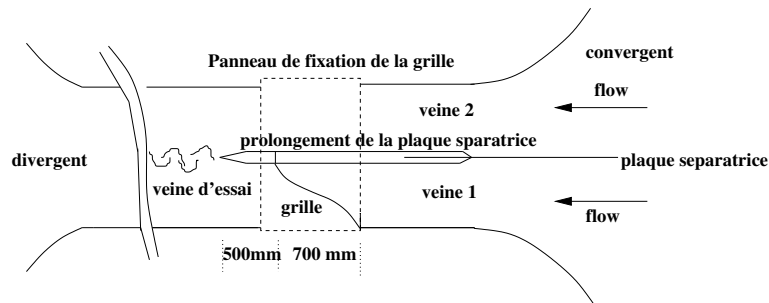


FIG. 4.2 – Disposition de la grille chargée de générer l'écoulement cisailé.

### 4.1.2 Moyens de mesure par anémométrie à fils chauds

L'anémométrie à fil chaud a été mise en œuvre pour mesurer des vitesses d'air s'étalant de 0,6 m/s à 6 m/s. Une sonde à fil croisés en X a été utilisée pour mesurer instantanément deux composantes de la vitesse. De façon à obtenir une bonne qualité de mesure, en particulier vers les basses vitesses, d'un part nous avons pris en compte la température dans les étapes d'étalonnage et de mesure, d'autre part nous avons mis en œuvre un banc d'étalonnage dynamique dédié à l'étalonnage à basse vitesse. Les variations de température rencontrées sont dues à la légère différence de température entre les deux veines de la soufflerie, aux variations très basse fréquence de la régulation thermique de la soufflerie, aux différences de température entre l'étalonnage et la mesure.

#### 4.1.2.a Technique à fils croisés en X et loi d'étalonnage

L'anémométrie à fil chaud consiste à déterminer la vitesse instantanée d'un écoulement en mesurant le transfert de chaleur entre un fil chauffé électriquement et cet écoulement. Dans cette étude un anémomètre à température constante (CTA) a été utilisé. Le fil chaud constitue alors une résistance d'un pont de Wheatstone, sa température étant maintenue par asservissement. En écrivant l'équilibre thermique du fil chaud dans son environnement et sous certaines hypothèses, un modèle reliant la tension aux bornes du fil à la vitesse instantanée de l'air peut être dérivé suivant la loi de King sous la forme

$$e^2(t)/(T_f - T_a(t)) = a + b U_e^n(t), \quad (4.1)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $n$  sont déterminés lors d'un étalonnage,  $T_f$  est la température du fil,  $T_a$  est la température de l'écoulement d'air,  $e$  est la tension de sortie du pont et  $U_e$  est la vitesse effective.

La sonde utilisée dans cette étude est une sonde à fils croisés en X. La disposition des fils permet d'accéder simultanément à deux composantes de la vitesse dans le plan défini par les fils (cf. Fig 4.3). La sonde a été fabriquée au Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques de l'université de Poitiers. Les fils sont constitués de Tungstène et de diamètre égal à  $2,5 \mu\text{m}$ . L'angle entre les fils est approximativement de  $45^\circ$ .

Dans le cas de mesures de vitesses tridimensionnelles la vitesse effective de refroidissement du fil s'écrit d'après [Jorgensen \(1971\)](#)

$$U_e = (U_N^2 + k^2 U_T^2 + h^2 U_B^2)^{1/2} \quad (4.2)$$

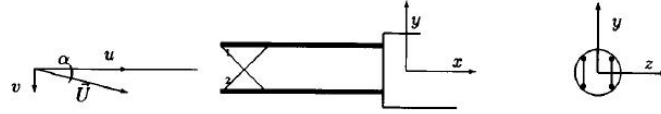


FIG. 4.3 – Schéma d'une sonde à fils chauds croisés en X.

où  $U_N$  est la composante de vitesse normale au fil (dans le plan des broches),  $U_T$  est la composante de vitesse tangente au fil et  $U_B$  est la composante de vitesse binormale au fil, c-à-d normale au fil et au plan contenant les broches. Les coefficients d'incidence  $k$  et de dérapage  $h$  sont déterminés par étalonnage.

Pour le cas d'une sonde à fils croisés idéale, avec notamment un angle de  $45^\circ$  entre les fils, des expressions prenant en compte des projections géométriques ont été proposées dans la littérature. Ces modèles connus sous le nom de "cosine law" s'appuient sur un certain nombre d'hypothèses qui ne sont plus valables lorsque les sondes sont fabriquées maison, miniatures et que l'écoulement est turbulent. En particulier les angles entre les fils et l'axe de la sonde sont difficiles à déterminer avec précision. Par conséquent nous avons utilisé la formulation générale

$$U_e = U_0 f(\alpha), \quad (4.3)$$

où  $U_0$  est la vitesse de l'écoulement et  $\alpha$  est l'angle entre la direction du vent et l'axe de la sonde. A partir de (4.1) et de (4.3) la tension de sortie du pont est reliée à la vitesse de l'air et à son angle avec la sonde suivant la loi

$$e^2(t)/(T_f - T_a(t)) = a(\alpha) + b(\alpha) U_0^n(t). \quad (4.4)$$

Dans le cas des basses vitesses, c-à-d  $U_0 < 2$  m/s la formulation (4.4) de la loi de King ne prend pas en compte toute la complexité des échanges thermiques entre le fil et son environnement. Le modèle s'écarte alors des valeurs de l'étalonnage. Afin de suivre au mieux les données, nous avons utilisé une formulation polynomiale d'ordre 4 en vitesse et en angle pour chaque fil comme suit

$$\begin{cases} e_k^2(t)/(T_{f_k} - T_a(t)) = \sum_{i=0}^4 \mathcal{P}_{kij}(\alpha) U_0^i(t) \\ \mathcal{P}_{kij}(\alpha) = \sum_{j=0}^4 a_{kij} \alpha^j, \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $k \in [1, 2]$  est l'indice correspondant au fil. Les coefficients  $a_{kij}$  et les températures  $T_{f_k}$  sont déterminés par optimisation lors de l'étalonnage en vitesse, en angle et en température.

#### 4.1.2.b Procédure d'étalonnage

L'étalonnage de la sonde à fils croisés a été effectué dans un banc d'étalonnage dynamique, développé au Cemagref de Rennes, qui ne sera pas détaillé dans ce document pour des questions de confidentialité. Simplement nous pouvons indiquer que le principe consiste à déplacer une sonde dans un écoulement à vitesse fixée et température variable. Ce dispositif permet d'étalonner une sonde à fils croisés dans de larges gammes de températures, de vitesses et d'angles en l'espace de 15 minutes !

L'étalonnage consiste à estimer les températures  $T_{f_k}$  des deux fils et les coefficients  $a_{kij}$  de la loi (4.5) connaissant les tensions des deux fils  $e_k(t)$ , les vitesses de référence  $U_0(t)$  et les températures de l'air  $T_a(t)$ . L'étalonnage dynamique se déroule en deux étapes :

1. Étalonnage de la sonde à incidence nulle, en vitesse et en température. Cette première phase permet d'estimer les températures  $T_{f_k}$  des deux fils ;
2. Étalonnage de la sonde en vitesse et en angle. Cette seconde phase permet d'estimer les coefficients  $a_{kij}$  de la loi polynomiale (4.5).

La figure 4.4 présente les variations temporelles de la température et de la vitesse au cours de la première étape d'étalonnage. Les conditions de la première phase d'étalonnage sont :

- 11 424 valeurs de vitesse entre 2 et 6 m/s ;
- 11 424 valeurs de température s'étalant sur environ  $10^{\circ}\text{C}$ .

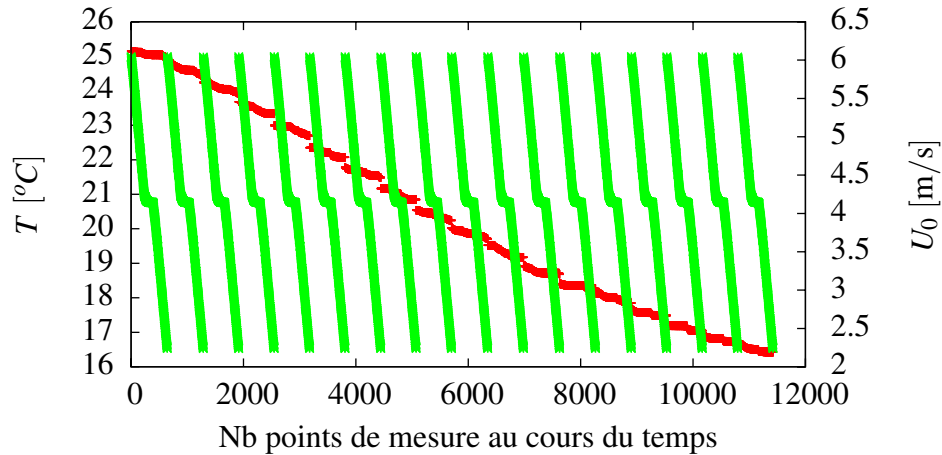


FIG. 4.4 – Variation temporelle de la température (en rouge) et de la vitesse (en vert) au cours de la première étape d'étalonnage.

La figure 4.6 présente la variation du carré de la tension du fil 2 en fonction du carré de la tension du fil 1 lors de la deuxième phase d'étalonnage. Les conditions de la deuxième phase d'étalonnage sont :

- 115 562 valeurs de vitesse entre 0 et 6,75 m/s réparties sur ;
- 16 angles  $\alpha$  entre  $-38^{\circ}$  et  $38^{\circ}$  ;
- variation de température de l'ordre de  $2^{\circ}\text{C}$  entre le début et la fin de l'étalonnage.

#### 4.1.2.c Anémomètres

Deux anémomètres à température constante (CTA) sont utilisés dans cette étude. Ils ont été développés au LEA de l'université de Poitiers à partir d'anémomètres TSI 1750 : alimentation, générateurs de signaux tests, indicateur de casse de fil, protection contre les surchauffes parasites. Ces anémomètres ont été utilisés à fort coefficient de surchauffe (de l'ordre de 1,8) de manière à minimiser l'influence de la température de l'écoulement et de maximiser la sensibilité à la vitesse de l'écoulement.

#### 4.1.3 Moyens d'acquisition des données

Lors de l'étalonnage, l'acquisition est assurée par la chaîne ETEP. Cette chaîne d'acquisition dispose de 8 voies d'entrée analogique pour une gamme de tension comprise entre  $\pm 5\text{V}$ . Les données reçues par la chaîne sont :

- les deux tensions générées par le capteur magnétique dont est déduite la vitesse du chariot porte sonde ;
- la tension délivrée par le thermocouple placé dans la veine d'étalonnage pour indiquer la température de l'écoulement. Ces trois tensions sont sur 5V ;
- les deux tensions provenant des anémomètres des deux fils chauds qui constituent la sonde croisée et qui elles sont sur 2.5V. Un ensemble de deux anémomètres à température constante est nécessaire

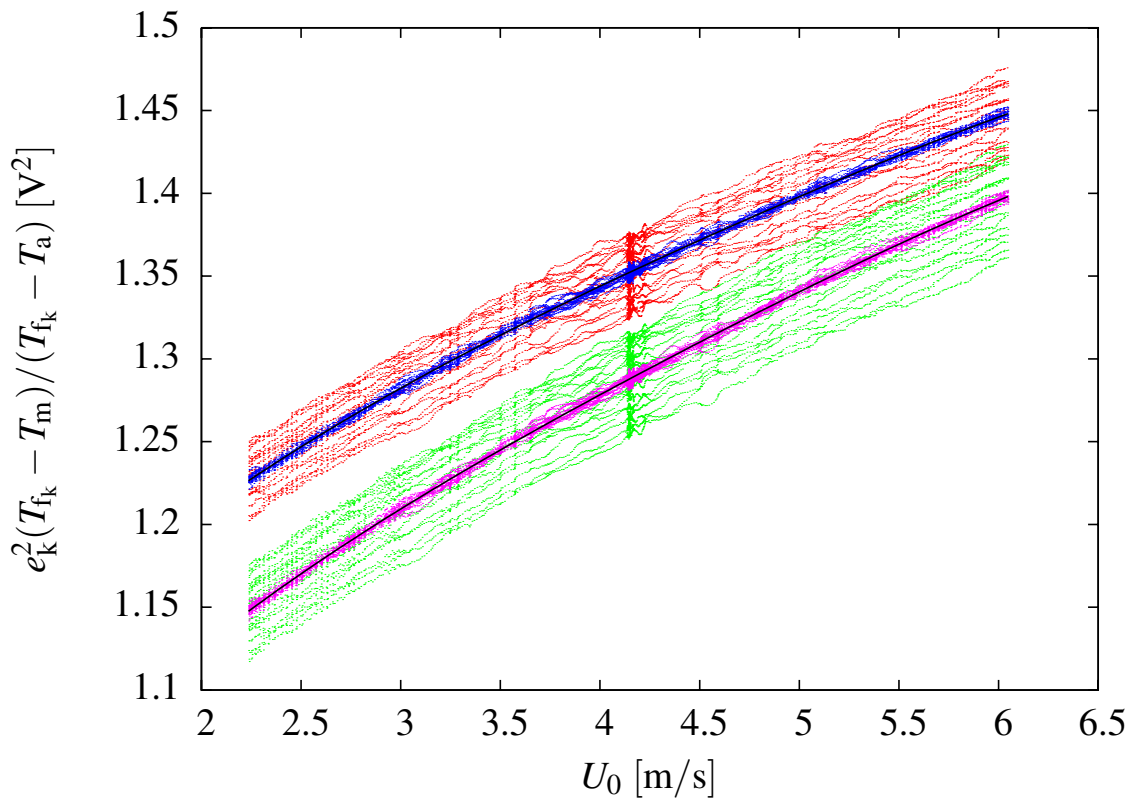


FIG. 4.5 – Variation du carré de la tension pour chacun des deux fils en fonction de la vitesse. En points *rouge* et *vert* température de l'écoulement non prise en compte. En points *bleu* et *violet* prise en compte de la température de l'écoulement. En traits *noir* loi d'étalonnage (4.5) avec  $\alpha = 0$ .



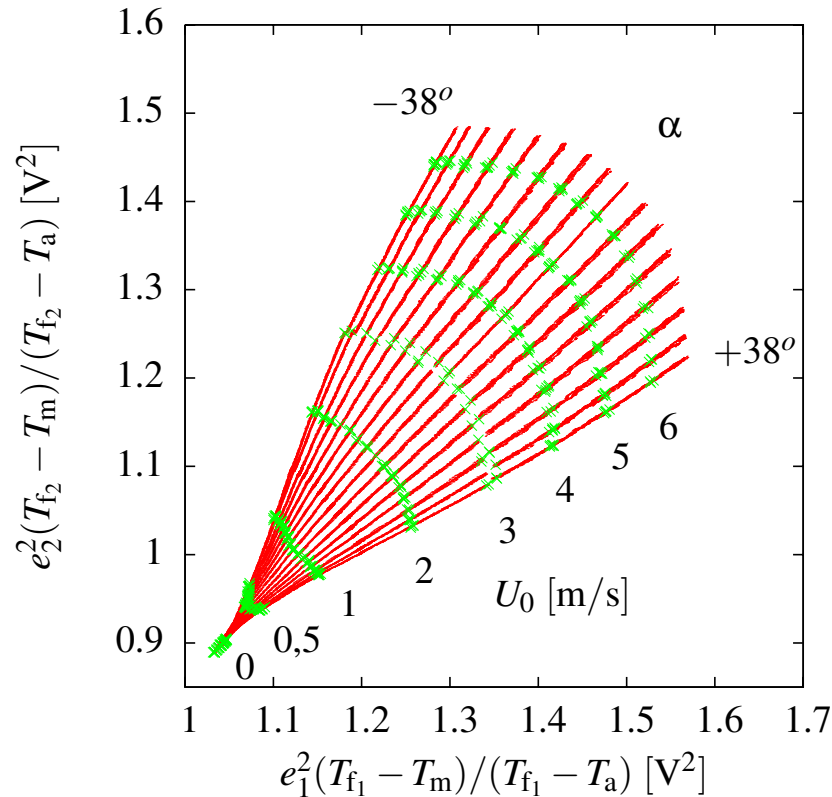


FIG. 4.6 – Variation du carré de la tension du fil 1 en fonction du carré de la tension du fil 2 avec prise en compte de la température, pour  $0 \leq U_0 \leq 6,75$  [m/s] et 16 valeurs de l'angle  $\alpha$  entre  $-38^\circ$  et  $38^\circ$ .

pour l'utilisation de la sonde croisée, un pour chaque fil chaud.

#### 4.1.4 Description des deux écoulements étudiés

##### 4.1.4.a Système de coordonnées et déplacement des sondes de mesures

Le système de coordonnées utilisé est un repère cartésien représenté sur la figure 4.7. Suivant ce repère :

- la direction longitudinale ( $Ox$ ) est celle parallèle à l'écoulement principal. L'origine correspond au bord de fuite de la plaque séparatrice des deux écoulements considérés ;
- la direction ( $Oy$ ) est verticale ascendante et perpendiculaire au plan central de la plaque séparatrice. Son origine est située au bord de fuite de la plaque ;
- la direction ( $Oz$ ) est parallèle au bord de fuite de la plaque avec pour origine le milieu de celui-ci.

Le déplacement des sondes de mesures dans les trois directions est entièrement automatisé et assuré par un robot sur lequel le support de sondes est fixé. Le robot est solidaire du tapis roulant qui assure son déplacement suivant ( $Ox$ ) pendant que les déplacements suivant ( $Oy$ ) et ( $Oz$ ) se font par translation avec un système de rails orthogonaux. La précision des déplacements est de 0.1 mm en  $y$ , 0.2 mm en  $z$  et 0.2 mm en  $x$ . Les différences de précision suivant les axes sont liées aux performances du matériel fourni par le constructeur.

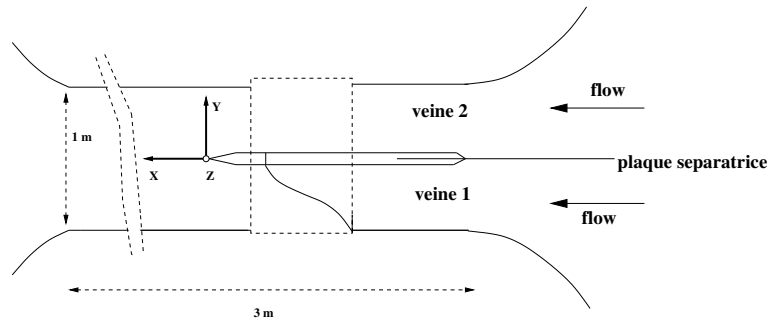


FIG. 4.7 – Système de coordonnées associé à la soufflerie *HABV*.

#### 4.1.4.b Configurations des deux couches de mélange

Les champs de vitesse obtenus à l'issue de la campagne de mesures par anémométrie à fils chauds croisés sont présentés dans cette section. Deux configurations de couche de mélange ont été étudiées grâce aux résultats issus de la DNS. Les schémas de ces deux configurations sont rappelés sur la figure 4.8. Ces deux configurations ont le même paramètre de cisaillement au niveau de l'écoulement cisailé. La différence entre ces deux configurations se situe à l'interface entre l'écoulement uniforme et l'écoulement cisailé. En effet, pour la première configuration (configuration 1) au niveau de l'interface, l'écoulement uniforme est doté d'une vitesse inférieure à celle de l'écoulement cisailé. Tandis que pour la seconde configuration (configuration 5) au niveau de l'interface, l'écoulement uniforme est doté d'une vitesse supérieure à celle de l'écoulement cisailé.

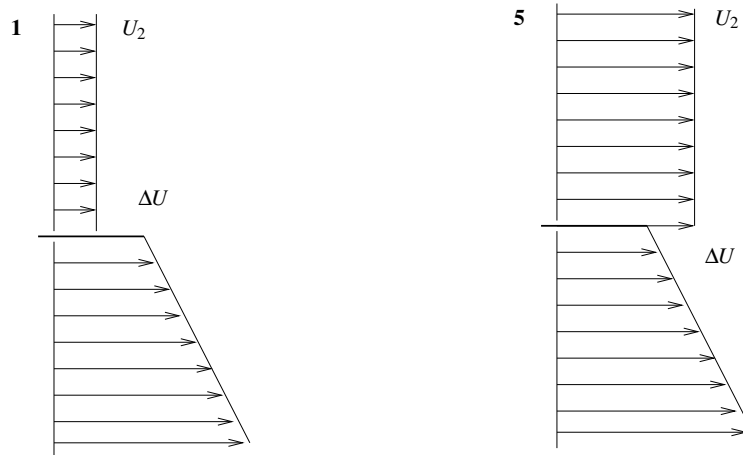


FIG. 4.8 – Schémas des deux configurations réalisées expérimentalement.

L'étude expérimentale de ces deux couches de mélange a été réalisée dans la soufflerie *HABV* décrite au paragraphe 4.1.1. Les caractéristiques des conditions génératrices des deux écoulements sont indiquées dans le tableau 4.1. Dans ce tableau, la veine 1 est celle où l'écoulement est cisailé tandis que la veine 2 est celle où l'écoulement est uniforme. La consigne de la température est fixée à 20°C dans les deux veines. Une variation de  $\pm 0,5^\circ\text{C}$  a pu être notée au cours de certaines mesures. Remarquons que le taux de turbulence  $Tu \equiv \sqrt{\overline{u'^2}}/U$  est plus faible du côté de l'écoulement cisailé que du côté à vitesse constante. Ceci est dû à la présence de la grille profilée générant le gradient de vitesse.

	configuration 1	configuration 5
veine 1	$\lambda = 0,5$	$\lambda = 0,5$
	$Tu = 0,25\%$	$Tu = 0,25\%$
veine 2	$U_2 = 1,7 \text{ m/s}$	$U_2 = 4,7 \text{ m/s}$
	$Tu = 0,4\%$	$Tu = 0,4\%$

TAB. 4.1 – Conditions génératrices des deux écoulements.

#### 4.1.4.c Acquisition des mesures

Lors de la campagne de mesures par anémométrie à fils chauds croisés, la veine d'essais de la soufflerie a été balayée sur une longueur de 1490 mm suivant l'axe ( $Ox$ ) avec un pas de déplacement des sondes de 55 mm et sur une hauteur de 390 mm suivant l'axe ( $Oy$ ) avec un pas de déplacement des sondes de 7 mm. Le maillage des mesures contient  $N = n_x \times n_y = 28 \times 61 = 1708$  points de mesures (cf Fig. 4.9).

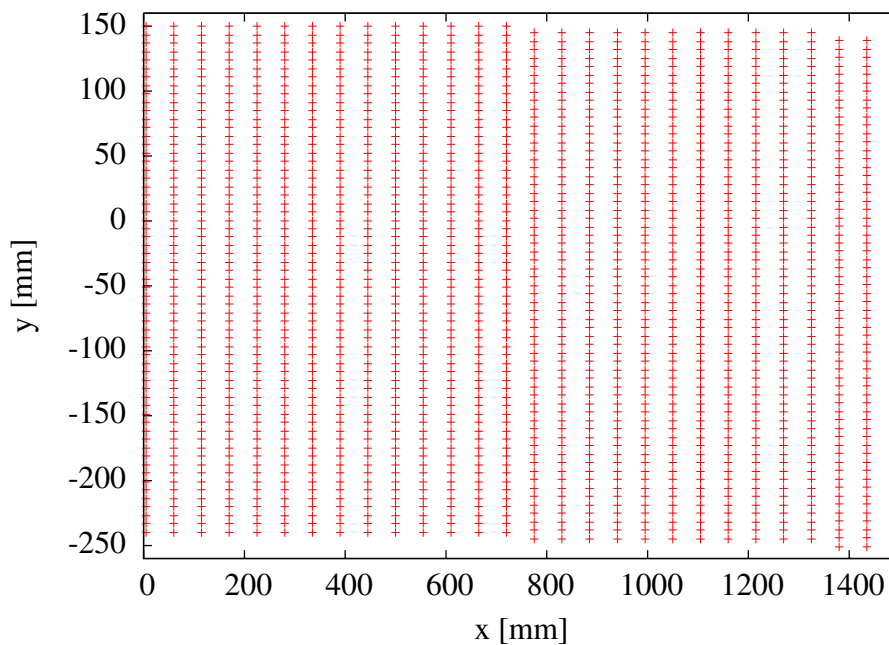


FIG. 4.9 – Maillage des mesures à fils chauds croisés en X.

Les mesures sont échantillonnées à une fréquence de 12,5kHz par voie. Pour chacune des deux composantes de vitesses, les acquisitions sont de taille 487 993 pas de temps. En chaque point de mesure la durée d'acquisition a donc été de 40 secondes.

La sonde à fils chauds croisés a été orientée en trois configurations différentes selon les composantes de la vitesse que l'on a voulu mesurer. L'axe de la sonde est toujours aligné dans la direction du flux principal. Les différentes configurations sont obtenues en faisant une rotation de la sonde autour de son axe :

- Configuration I : Pour mesurer les moments faisant intervenir les composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse, les fils sont orientés dans le plan vertical ( $x, y$ ), comme montré sur la figure 4.3.
- Configuration II : Pour mesurer les moments faisant intervenir les composantes  $u$  et  $w$  de la vitesse, on fait une rotation de  $90^\circ$ , relativement à la configuration I, de la sonde autour de son axe, pour que les fils soient orientés dans le plan horizontal ( $x, z$ ).

- Configuration III : On peut obtenir la valeur de  $\overline{v'w'^2}$  en faisant une rotation de  $45^\circ$ , relativement à la configuration I, de la sonde autour de son axe. Le plan des fils de la sonde est alors à  $45^\circ$  par rapport à la verticale. On utilise la relation proposée par [Lemay \(1989\)](#) :

$$3\overline{v'w'^2} = \sqrt{2}(\overline{v'^3})_{III} - (\overline{v'^3})_I, \quad (4.6)$$

où  $(\overline{v'^3})_I$  est le moment d'ordre trois de  $v'$ , obtenu avec la sonde en configuration I, et où  $(\overline{v'^3})_{III}$  est la même mesure obtenue avec la sonde en configuration III.

## 4.2 Grandeurs moyennes de l'écoulement

### 4.2.1 Évolution des profils de vitesse moyenne

Les profils de vitesse moyenne de nos deux configurations de couche de mélange sont représentés sur les figures 4.10.

La figure a) correspond à la configuration 1, cette configuration est constituée d'un écoulement uniforme de vitesse moyenne 1,7 m/s qui rencontre un écoulement cisailé dont la vitesse au niveau de l'interface des deux écoulements est de 2,7 m/s. La couche de mélange obtenue à partir de cette configuration présente un sillage qui s'estompe le long de l'axe  $x$  de la veine d'essais. Ce déficit de vitesse disparaît complètement à  $x = 550$  mm de la plaque séparatrice. Au delà de cette position, la couche de mélange poursuit son évolution et fini par se présenter comme la superposition d'une couche de mélange classique avec un gradient de vitesse comme le montre la figure 4.11.

Quant à la figure b), elle représente la configuration 5, cette configuration est constituée d'un écoulement uniforme de vitesse moyenne 4,7 m/s qui rencontre un écoulement cisailé dont la vitesse au niveau de l'interface des deux écoulements est de 2,7 m/s. Le long de toute notre veine d'essais cette configuration se présente sous la forme d'un sillage. En effet, bien que le déficit de vitesse diminue tout au long de la veine d'essais, il n'en reste pas moins présent jusqu'à notre dernière station de mesure comme le montre la figure 4.12.

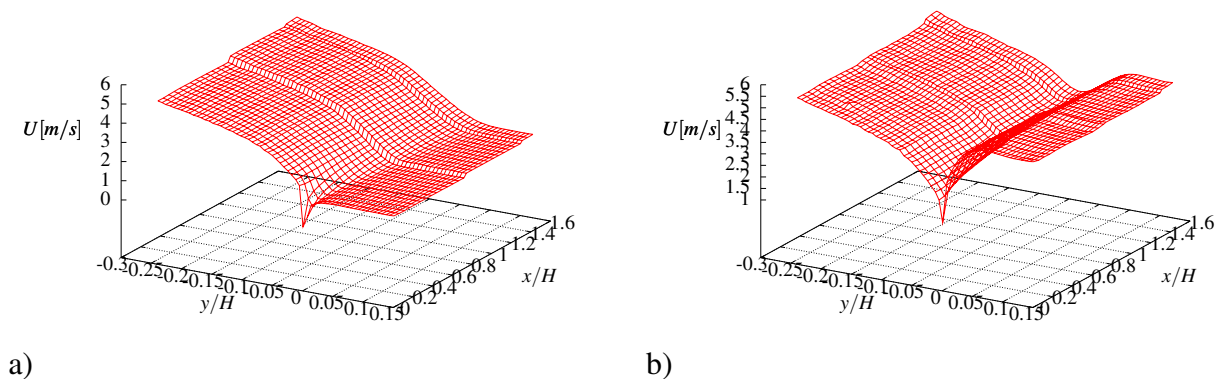


FIG. 4.10 – Évolution des profils de vitesse moyenne  $U$  le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

#### 4.2.1.a État du gradient

L'écoulement cisailé de nos deux configurations de couche de mélange a été réalisé avec la même grille profilée. La figure 4.13 montre qu'effectivement ces deux configurations ont le même cisaillement. Ce cisaillement se caractérise par une double pente que nous avons tracé sur cette même figure. La première pente s'étend sur l'intervalle  $[-150 : -70]$  mm, le paramètre de cisaillement  $y$  est égal à  $\lambda_1 = 0,17$ , tandis que la seconde pente s'étend sur l'intervalle  $[-70 : -5]$  mm, sur cette zone, le paramètre de cisaillement est égal à  $\lambda_2 = 0,50$ . Étant donné que c'est cette zone de l'écoulement cisailé qui entre en contact avec l'écoulement uniforme pour constituer la couche de mélange, nous avons pris  $\lambda = \lambda_2$  comme paramètre de cisaillement pour nos deux configurations de couche de mélange.

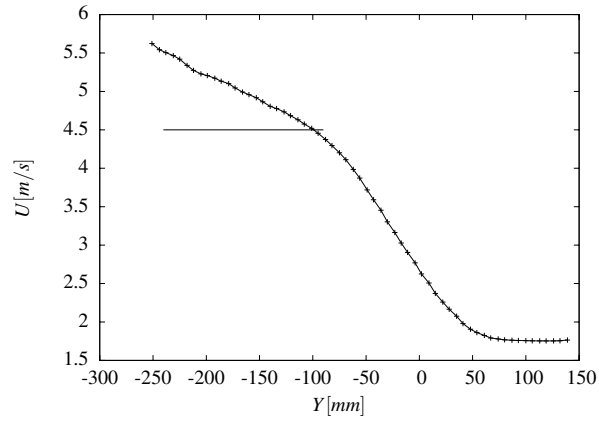


FIG. 4.11 – Configuration 1 : Superposition d'une couche de mélange classique avec un gradient de vitesse.

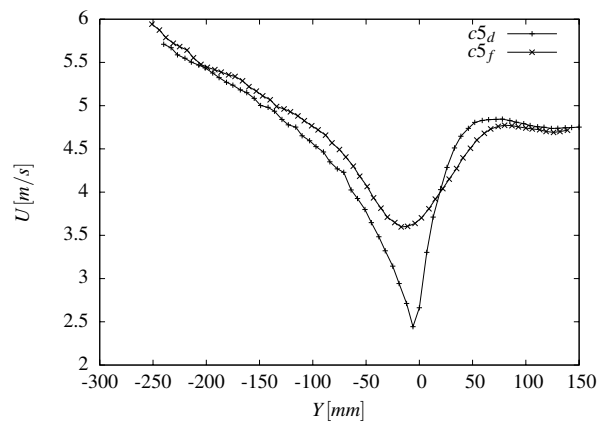


FIG. 4.12 – configuration 5 : Superposition des profils de vitesse en début ( $c5_d$ ) et en fin ( $c5_f$ ) de veine d'essais.

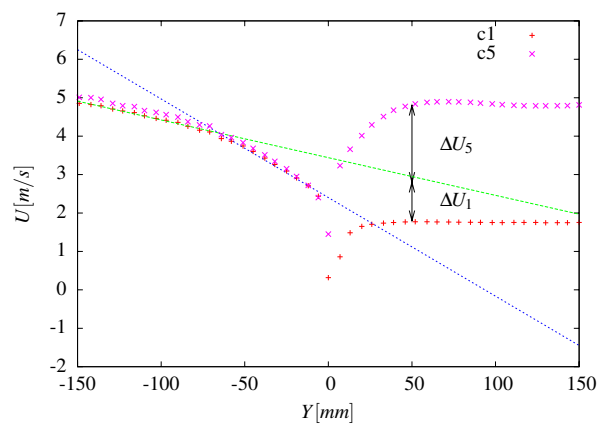


FIG. 4.13 – Double pente du gradient de cisaillement de nos deux configurations de couche de mélange. c1 pour la configuration 1, c5 pour la configuration 5.

### 4.2.1.b Grandeurs caractéristiques et similitude

Il existe un certain nombre de paramètres qui caractérisent une couche de mélange. Afin de déterminer l'évolution de nos deux configurations de couche de mélange, nous allons comparer nos paramètres caractéristiques avec ceux de certains auteurs de la littérature.

**Épaisseur de vorticité longitudinale :**  $\delta_\omega$  Pour une couche de mélange classique, l'épaisseur de vorticité longitudinale  $\delta_\omega$  est déterminée comme étant le rapport :

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{\max}} \quad (4.7)$$

Cependant, en raison de la présence du gradient de vitesse, cette relation ne peut pas être appliquée à nos couches de mélange.

Pour estimer l'épaisseur de vorticité de nos écoulements nous nous servons du fait que dans la zone de similitude d'une couche de mélange classique les maxima du coefficient d'aplatissement  $K_u$  se situent très précisément à  $0,75\delta_\omega$ . A l'aide de cet *a priori* nous avons déterminé les parties supérieures et inférieures, notées respectivement  $y_h$  et  $y_b$ , des expansions de nos deux écoulements. Nous avons alors pu définir une épaisseur de vorticité

$$\delta_\omega^* \equiv \frac{2}{3}(y_h - y_b). \quad (4.8)$$

La figure 4.14 représente l'évolution de ces expansions en fonction de  $x$  pour nos deux configurations d'écoulements.

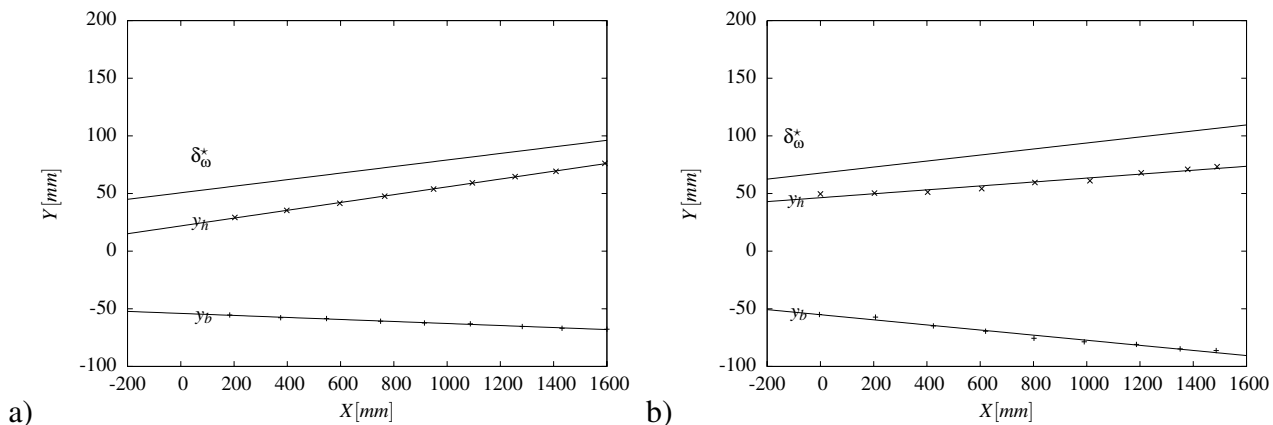


FIG. 4.14 –  volution des expansions haute et basse de nos couches de mélange ainsi que leur épaisseur de vorticité le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

A partir de l'expansion de la couche de mélange, nous pouvons également déterminer l'axe de la couche de mélange  $y_c$  comme étant la médiane entre  $y_h$  et  $y_b$ . Cependant sur la figure 4.14, nous constatons que  $y_h$  et  $y_b$  ne sont pas symétriques pour les deux configurations. Nous avons alors choisi de déterminer  $y_c$  à partir du lieu des maxima des profils de  $\overline{u'v'}$  pour la configuration 1 et à partir du lieu de  $\overline{u'v'} = 0$  pour la configuration 5. L'évolution des axes de nos couches de mélange sont représentées sur la figure 4.15.

On constate que le taux d'expansion des deux configurations est proche, avec une valeur légèrement plus grande pour la configuration 1 (cf. Tab. 4.2). A partir de ces valeurs en utilisant la relation empirique

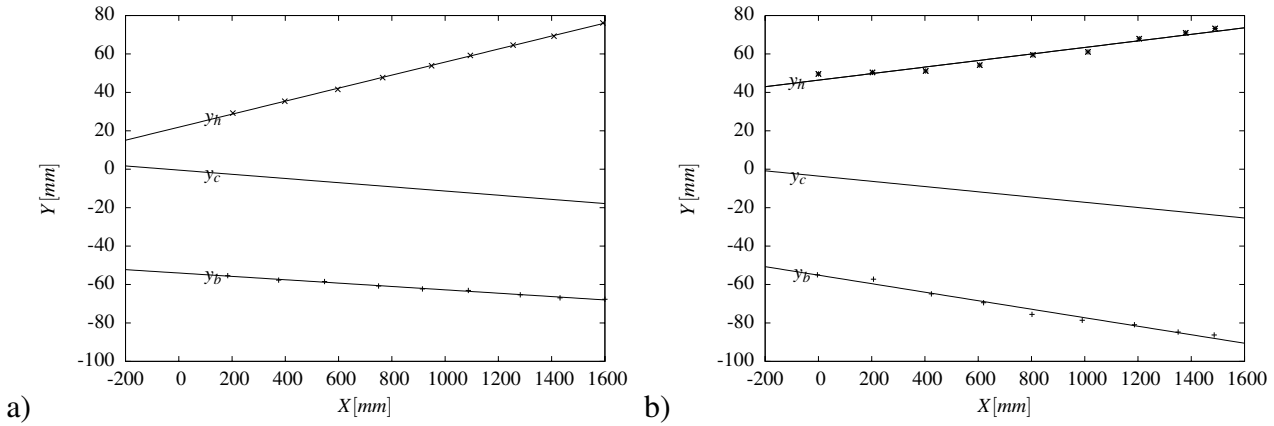


FIG. 4.15 – Évolution de l'axe de nos couches de mélange le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

	Configuration 1	Configuration 5
$d\delta_{\omega}^*/dx$	0,0284	0,0261
$\lambda_{CM}$	0,18	0,16

TAB. 4.2 – Taux d'expansion des deux écoulements.

$d\delta_{\omega}/dx \simeq 0,16\lambda_{CM}$ , on obtient les paramètres de vitesse  $\lambda_{CM}$  correspondant à une couche de mélange classique. Ce paramètre  $\lambda_{CM}$  est égal à 0,18 et 0,16 respectivement pour les configurations 1 et 5. Rappelons que  $\lambda_{CM} \equiv (1-r)/(1+r)$  où  $r$  est le rapport de vitesse d'une couche de mélange classique.

## 4.2.2 Évolution des profils d'intensité turbulente

La figure 4.16 présente l'évolution spatiale des moments d'ordre 2. A partir de cette figure on constate la particularité des deux écoulements.

Pour la configuration 1, il apparaît qu'au delà de la plaque séparatrice, le niveau de turbulence augmente avec l'évolution longitudinale. Ce phénomène, contraire de celui que l'on observe pour une couche de mélange classique, est probablement dû au gradient de vitesse qui au fur et à mesure du développement de la couche de mélange injecte de plus en plus d'énergie dans l'écoulement.

Pour la configuration 5, les fluctuations de la vitesse observe une décroissance avec le développement de l'écoulement suivant l'axe longitudinal. La distribution spatiale de la grandeur  $\overline{u'v'}$  indique clairement que la configuration 5 a les caractéristiques d'un sillage. Le changement de signe de  $\overline{u'v'}$  suivant l'axe  $y$  correspond à une allée tourbillonnaire comprenant des tourbillons contrarotatifs.

## 4.2.3 Évolution des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement

Le coefficient d'aplatissement  $K_{u_i}$  d'un signal temporel permet de mettre en évidence les zones intermittentes d'un écoulement. Le signe de ces excursions est donné par le coefficient de dissymétrie  $S_{u_i}$ . Ces deux coefficients sont obtenus en normalisant les moments d'ordre 4 et les moments d'ordre 3 par les moments d'ordre 2 comme suit :

$$K_{u_i} = \frac{\overline{u_i^4}}{\overline{u_i^2}^2} \text{ et } S_{u_i} = \frac{\overline{u_i^3}}{\overline{u_i^2}^{\frac{3}{2}}}$$

avec  $u_i = u, v$  ou  $w$ .



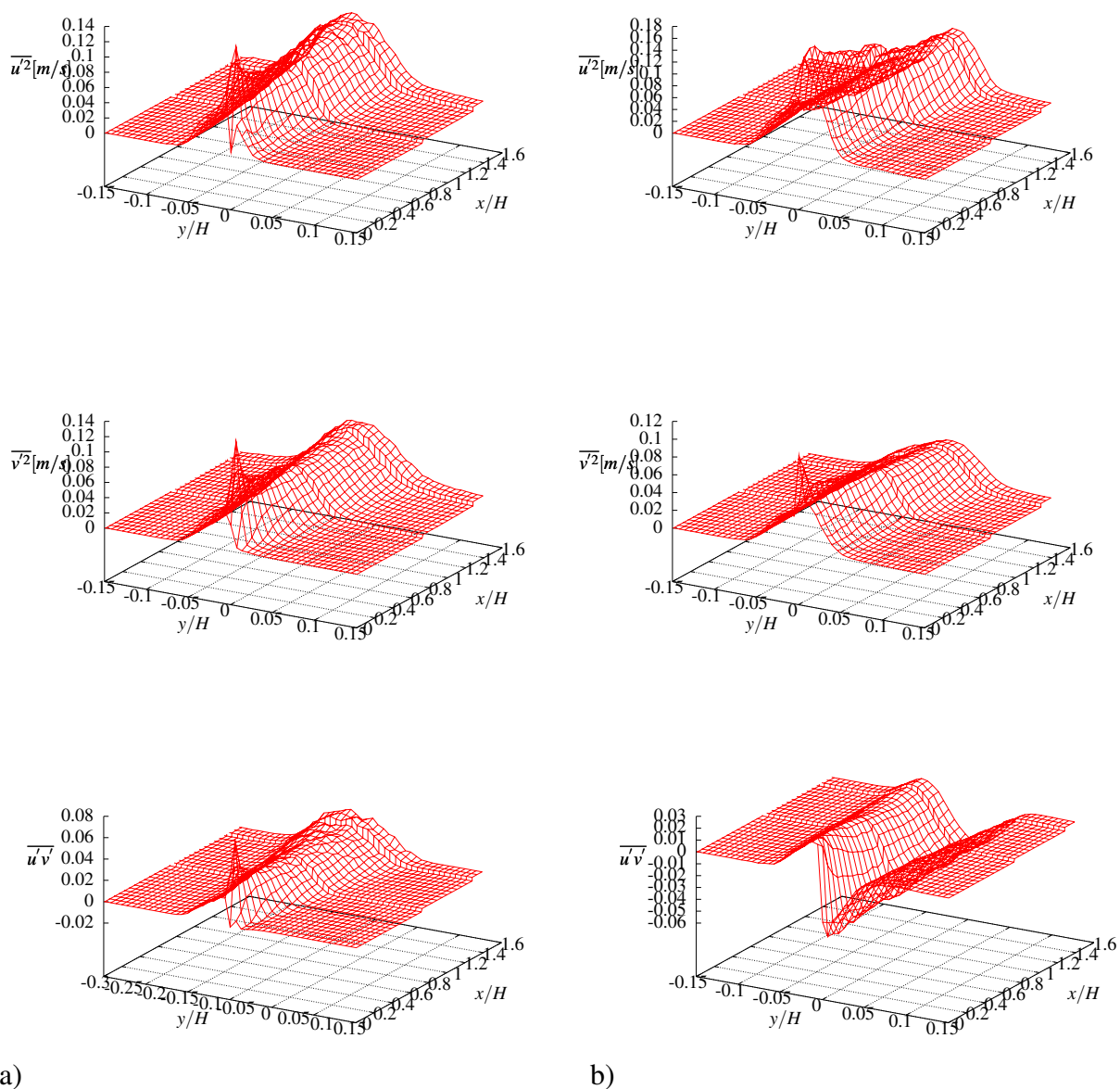


FIG. 4.16 – Évolution des profils d'intensité turbulente le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

Sur la figure 4.21, nous avons représenté les évolutions de  $K_u$  et  $K_v$  à quatre positions  $x = 115$  mm,  $x = 400$  mm,  $x = 1105$  mm et  $x = 1490$  mm, le long de notre veine d'essais. Sur ces figures, les extrema représentent la zone de forte intermittence et correspondent aux frontières de la couche de mélange. Au niveau de ces extrema, nous avons une dissymétrie entre les maxima côté écoulement cisailé et côté écoulement uniforme. Dans le cas d'une couche de mélange classique, les côtés basses vitesses sont toujours plus élevés. Ce comportement se vérifie sur les figures du coefficient d'aplatissement pour la configuration 5 où effectivement le côté basse vitesse correspond aux  $y$  négatifs à savoir la zone de l'écoulement cisailé. Par contre pour la configuration 1, les maxima du coefficient d'aplatissement se situent du côté de la haute vitesse matérialisée par l'écoulement uniforme côté  $y$  positifs. Cela traduit une fois de plus que pour cette configuration 1, la couche de mélange dévie vers la zone à gradient.

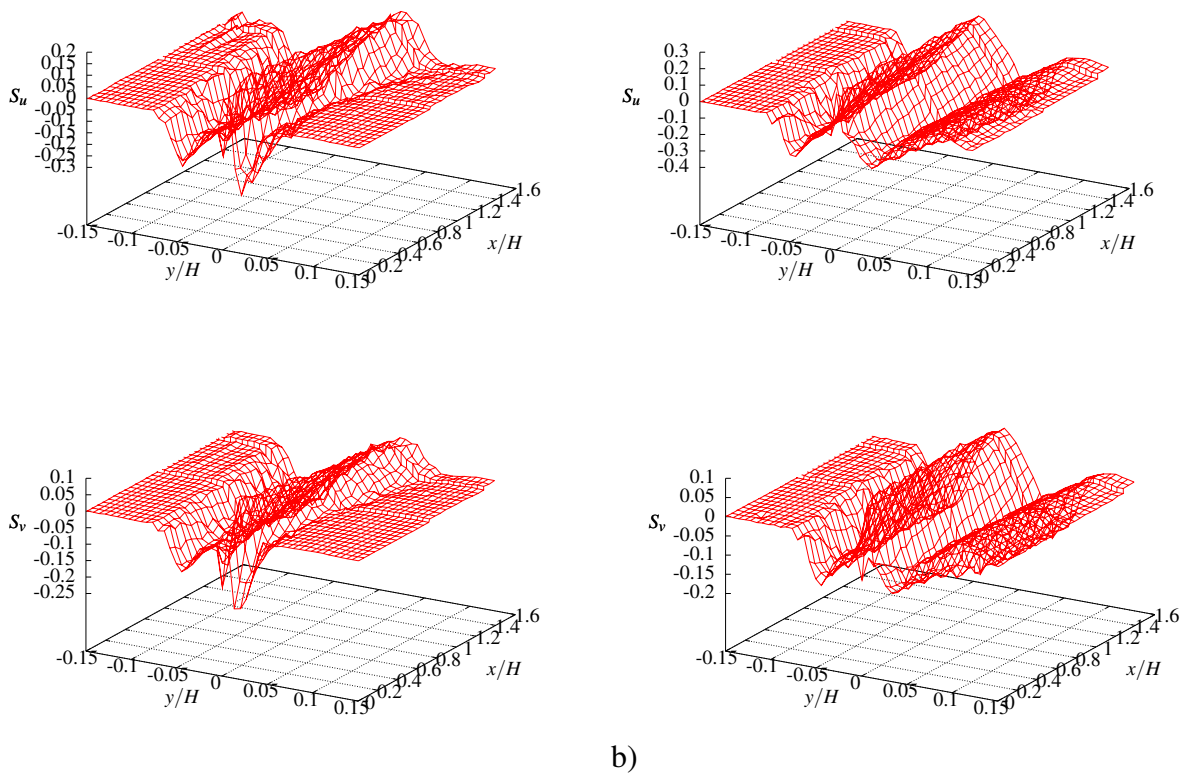


FIG. 4.17 – Évolution des coefficients de dissymétrie  $S_u$  et  $S_v$  le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

### 4.3 Analyse de la turbulence

Cette partie du chapitre est consacrée à l'analyse des bilans d'énergie des différents tensions de Reynolds de nos deux couches de mélange. Cette analyse est effectuée sur la base des différents termes qui forment l'équation de transport des tensions de Reynolds. Ces termes se déclinent sous la forme d'une production d'énergie qui est convectée au travers de la couche de mélange, processus au cours duquel une partie de l'énergie se diffuse tandis qu'une autre partie est dissipée. Du fait de la conservation de l'énergie tous ces termes s'équilibrent en tenant compte du processus de transfert d'énergie dû à la viscosité et aux corrélations pression-vitesse. Les équations qui permettent d'obtenir les différents termes de nos bilans d'énergie sont

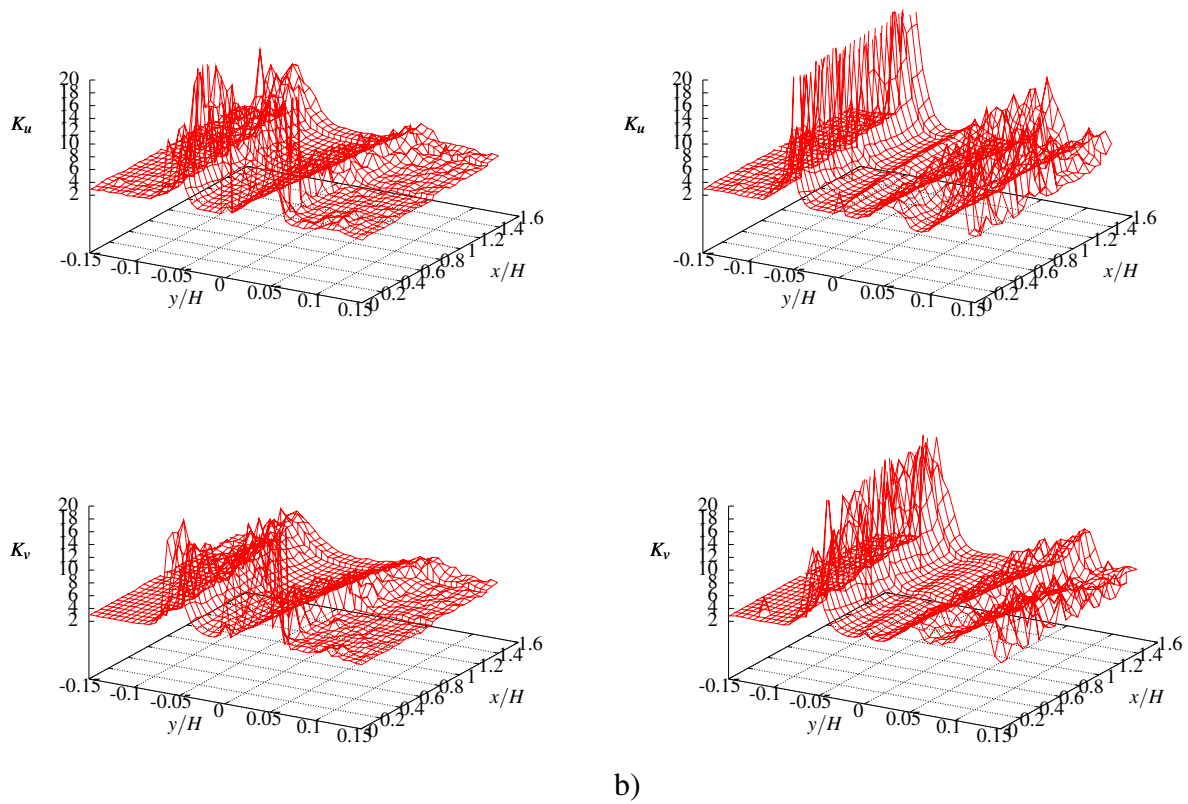


FIG. 4.18 – Évolution des coefficients d'aplatissement  $K_u$  et  $K_v$  le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

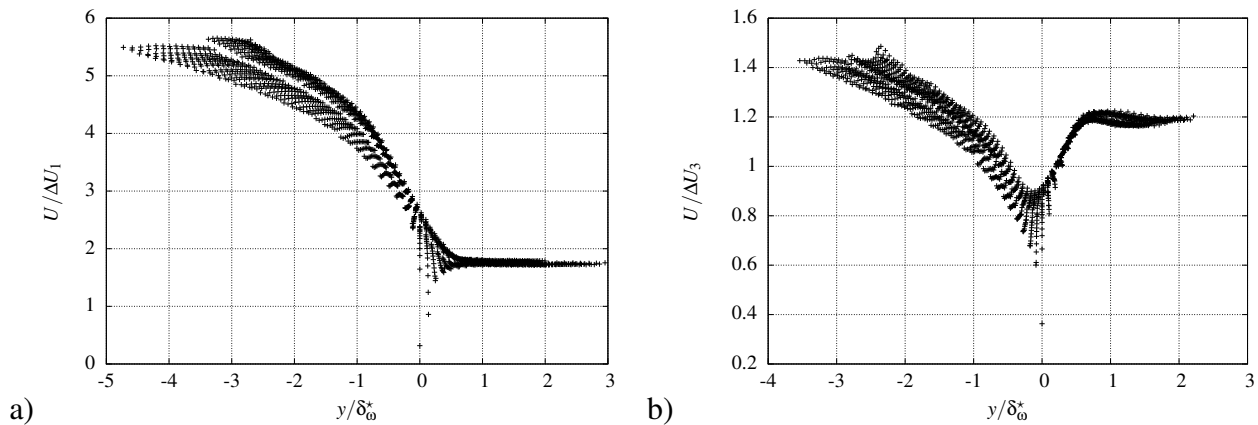


FIG. 4.19 – Évolution des profils de vitesse moyenne  $U$  le long de la veine d'essais. a) configuration 1, b) configuration 5.

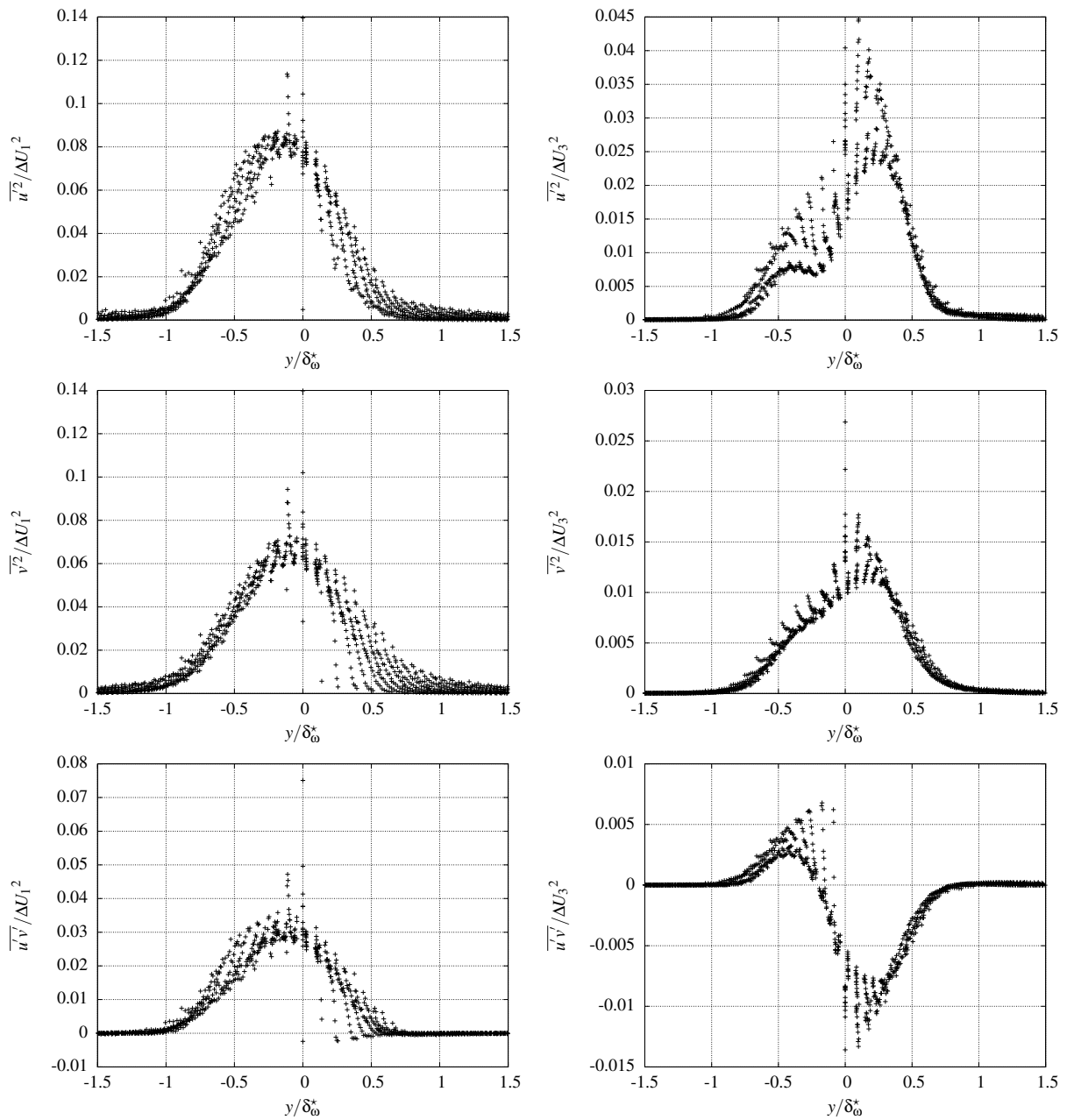


FIG. 4.20 – Évolution des moments d'ordre 2 le long de la veine d'essais. *A gauche*, configuration 1. *A droite* configuration 5.

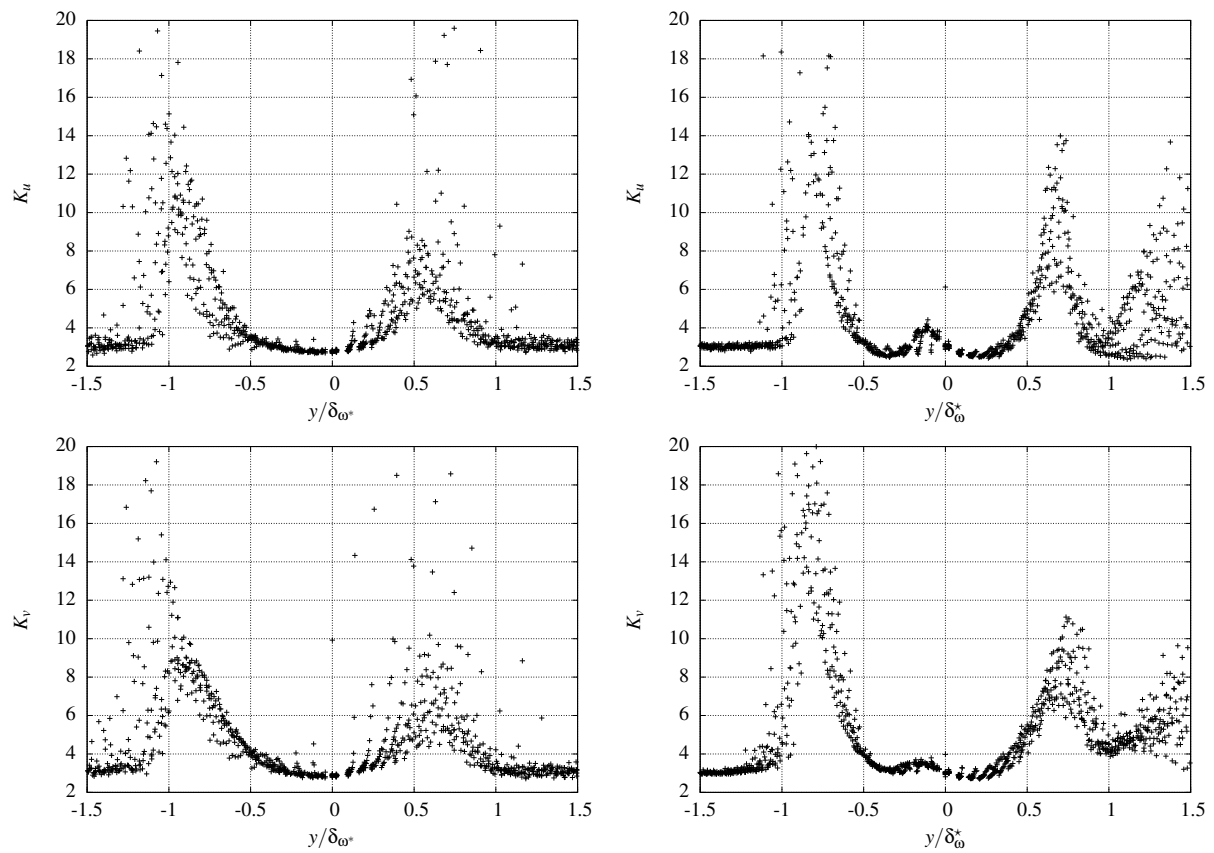


FIG. 4.21 – Évolution des coefficients d'aplatissement  $K_u$  et  $K_v$ . A gauche, configuration 1. A droite configuration 5.

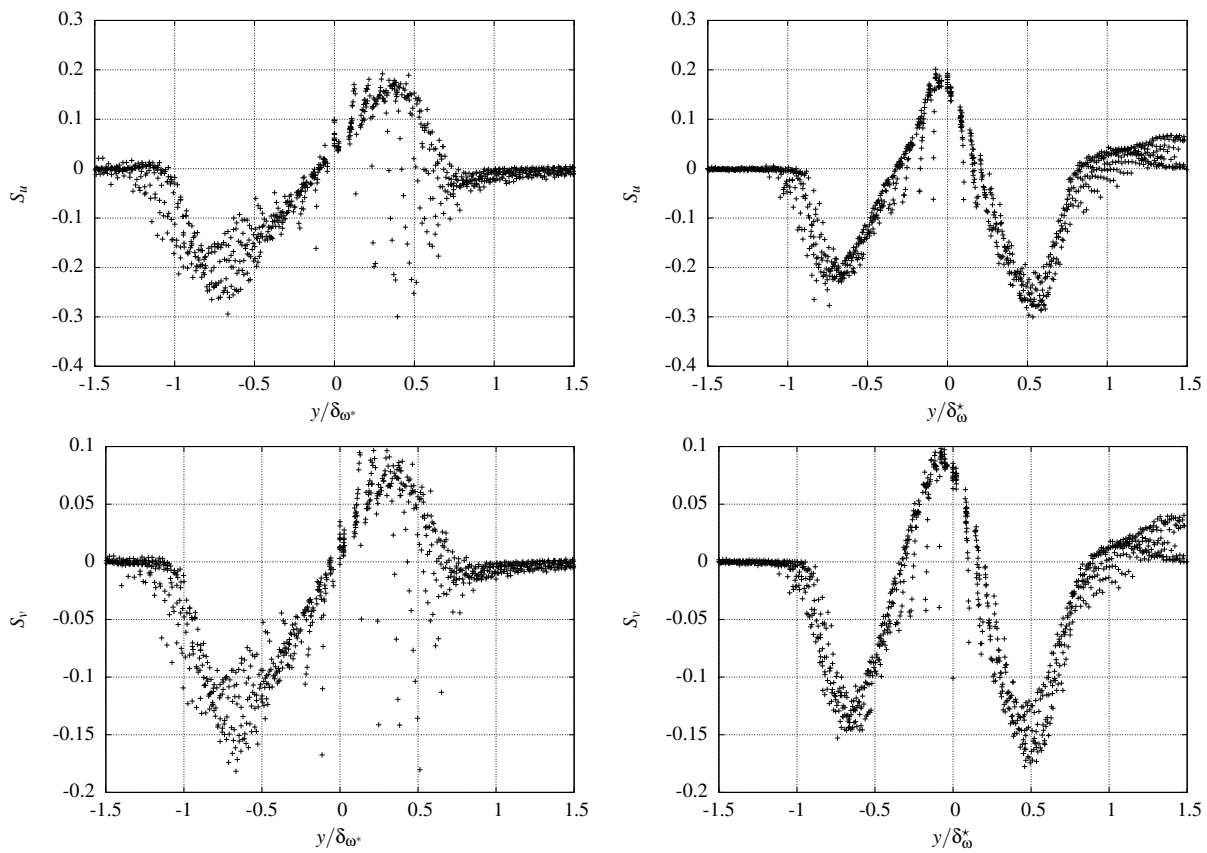


FIG. 4.22 – Évolution des coefficients de dissymétrie  $S_u$  et  $S_v$ . A gauche, configuration 1. A droite configuration 5.

données dans l'annexe C, seul le terme de corrélations pression-vitesse est obtenu par différence des autres termes. Sur nos figures, ce terme apparaît sous le terme de "reste".

### 4.3.1 Bilans de $\overline{u'^2}$

La figure 4.23 représente l'évolution des bilans d'énergie de la composante longitudinale de nos deux couches de mélange. Le long de la veine d'essais, cette évolution est marquée par une baisse des niveaux d'énergie. Cette baisse est plus marquée au niveau de la configuration 1 que de la configuration 5. En effet, il y a à peu près un facteur 10 entre les bilans d'énergie à la position  $x = 115$  mm de la position  $x = 1490$  mm pour la configuration 1 tandis que ce facteur n'est que de 6 pour la configuration 5 aux mêmes positions. A la position  $x = 115$  mm, les bilans de  $\overline{u'^2}$  présentent un aspect très piqué pour ensuite devenir plus arrondis lorsque l'on s'éloigne de la plaque séparatrice. Cela pourrait être attribué à un effet de sillage dû à la présence de la plaque séparatrice.

### 4.3.2 Bilans de $\overline{v'^2}$

La figure 4.24 représente l'évolution des bilans d'énergie de la composante transversale  $v$  de nos deux couches de mélange. Comparés aux bilans d'énergie de la composante longitudinale, ces bilans présentent un terme résiduel plus élevé. Ce terme résiduel correspond aux termes du bilan d'énergie que nous n'avons pas pu évaluer directement. Ici, les termes non mesurés sont ceux correspondant à la corrélation pression-vitesse. Comme le rappelle DeSouza (1996), le terme de corrélation pression-vitesse est généralement admis à jouer un rôle secondaire dans le bilan d'énergie des écoulements incompressibles en quasi-équilibre. Cependant ici le terme de corrélation pression-vitesse est le terme prépondérant au niveau du gain d'énergie dû à la composante transversale  $v$ . Et il en est ainsi tout au long de la veine d'essais.

### 4.3.3 Bilans de $\overline{u'v'}$

Les bilans de  $\overline{u'v'}$  sont représentés sur la figure 4.25.

Pour la configuration 1, au niveau du gain d'énergie, le terme dominant est celui de la production qui est principalement équilibré par le terme de dissipation. Ainsi donc pour cette configuration de couche de mélange, cela est un critère d'augmentation du mélange. En effet l'énergie contenue dans les grandes échelles de la turbulence se retrouve en quasi totalité dissipée au niveau des petites échelles entraînant ainsi une augmentation du mélange. De manière qualitative, les profils de ces bilans sont assez similaires à ceux des bilans de la composante longitudinale  $\overline{u'}$ . Ces bilans de  $\overline{u'v'}$  présentent une convection quasi positive tout au long de la veine d'essais, or d'après les bilans de  $\overline{u'v'}$  fourni par Castro (cf Rodi (1975)), le terme de convection est négative dans le cas d'une couche de mélange classique. Ainsi donc pour la configuration 1, nous avons une couche de mélange avec apport d'énergie par convection. Ce gain d'énergie devra apparaître au niveau des spectres d'énergie.

Pour la configuration 5, le terme de production présente une dissymétrie par rapport à l'axe de la plaque séparatrice. Ainsi pour les  $y$  négatifs correspondant au gradient de vitesse, le terme de production est positif alors que ce terme devient négatif du côté des  $y$  positifs, côté qui correspond à l'écoulement uniforme. Une fois de plus ce terme s'équilibre avec le terme "reste". L'allure de ces bilans se retrouve chez Béharelle (1999) et se traduit comme la marque d'un sillage plan.

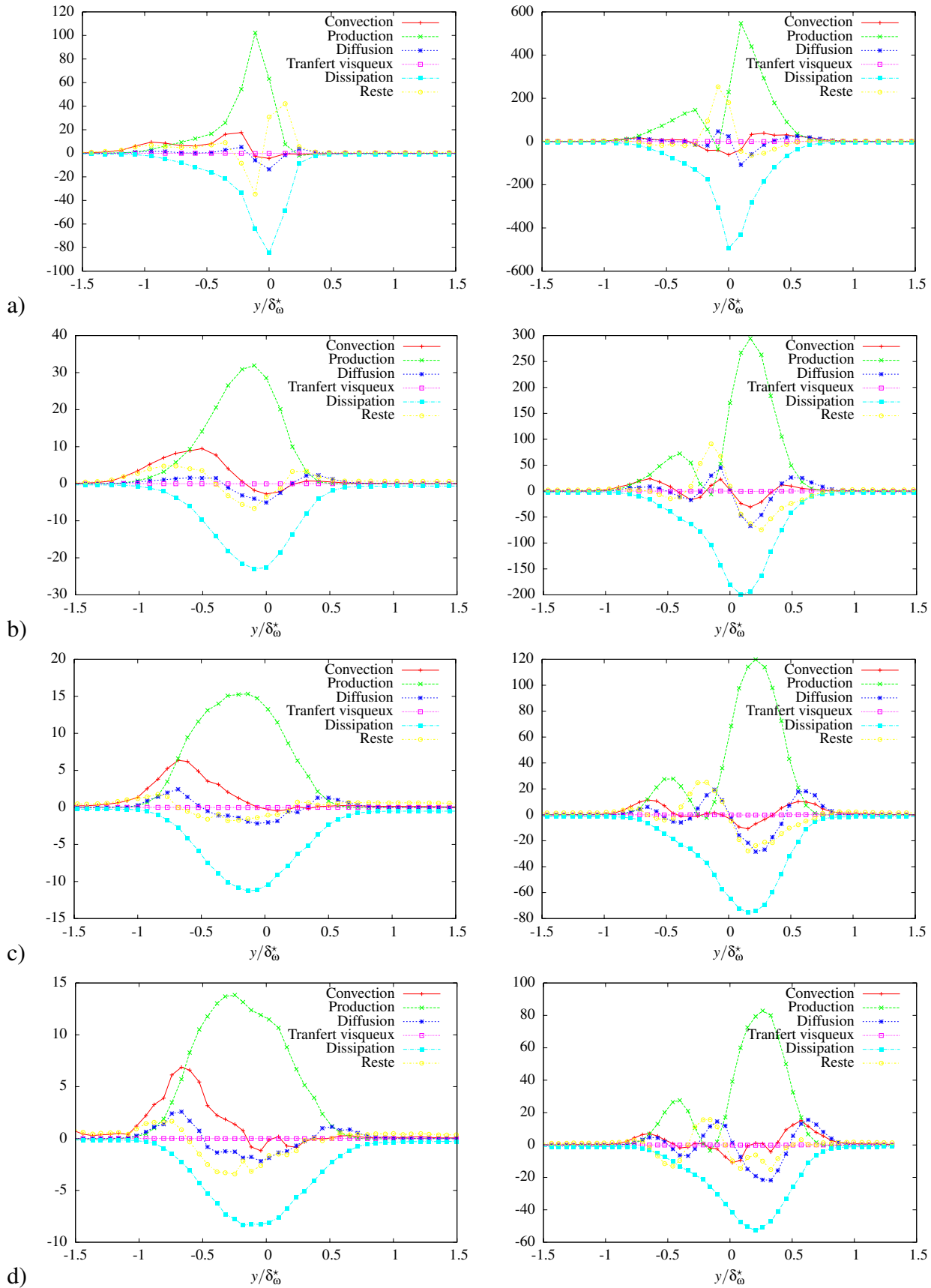


FIG. 4.23 – Bilans des tensions de Reynolds  $\overline{u'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a)  $x = 115$  mm, b)  $x = 400$  mm, c)  $x = 1105$  mm et d)  $x = 1490$  mm.



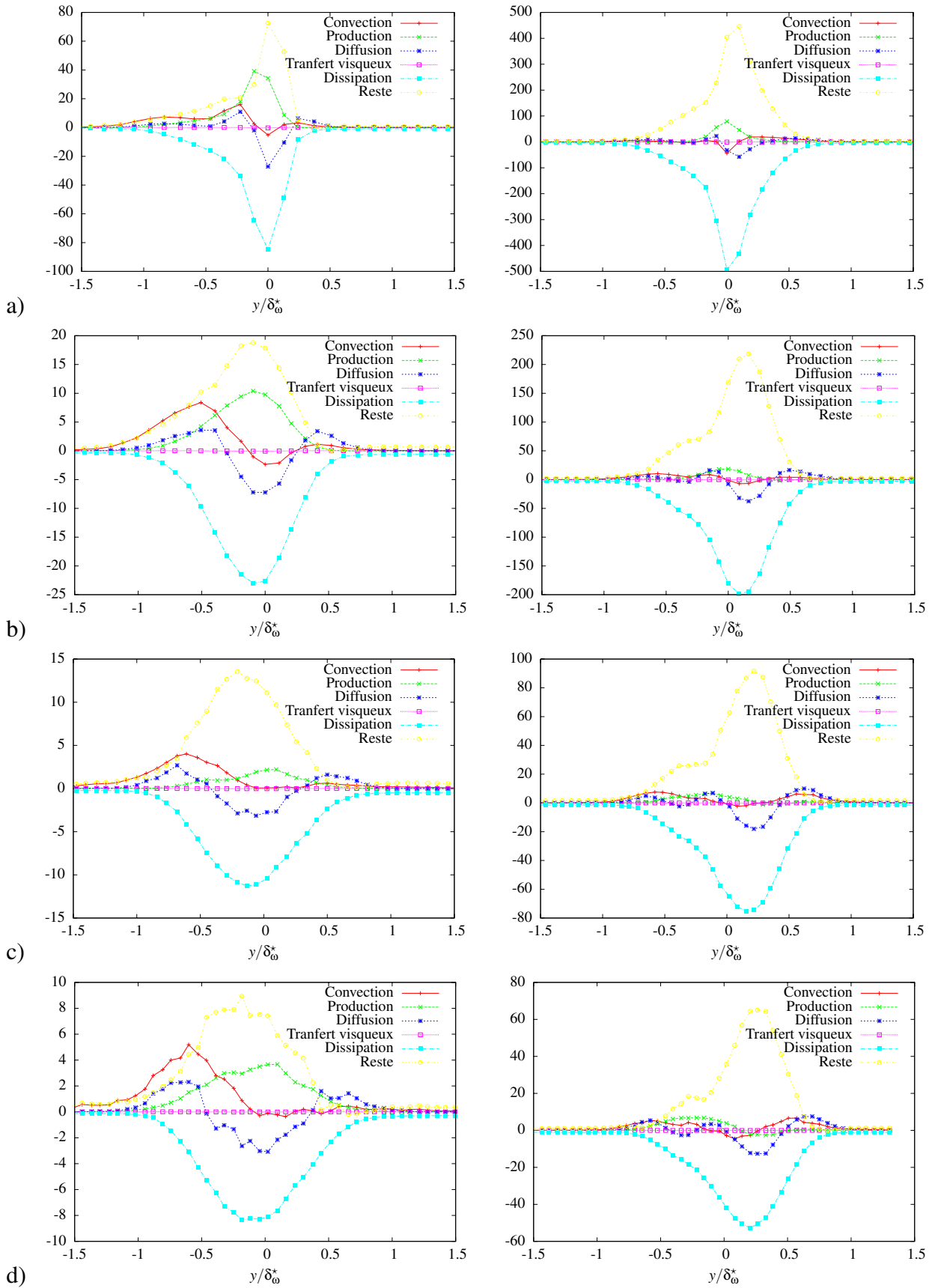


FIG. 4.24 – Bilans des tensions de Reynolds  $\overline{v^2}$  normalisés par  $\delta_0/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a)  $x = 115$  mm, b)  $x = 400$  mm, c)  $x = 1105$  mm et d)  $x = 1490$  mm.

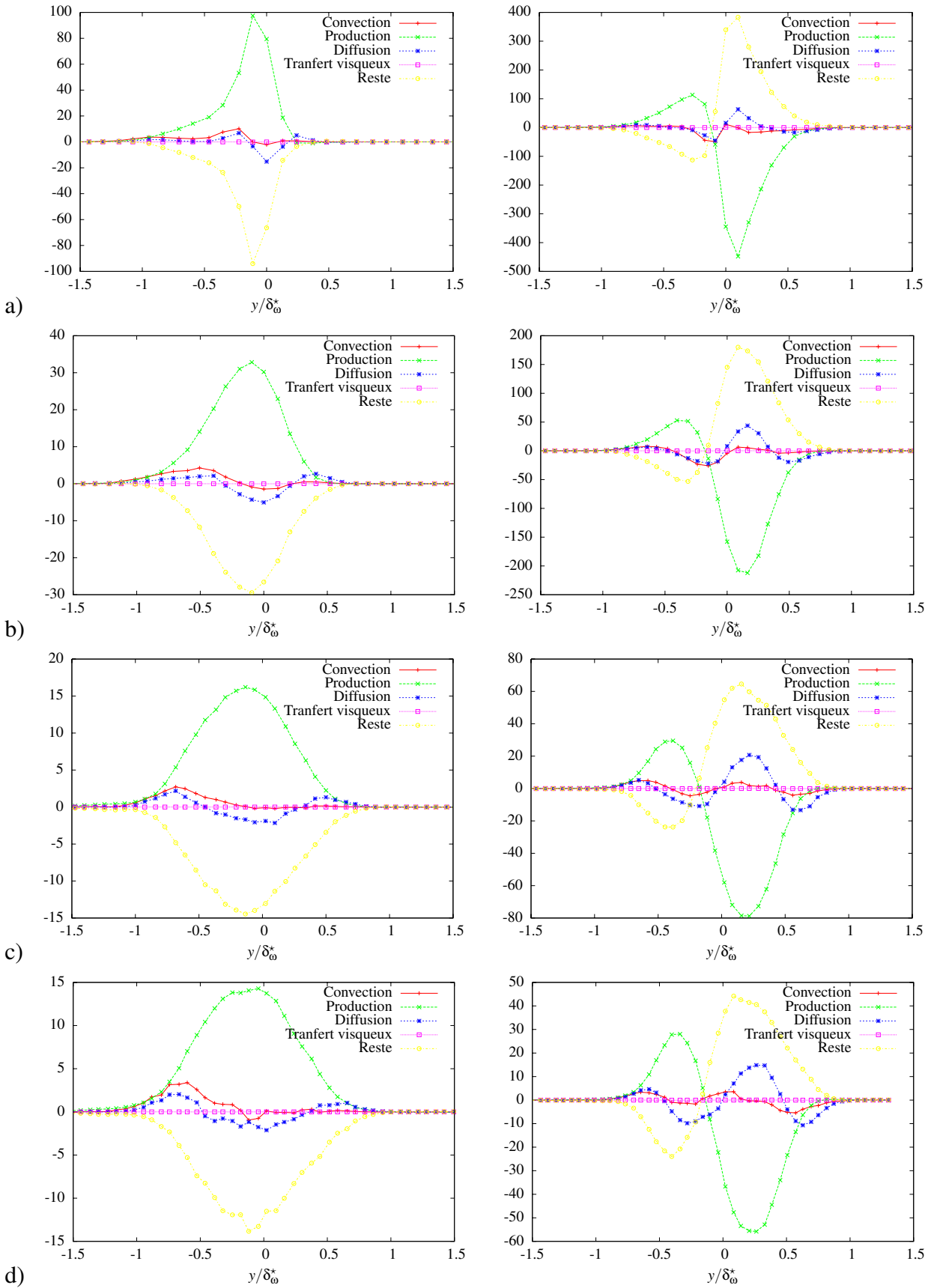


FIG. 4.25 – Bilans des tensions de Reynolds  $\overline{u'v'}$  normalisés par  $\delta_{\omega}/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a)  $x = 115$  mm, b)  $x = 400$  mm, c)  $x = 1105$  mm et d)  $x = 1490$  mm.

#### 4.3.4 Bilans de $\overline{w'^2}$

Suivant l'axe transversal  $z$ , les bilans d'énergie de  $\overline{w'^2}$  présentent des allures assez similaires. Ces bilans se caractérisent par une relaxation très rapide des différents termes qui constituent ces bilans.

**Le terme de production** de nos différents bilans des tensions de Reynolds est représenté sur la figure 4.27 suivant les quatre positions  $x = 115$  mm,  $x = 400$  mm,  $x = 1105$  mm et  $x = 1490$  mm. Pour la configuration 1 ce terme est positif et présente la même allure pour les trois composantes  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$  et  $\overline{u'v'}$ . Tandis que pour la configuration 5 ce terme présente un aspect différent suivant la composante considérée :

- pour  $\overline{u'^2}$ , le terme de production est positif et présente une double bosse d'énergie. Ce terme s'annule au niveau de l'axe du sillage.
- pour  $\overline{v'^2}$ , le terme de production est positif avec une seule bosse d'énergie.
- pour  $\overline{u'v'}$ , le terme de production présente une dissymétrie par rapport à l'axe du sillage. Cette dissymétrie du terme de production est due au cisaillement longitudinal.

**Le terme de convection.** La figure 4.28 représente le terme de convection de nos deux configurations. Pour une couche de mélange classique ce terme est toujours négatif et nul au centre de la couche de mélange (cf Denis (2000)) or pour la configuration 1 ce terme est positif. Ainsi donc notre couche de mélange reçoit un apport d'énergie. En se reportant aux graphes, le pic d'énergie se situe au niveau des  $y$  négatifs ainsi donc c'est la zone à gradient de vitesse qui convecte de l'énergie vers la zone de mélange.

**Le terme de diffusion.** Pour une couche de mélange classique (cf Bradshaw & Ferriss (1965)), la diffusion est maximale à la frontière de la couche de mélange et son intégrale est nulle sur toute la couche de mélange. Ce comportement du terme de diffusion se vérifie sur la figure 4.29.

**Le terme de dissipation.** De manière générale, c'est le terme de dissipation qui équilibre le terme de production. Pour calculer la dissipation d'énergie, on fait appel à l'hypothèse d'isotropie locale, autrement dit on suppose que les petites structures tourbillonnaires liées à la dissipation n'ont pas de direction préférentielle et sont donc considérées comme étant isotropes. Ainsi comme rappelé dans l'annexe C,  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$  cause pour laquelle les graphes du terme dissipatif sont identiques pour les tensions de Reynolds  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$  et  $\overline{w'^2}$ . Toujours selon l'isotropie locale, la dissipation de  $\overline{u'v'}$  est nulle.

**Le terme de transfert visqueux.** Souvent ce terme est soit négligé soit inclus directement dans le terme "reste".

#### 4.3.5 Résultats de l'analyse spectrale

Les spectres d'énergie représentés dans cette section proviennent des mesures par fils chauds croisés, effectuées dans la couche de mélange de nos deux configurations, le long de la veine d'essais suivant un pas de  $\Delta x = 55$  mm à partir de  $x = 5$  mm de la plaque séparatrice. Seul les spectres de la position  $x = 1105$  mm sont représentés ici (figure 4.32), cependant l'ensemble de nos spectres figure dans l'annexe C. Chaque spectre est obtenu au bout de 40s d'acquisition de données indépendantes pour une taille de fenêtre de 4096 points. La fréquence d'échantillonnage est de 12500 Hz. Les acquisitions sont divisées en 120 blocs de 2048 échantillons, que l'on peut supposer indépendants. Pour minimiser l'effet de fenêtre qui peut être causé par l'étendue temporelle finie des blocs de 2048 échantillons, une fonction de correction type fenêtre de Hanning (voir Delville (1995) pour plus de détails) est appliquée à chacun de ces blocs. La procédure FFT (Fast Fourier Transform) est ensuite appliquée à ces blocs de 2048 échantillons afin de passer du domaine

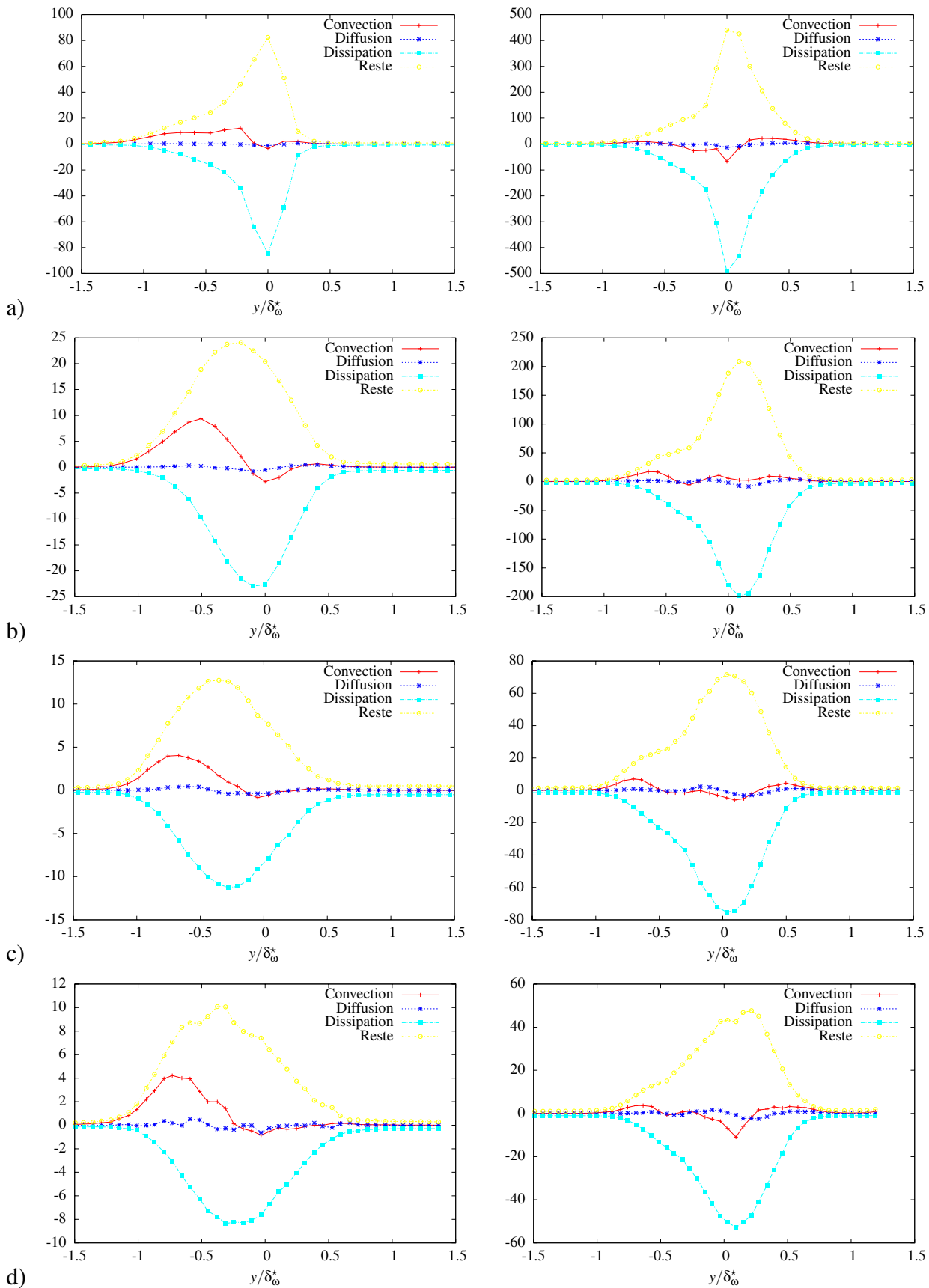


FIG. 4.26 – Bilans des tensions de Reynolds  $\overline{w'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . configuration 1 courbes de gauche, configuration 5 courbes de droite. a)  $x = 115$  mm, b)  $x = 400$  mm, c)  $x = 1105$  mm et d)  $x = 1490$  mm.

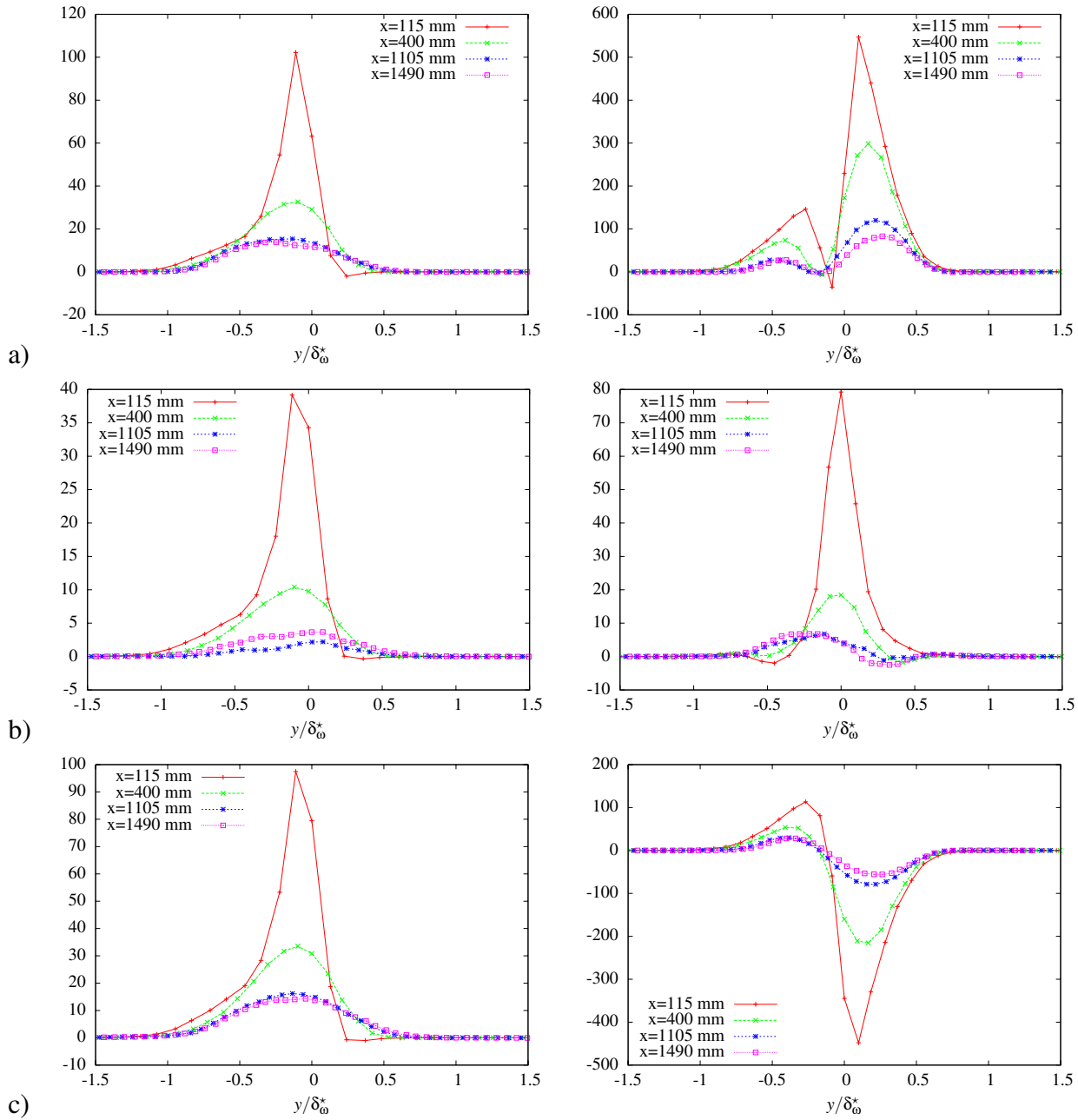


FIG. 4.27 – Production des tensions de Reynolds : a)  $\overline{u'^2}$ , b)  $\overline{v'^2}$  et c)  $\overline{u'v'}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5.

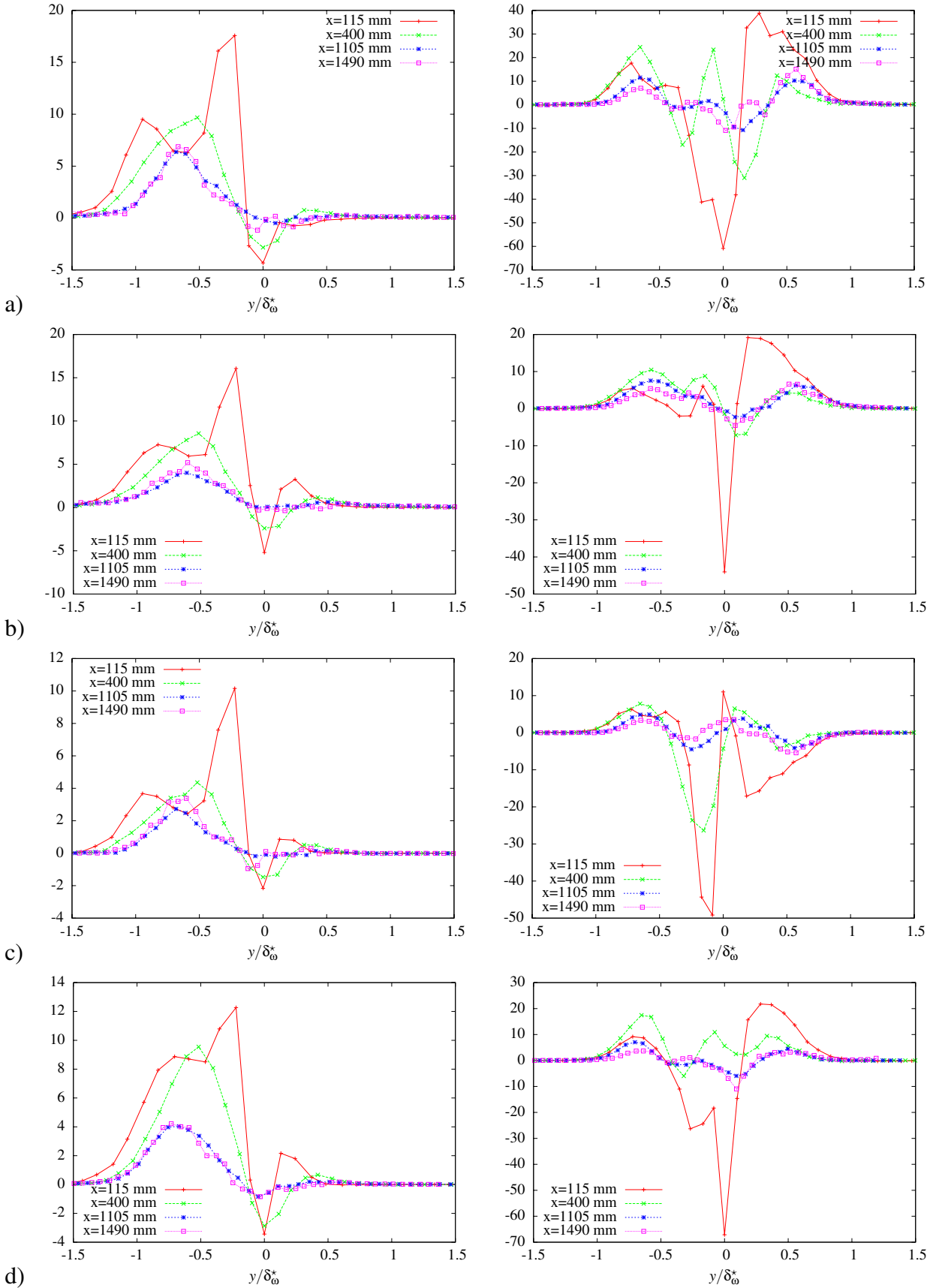


FIG. 4.28 – Convection des tensions de Reynolds : a)  $\overline{u'^2}$ , b)  $\overline{v'^2}$ , c)  $\overline{u'v'}$  et d)  $\overline{w'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5.

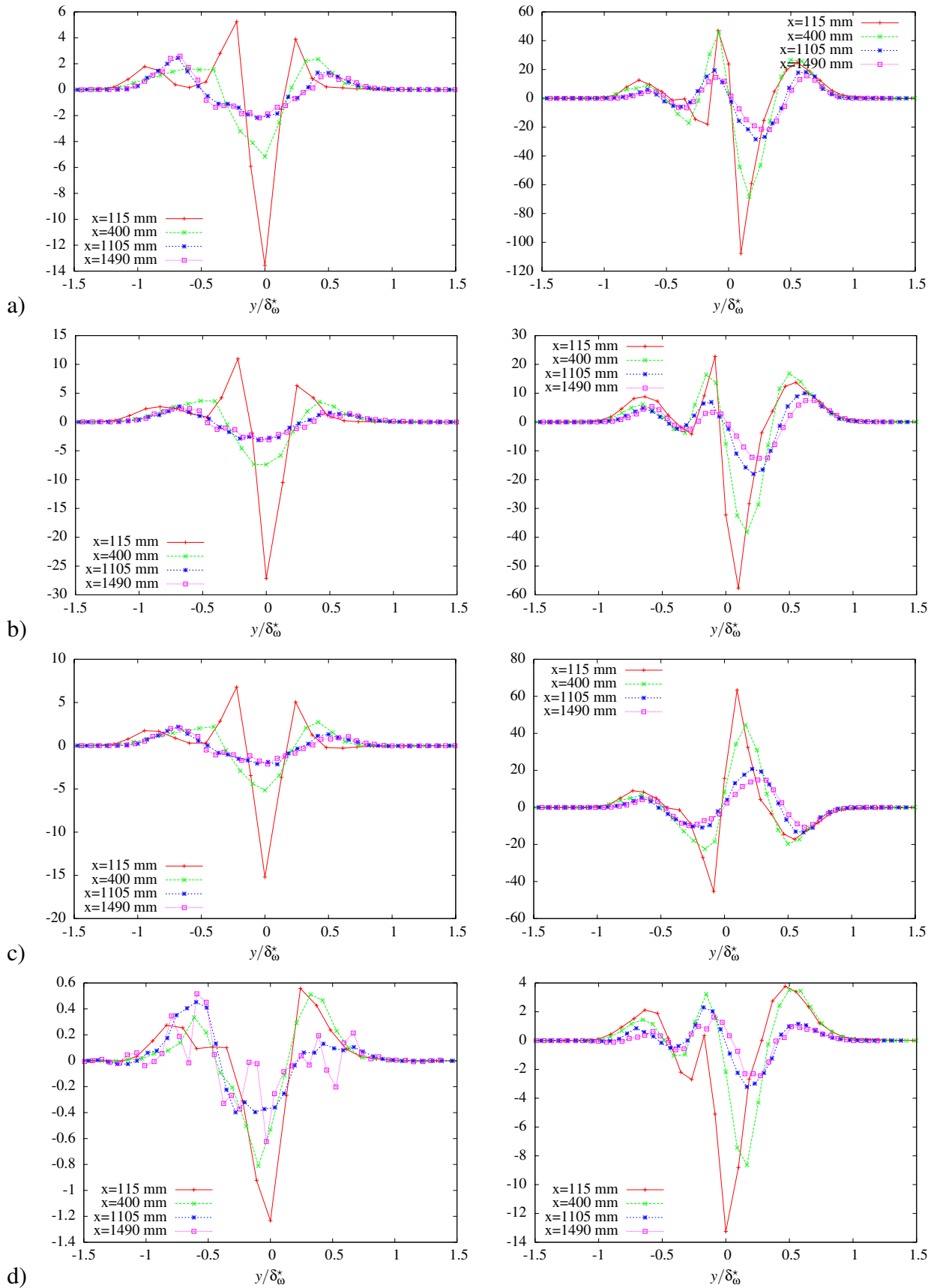


FIG. 4.29 – Diffusion des tensions de Reynolds : a)  $\overline{u'^2}$ , b)  $\overline{v'^2}$ , c)  $\overline{u'v'}$  et d)  $\overline{w'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5.

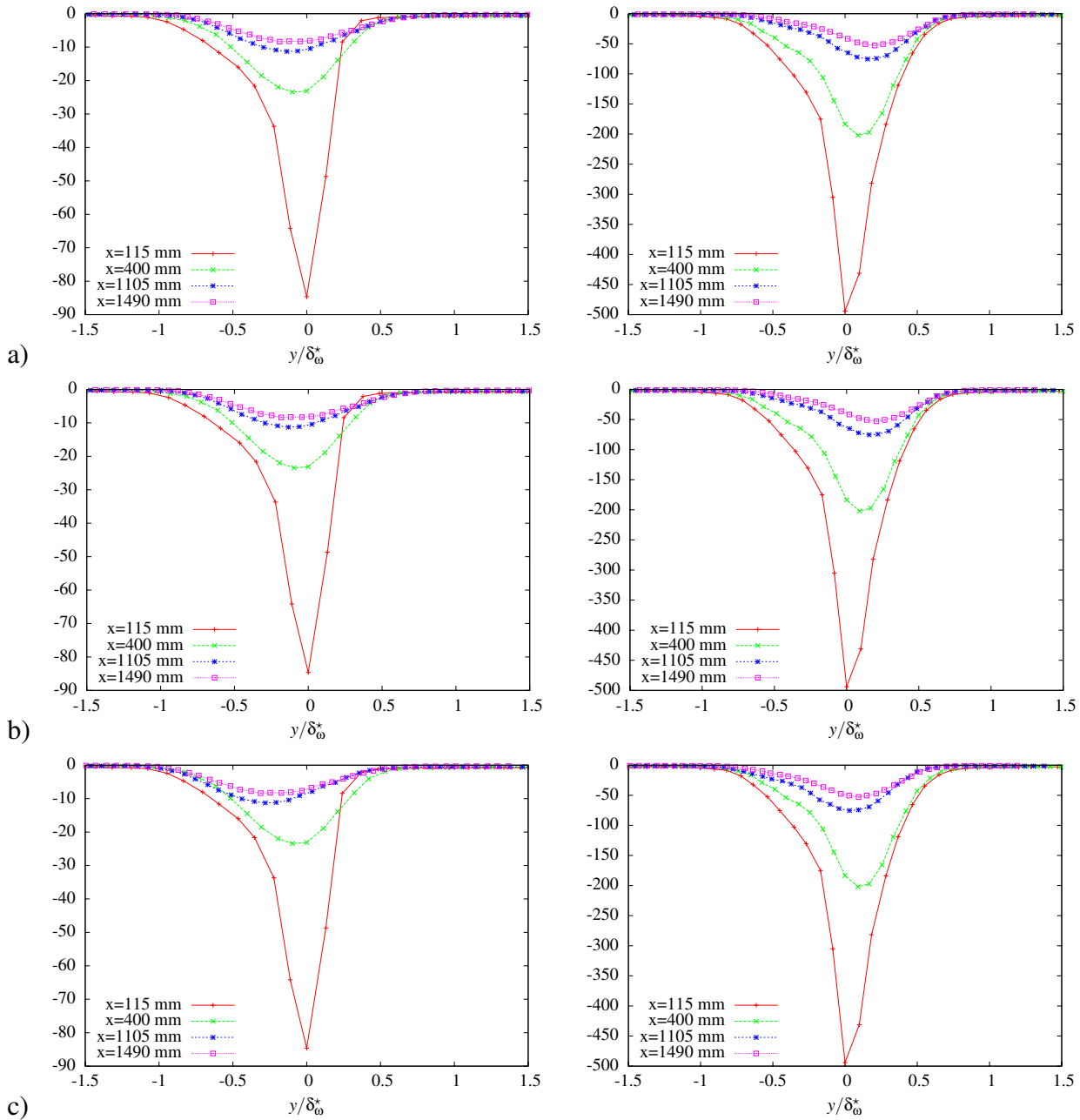


FIG. 4.30 – Dissipation des tensions de Reynolds : a)  $\overline{u'^2}$ , b)  $\overline{v'^2}$  et c)  $\overline{w'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5.



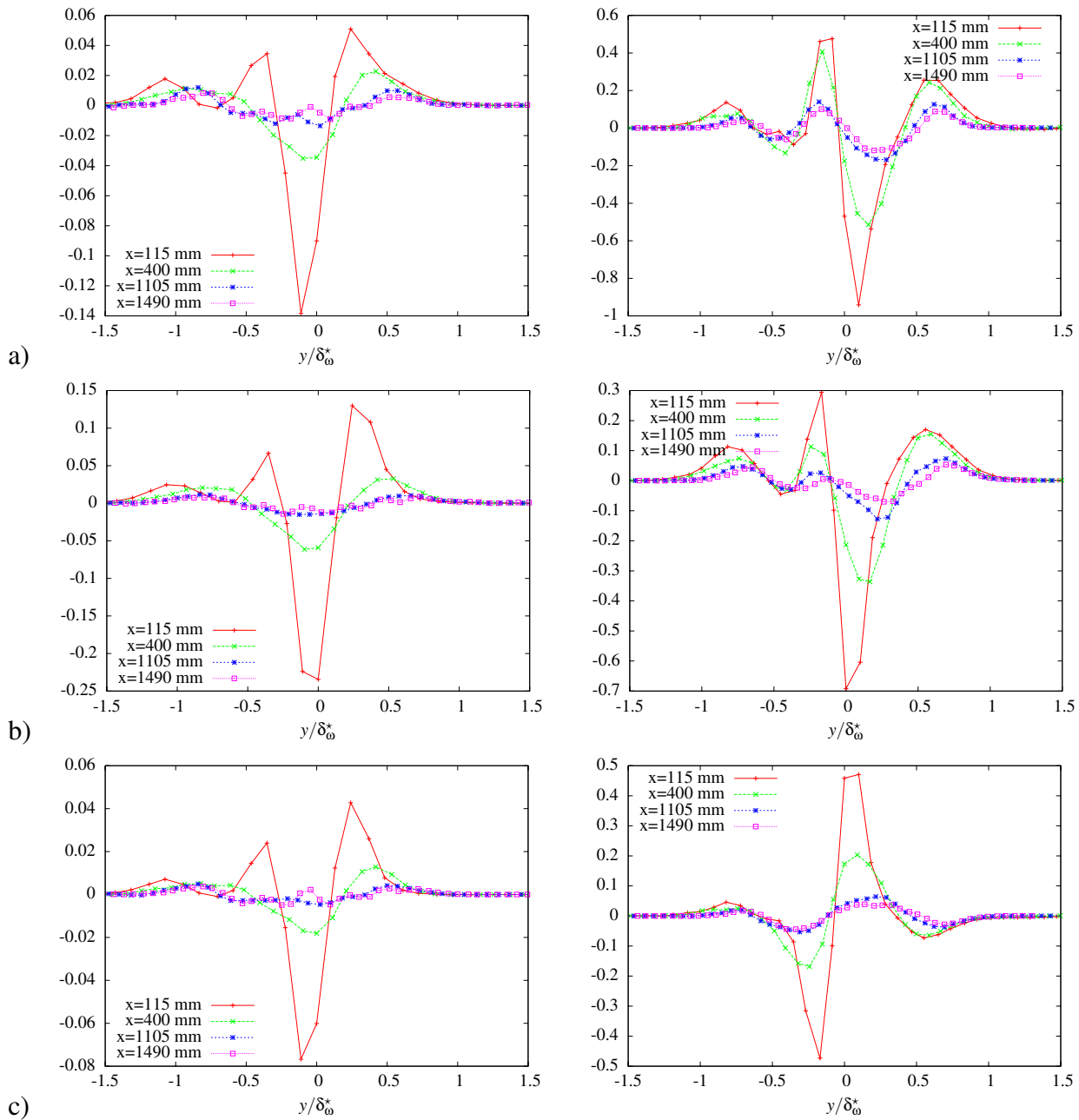


FIG. 4.31 – Transfert visqueux des tensions de Reynolds : a)  $\overline{u'^2}$  et b)  $\overline{v'^2}$  normalisés par  $\delta_\omega/\Delta U_i^3$ . à gauche configuration 1, à droite configuration 5.

temporel au domaine fréquentiel. L'erreur statistique sur l'estimation des spectres est alors de l'ordre de  $1/\sqrt{120} = 9\%$  (voir [Delville \(1995\)](#)).

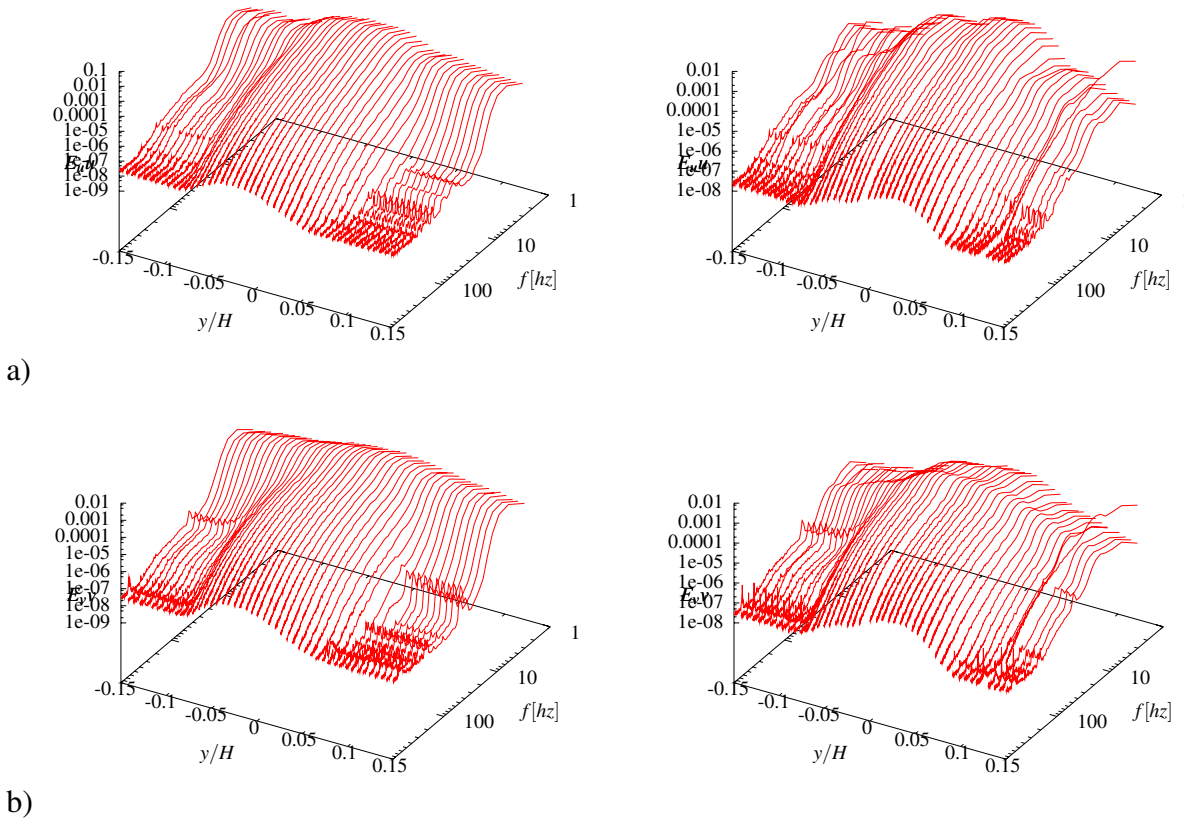


FIG. 4.32 – Évolution des spectres d'énergie des composantes longitudinale  $u$  et transversale  $v$  à  $x = 1105$  mm. a) configuration 1, b) configuration 5.

**Remarques qualitatives.** Sur toute l'épaisseur de la couche de mélange, les spectres d'énergie ne présentent pas de pic marqué aussi bien pour la configuration 1 et que pour la configuration 5. De manière générale, ce pic correspond à la fréquence de passage des tourbillons. Par conséquent son absence laisse supposer deux hypothèses, soit aucune de nos deux configurations ne présente une structuration organisée et périodique, soit par un phénomène non identifié, ces structures sont rapidement déstructurées entraînant ainsi un apport d'énergie au niveau des échelles dissipatives d'énergie. Les niveaux d'énergie du terme de dissipation présenté dans la section précédente tendent à appuyer notre seconde hypothèse. A la place d'un pic bien marqué, nous sommes en présence d'une bosse couvrant une bande de fréquence assez large pour la configuration 1 alors que pour le cas de la configuration 5 nous constatons la présence d'une seconde bosse qui devient de plus en plus visible vers l'aval. D'après [Béharelle \(1999\)](#), les fréquences observées dans le centre de la zone de mélange sont nettement moins marquées que celles mesurées à la frontière de la zone cisailée et que leur valeur est en outre plus basse. La figure 4.33 représente les spectres suivant la composante longitudinal  $u$  et transversal  $v$  aux frontières de la couche de mélange. Comme nous le constatons sur ces graphes, les spectres de la composante transversale  $v$  sont plus piqués. Ce qui permet de mieux cerner la fréquences des structures. Ainsi pour la configuration 1, nous avons une fréquence autour de 9 Hz. Quant à la configuration 5, elle présente une bosse à 9 Hz et une seconde à 18 Hz qui notons le est le double de la première. Ces fréquences sont très basses comparées à celles de la littérature.

**Nombre de Strouhal.** Le tableau suivant donne le nombre de Strouhal de nos deux configurations pour la position  $x = 1105$  mm.

	configuration 1	configuration 5	fréquence (Hz)
$y = -77$ mm	$St = 0,17$	$St = 0,20$	9
		$St = 0,40$	18
$y = 78$ mm	$St = 0,41$	$St = 0,18$	9
		$St = 0,36$	18

TAB. 4.3 – Nombre de Strouhal à  $x = 1105$ .

**Durée de vie des structures.** Tout au long de la veine d'essais, les bosses d'énergie de nos deux configurations se conservent. Cependant le niveau d'énergie de ces bosses diminuent notamment pour la configuration 1.

**Répartition d'énergie.** Au niveau de la configuration 5, on remarque la présence de deux bosses sur la composante  $u$  de part et d'autre de l'axe du sillage. Cet aspect de la répartition de l'énergie au niveau des spectres de la composante  $u$  se retrouve également chez [Béharelle \(1999\)](#). Ces deux bosses matérialisent les deux allées tourbillonnaires caractéristiques d'un sillage. Le fait que la bosse côté écoulement uniforme soit plus conséquent que celle du côté à gradient de vitesse témoigne de la dissymétrie de ce sillage.

**Domaine des basses fréquences.** D'une manière générale, les résultats de cette étude montrent que pour la configuration 1, la quantité d'énergie longitudinale contenue dans les basses fréquences baisse aussi bien sur l'épaisseur de la couche de mélange que le long de la veine d'essais. Suivant l'épaisseur de la couche de mélange cette diminution montre que la diffusion de grande échelle est surtout dirigée vers l'extérieur de la couche de mélange. Ce qui est en accord avec le fort taux d'épanouissement de la configuration 1. De la première à la dernière station de mesure, la baisse du niveau d'énergie traduit le transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de l'étude expérimentale de nos deux configurations de couche de mélange. Au travers de l'analyse des différents moments de la vitesse de ces écoulements, il apparaît que l'on est en face d'une couche de mélange avec augmentation d'énergie pour la configuration 1 et en mode sillage dissymétrique pour la configuration 5. En effet la configuration 1 présentent des tensions de Reynolds dont les maxima augmentent tout au long de la veine d'essais. De plus les bilans d'énergie associés à cette configuration se particularisent par un gain d'énergie au niveau du terme de convection quelque soit la composante considérée. Pour la configuration 5, la dissymétrie des profils de son terme croisé  $\overline{u'v'}$  constitue la signature d'un sillage dissymétrique. Ce que vient confirmer les deux bosses d'énergie identifiées aux niveaux de ses spectres d'énergie.

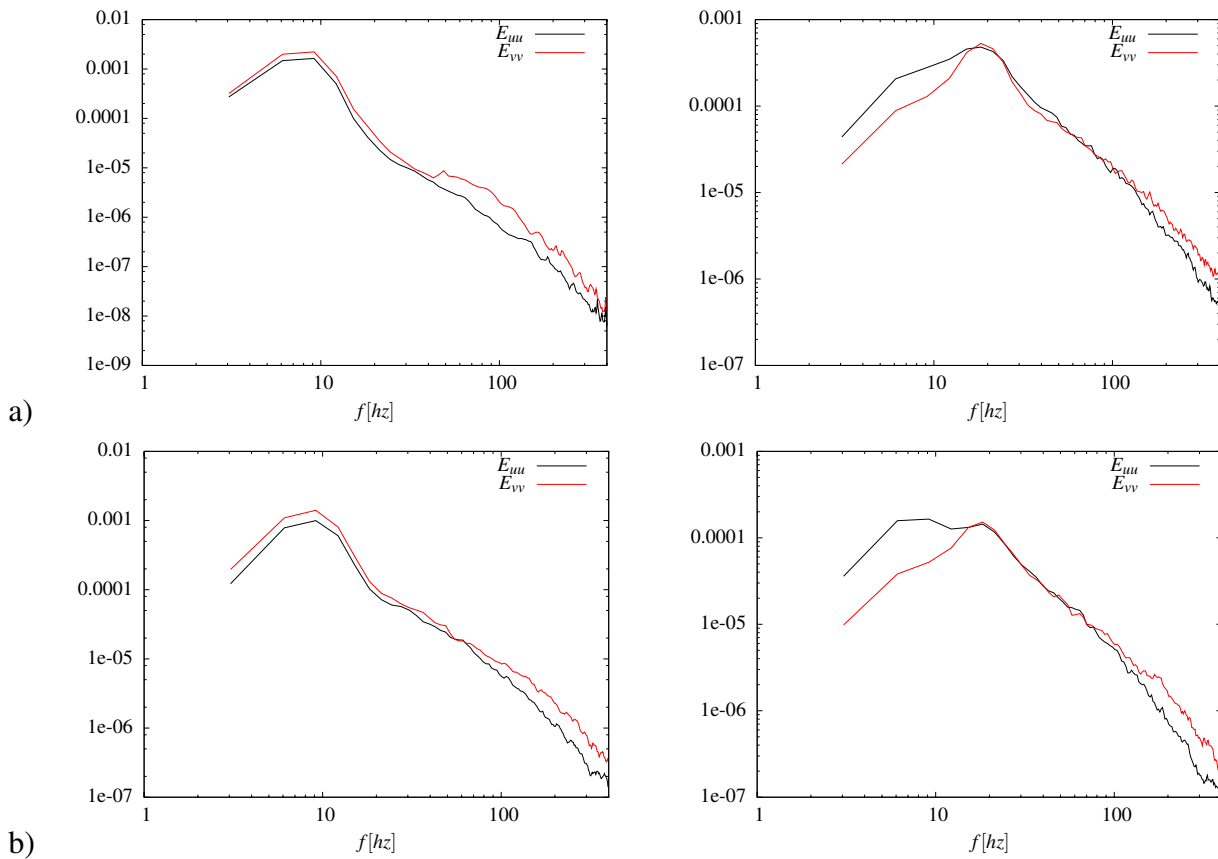


FIG. 4.33 – Comparaison des spectres d'énergie  $E_{uu}$  et  $E_{vv}$  aux frontières de la couche de mélange à  $x = 1105$  mm de la plaque séparatrice. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite. a)  $y = 78$  mm et b)  $y = -77$  mm.

# Chapitre 5

## Génération d'un écoulement cisailé constant

Dans le chapitre précédent nous avons présenté les résultats de l'étude expérimentale de deux configurations de couche de mélange entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse. Pour réaliser le gradient de vitesse une grille incurvée a été utilisée (cf. §2.2.3 et §5.1). Cependant, lors de cette étude nous nous sommes rendu compte que le paramètre de cisaillement obtenu expérimentalement ne correspondait pas à la valeur théorique annoncée par la littérature. Afin de comprendre l'écart observé entre les modèles de la littérature et la réalité, nous étudions dans ce chapitre la transformation d'un écoulement uniforme au travers d'une grille. Dans une première étape l'écoulement aux bords d'une grille inclinée est caractérisé et modélisé. Dans une deuxième étape la génération d'un écoulement cisailé constant à partir d'une grille profilée est modélisée.

### 5.1 Écoulement au travers d'une grille profilée

#### 5.1.1 Contexte

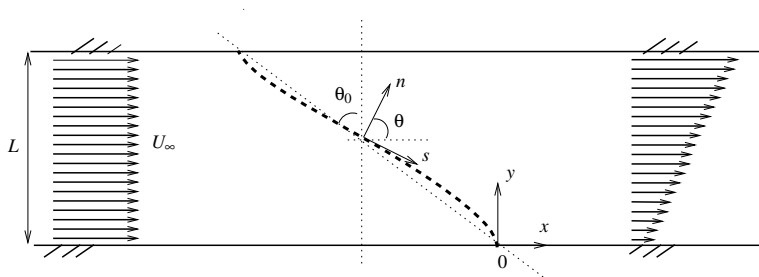


FIG. 5.1 – Écoulement à l'amont et à l'aval d'une grille courbée au sein de la veine d'essai.

Comme schématisé sur la figure 5.1, l'introduction d'une grille présentant un profil *ad hoc* permet de transformer un écoulement uniforme en un écoulement cisailé constant. De manière générale un écoulement traversant une grille inclinée est dévié suivant la normale à la grille. Cette déviation s'accompagne d'une perte de charge  $\Delta p = 0,5\rho K U_n^2$ ,  $U_n$  étant la vitesse normale à la grille.

C'est la combinaison du coefficient de perte de charge  $K$  et du paramètre de déflexion  $B$  au travers d'une expression du type  $B = F(K)$  qui permet de caractériser ce phénomène physique (cf. §2.2.3.c et §5.3). C'est donc à travers la prise en compte de la variation de ces coefficients avec les paramètres de l'écoulement que nous allons tenter d'affiner la modélisation de ce phénomène physique.

Les paramètres  $B$  et  $K$  sont fonction de la porosité de la grille  $\sigma$ , de l'angle d'inclinaison de la grille  $\theta$  et du nombre de Reynolds  $Re = U_\infty d/\nu$  basé sur le module de vitesse de l'écoulement amont et sur le diamètre du fil, c-à-d  $B = g(\sigma, \theta, Re)$  et  $K = h(\sigma, \theta, Re)$ .

La relation entre le paramètre de cisaillement  $\lambda \equiv (L/U_\infty)\partial U/\partial y$  et les coordonnées  $(x, y)$  du profil de la grille s'écrit

$$\frac{x}{L} = \frac{\lambda}{EB} f\left(\frac{y}{L}\right), \quad (5.1)$$

où  $E$  dérivé par Elder (1959) exprime les conditions aux limites au bord de la grille

$$E = \frac{K \cos^2 \theta}{(2 + K \cos^2 \theta - B)}, \quad (5.2)$$

et  $f$  est l'expression du profil de la grille.

Plusieurs travaux ont fait l'objet du calcul de l'expression de la fonction  $f(y/L)$  (cf. §2.2.3.e). Dans la suite de cette étude nous considérerons l'expression interpolée par Dunn & Tavoularis (2007). Ce modèle de la fonction  $f$  est basé sur la solution analytique trouvée par Maull (1969), modulée par une correction empirique permettant d'améliorer l'homogénéité du gradient sur toute la hauteur de l'écoulement.

L'angle moyen  $\theta_0$  que fait le profil de grille avec la verticale est défini par

$$\tan \theta_0 \equiv \frac{1}{L} \int_0^L \tan(\theta(y)) dy. \quad (5.3)$$

Soit en utilisant l'équation (5.1), l'expression du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction de l'angle moyen  $\theta_0$ , du taux de solidité  $\sigma$  et du nombre de Reynolds  $Re$  s'écrit

$$\lambda = \frac{EB}{|f(1)|} \tan \theta_0, \quad (5.4)$$

où  $B = g(\sigma, \theta_0, Re)$  et  $K = h(\sigma, \theta_0, Re)$ .

En faisant traverser un écoulement uniforme au travers de grilles plates inclinées, Schubauer *et al.* (1950) sont les seuls, à notre connaissance, à avoir mesuré le coefficient de perte de charge  $K$  et le paramètre de déflexion  $B$  pour une large gamme du coefficient de solidité  $0,2 \leq \sigma \leq 0,8$ , de l'angle d'inclinaison  $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$  et du nombre de Reynolds  $40 \leq Re \leq 400$ . Les résultats de ces mesures ont été fournis sous forme de graphiques représentant d'une part le coefficient de perte de charge  $K$  en fonction du nombre de Reynolds corrigé en angle  $Re \cos \theta$  et d'autre part le coefficient de perte de charge  $K$  en fonction du paramètre de déflexion  $B$ .

**Concernant le coefficient de perte de charge  $K$** , il semble aisé d'en fournir une modélisation simple. En effet Schubauer *et al.* (1950) ont constaté que  $K$  était fonction de  $\sigma$  et du nombre de Reynolds corrigé en angle, c-à-d  $K = h(\sigma, Re_\theta)$  avec  $Re_\theta = Re \cos \theta$ . Cependant, les auteurs n'ont pas modélisé ces données. Curieusement, les modélisations de  $K$  proposées plus tard dans la littérature ne prennent pas en compte l'influence de l'angle d'inclinaison  $\theta$  de la grille. Celle-ci est souvent introduite *a posteriori* par une modification de  $K$  en  $K \cos^2 \theta$  conduisant à une expression biaisée de la perte de charge comme nous le montrons dans la suite de ce chapitre.

Nous proposons ici une modélisation simple de  $K$  tenant compte du bon regroupement des données de mesures lorsque  $Re_\theta$  est introduit. Pour ce faire nous partons du modèle proposé par Karnik & Tavoularis (1987) (cf. Tab. 2.1), valable pour des grilles perpendiculaires à l'écoulement (c-à-d à angle nul), et le modifions en introduisant le nombre de Reynolds  $Re_\theta$  prenant en compte la vitesse normale à la grille

$$K = \left(0.52 + \frac{17}{Re_\theta}\right) \frac{\sigma(2 - \sigma)}{(1 - \sigma)^2}. \quad (5.5)$$

Comme indiqué sur la figure 5.2 l'équation (5.5) représente bien les mesures de Schubauer *et al.* (1950). Rappelons que le modèle proposé par Karnik & Tavoularis (1987) –équation (5.5) avec  $Re$  à la place de

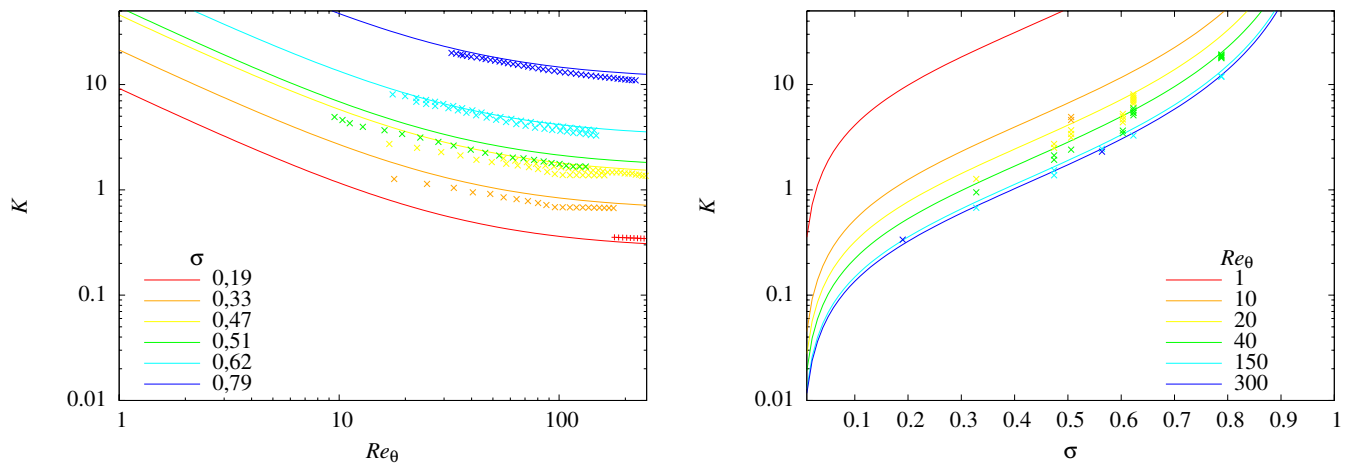


FIG. 5.2 – Distribution de  $K$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  à gauche et du taux de solidité  $\sigma$  à droite. Comparaison entre les données de Schubauer *et al.* (1950) représentées par les symboles et le modèle (5.5) représenté par les courbes.

$Re_\theta$  est une modification du modèle de Annand (1953) prévu pour  $Re > 400$ , pour prendre en compte les faibles nombres de Reynolds, c-à-d pour  $20 < Re < 400$ .

**Concernant le paramètre de déflexion  $B$ ,** cette prise en compte s'avère plus compliquée. A notre connaissance il n'existe pas dans la littérature de modèles de  $B$  exprimés en fonction des paramètres  $\sigma$ ,  $\theta$  et  $Re$ . Les mesures de  $B$  obtenues par Schubauer *et al.* (1950) n'ont pas été exprimées en fonction de ces paramètres mais directement en fonction du coefficient de perte de charge  $K$ . Trois modèles reliant  $K$  à  $B$  ont été dérivés successivement par Schubauer *et al.* (1950), Elder (1959) et Gibbings (1973). Ces modèles ont été construits avec des hypothèses simplificatrices comme la non prise en compte de  $\theta$  ou des valeurs de  $\theta$  et  $K$  faibles, conduisant à un domaine de validité réduit en  $B$  et  $K$  (cf. §5.3.3).

Toutes les limites indiquées ci-dessus pour le coefficient de perte de charge  $K$  ainsi que pour le paramètre de déflexion  $B$  conduisent aux écarts observés entre la valeur du paramètre de cisaillement  $\lambda$  estimée avec le modèle (5.1) et la valeur de  $\lambda$  mesurée en réalité.

### 5.1.2 Objectifs

Dans une première étape, l'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle de  $B$  en fonction du taux de solidité  $\sigma$ , de l'angle d'inclinaison  $\theta$  et du nombre de Reynolds. Pour ce faire des mesures de champs de vitesse sont effectuées de part et d'autre de la grille par visualisation par images de particules (PIV). Le modèle proposé (équation 5.11), pourra alors servir de base à un raffinement du modèle (5.1).

Dans une deuxième étape, le modèle (5.4) reliant le paramètre de cisaillement  $\lambda$  aux paramètres ( $\sigma$ ,  $\theta$ ,  $Re$ ) de l'écoulement est évalué. Ce modèle intègre les nouvelles expressions du coefficient de perte de charge  $K$  (5.5) et du paramètre de déflexion  $B$  (5.11). Pour cette étape d'évaluation du couple d'équations (5.14), des mesures de champs de vitesse sont effectués par PIV en amont et en aval d'une grille profilée suivant l'équation (5.12) et inclinée suivant différents angles moyens  $\theta_0$ .

Enfin, à partir des écarts observés entre les mesures de  $\lambda$  en fonction des paramètres ( $\sigma$ ,  $\theta_0$  et  $Re$ ) et des valeurs estimées par l'expression (5.4), un nouveau modèle reliant le paramètre de cisaillement  $\lambda$  aux coordonnées du profil de la grille est proposé.

## 5.2 Matériels et méthodes

Deux campagnes de mesures de vitesses par vélocimétrie par image de particules ont été effectuées pour estimer l'évolution du coefficient de déflexion  $B$  et du coefficient de cisaillement  $\lambda$  en fonction des paramètres ( $\sigma$ ,  $\theta$ ,  $Re$ ) de l'écoulement.

### 5.2.1 Description de la soufflerie

Pour étudier l'écoulement au travers d'une grille, une soufflerie avec une veine d'essai spécialement conçue à cet effet a été utilisée. Cette soufflerie possède les caractéristiques suivantes :

- ventilateur centrifuge d'une puissance de 1,1 kW ;
- convergent de rapport de contraction de 2,8 ;
- veine d'essai de section 10 cm  $\times$  10 cm, constituée de trois parties amovibles de 320 mm de long chacune. La partie centrale permet de placer soit des modules transparents comprenant une grille plane inclinée à différents angles (étude du paramètre  $B$ ), soit un module en bois comprenant une grille profilée et inclinée à différents angles (étude du paramètre de cisaillement  $\lambda$ ). Les modules positionnés de part et d'autre de la section centrale sont transparents de manière à pouvoir effectuer des mesures PIV en amont et en aval de la grille profilée. Le convergent et la veine d'essai sont représentés sur la figure 5.3 ;
- gamme de vitesse de 0,3 à 41,5 m/s en amont de la grille.



FIG. 5.3 – Vue du convergent et de la veine d'essais lors des mesures par Vélocimétrie par Imagerie de Particules.



### 5.2.2 Description des grilles

Trois grilles de taux de solidité  $\sigma$  différents ont été utilisées. Les caractéristiques géométriques de ces grilles sont données sur le schéma 5.4 et le tableau 5.1. Rappelons que pour une grille, le taux de solidité se définit comme le rapport entre la surface des fils (ou barreaux) et la surface totale, soit pour une grille de maille carrée,

$$\sigma \equiv \frac{2dl - d^2}{l^2}, \quad (5.6)$$

avec  $d$  diamètre d'un fil et  $l$  distance entre les axes de deux fils consécutifs (cf schéma 5.4). Le taux de porosité  $\beta$  d'une grille est lié à son taux de solidité par la relation  $\beta + \sigma = 1$ , d'où

$$\beta \equiv \left(1 - \frac{d}{l}\right)^2. \quad (5.7)$$

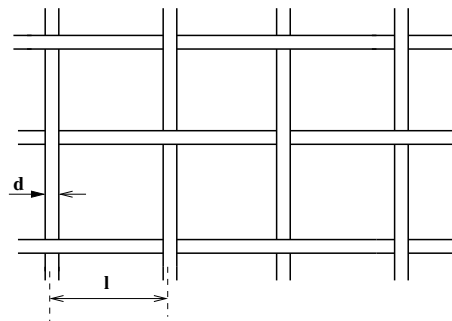


FIG. 5.4 – Représentation schématique d'une grille de maille carrée.

$d(\mu\text{m})$	$l(\mu\text{m})$	$\sigma$
280	780	0,589
160	660	0,426
220	1820	0,227

TAB. 5.1 – Caractéristiques géométriques des trois grilles.

### 5.2.3 Mesures PIV

L'ensemble des mesures réalisées pour la détermination du coefficient de déflexion  $B$  et du paramètre de cisaillement  $\lambda$  a été acquis par vélocimétrie par image de particules (PIV).

#### 5.2.3.a Composantes de la chaîne d'acquisition

Les mesures PIV ont été réalisées avec une chaîne d'acquisition PIV de la société LaVision. La figure 5.5 rappelle le principe de la mesure PIV à deux composantes de vitesse.

**Ensemencement :** Un générateur de fumée de spectacle de marque Fogger est utilisé. Afin d'éviter les bouffées de fumée, un caisson a été placé entre le générateur de fumée et le tuyau d'aspiration de la soufflerie, permettant ainsi d'homogénéiser l'ensemencement de la veine d'essais ;

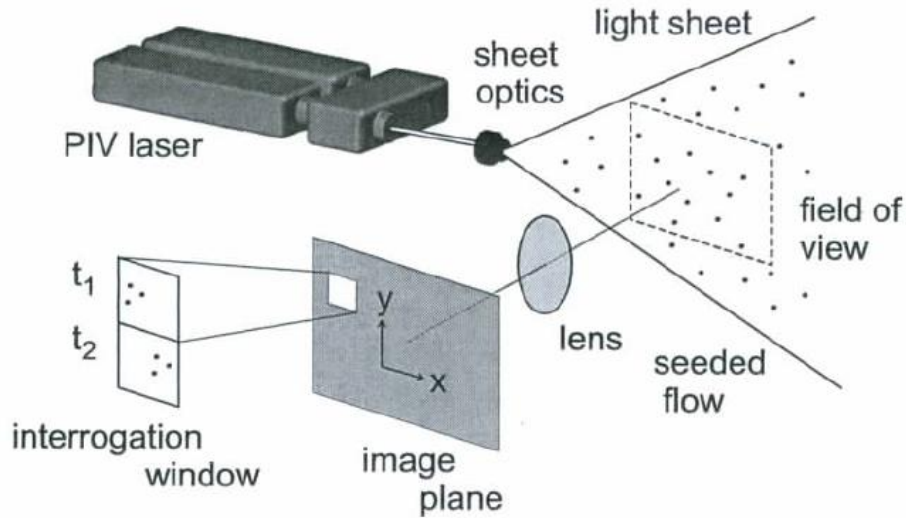


FIG. 5.5 – Système PIV deux composantes d'après Davis FlowMaster Software p.17

**Illumination :** Elle est assurée par deux lasers Nd-Yag pulsés à la fréquence de 20 Hz, d'une puissance de 30 mJ par pulse et de longueur d'onde  $\lambda = 532$  nm.

**Enregistrement :** Il est effectué par deux caméras CCD PCO Sensicam de  $1280 \times 1024$  pixels et 12 bits de rang dynamique. Ces caméras sont munies d'objectifs de focale 50 mm, réglés sur une ouverture de 2.8.

**Traitement :** Les données images sont traitées par le logiciel Davis 7.2 utilisant la technique de corrélations avec fenêtre d'interrogation décroissante (multipass) et modélisation du pic de corrélation par une gaussienne en trois points (cf. Fig. 5.6).

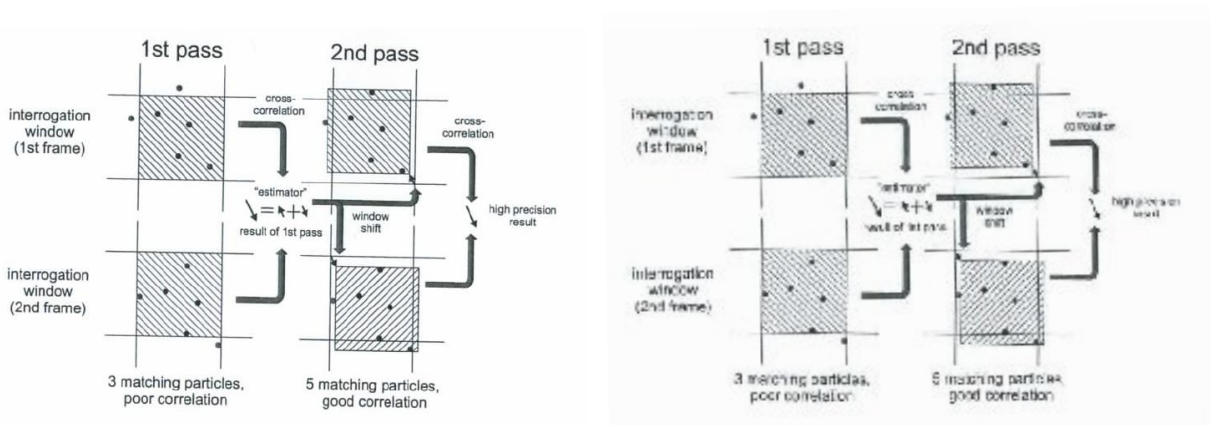


FIG. 5.6 – Corrélation et fenêtre d'interrogation adaptative - d'après Davis FlowMaster Software p.20 et 220.

### 5.2.3.b Paramètres des mesures PIV

Les mêmes paramètres ont été utilisés pour les deux campagnes de mesures (cf. §5.2.4). Ils se déclinent de la manière suivante :

**Taille du domaine :** Les mesures ont été effectuées sur la hauteur  $L$  de la veine d'essais, soit pour une taille de domaine  $L_x \times L_y = 1.25L \times 1L$ .

**Temps entre deux pulses laser :** Le temps  $\Delta t$  entre les deux expositions a été choisi de manière optimale correspondant à un parcours de 20 à 30 % de la fenêtre d'interrogation : soit pour une fenêtre de  $32 \times 32$  pixels, une distance de l'ordre de 10 pixels.

**Nombre de réalisations :** Étant donné que l'on ne s'intéresse qu'aux champs moyens de la vitesse et que de plus l'écoulement peut être considéré comme laminaire (moins de 1% de turbulence), seules 20 réalisations ont été suffisantes pour obtenir une mesure précise des deux composantes de la vitesse moyenne.

## 5.2.4 Paramètres des deux campagnes de mesures

Deux campagnes de mesures PIV ont été réalisées. La première a servi à déterminer le coefficient de déflexion  $B$  de l'écoulement au passage d'une grille plane inclinée par rapport à l'écoulement. L'autre série de mesures a permis de déterminer le paramètre de cisaillement  $\lambda$  de l'écoulement en aval d'une grille profilée suivant le modèle (5.12) proposé par [Dunn & Tavoularis \(2007\)](#).

Pour ces deux campagnes de mesures PIV, les paramètres caractéristiques des écoulements ont été les suivants :

- 3 grilles de coefficients de solidité égaux à 0,227, 0,426 et 0,589 ;
- 5 angles d'inclinaison  $\theta$  variant de  $15^\circ$  à  $70^\circ$  ;
- 12 valeurs du nombre de Reynolds s'étalant de 3 à 660 selon les grilles et les angles d'inclinaison.

Après traitement ces mesures ont fourni 180 valeurs pour chaque paramètre  $B$  et  $\lambda$ .

## 5.3 Coefficient de déflexion $B$

Un écoulement impactant une grille, avec un angle  $\theta$  par rapport à la normale à la grille, est dévié vers la normale à la grille. Cette déviation est caractérisée par le coefficient de déflexion  $B$  défini par l'expression

$$B \equiv 1 - \frac{U_{s_2}}{U_{s_1}}. \quad (5.8)$$

Dans cette expression,  $U_{s_1} = \vec{U}_1 \cdot \vec{s}$  et  $U_{s_2} = \vec{U}_2 \cdot \vec{s}$  représentent les composantes tangentielles à la grille des vitesses de l'écoulement respectivement à l'amont  $\vec{U}_1$  et à l'aval  $\vec{U}_2$  de la grille. Le repère de vecteurs unitaires  $(\vec{s}, \vec{n})$  associé à la grille est représenté sur la figure 5.7.

### 5.3.1 Méthode de mesure de $B$ et incertitude

Trois principales difficultés ont été rencontrées lors de la mesure du coefficient de déflexion  $B$ .

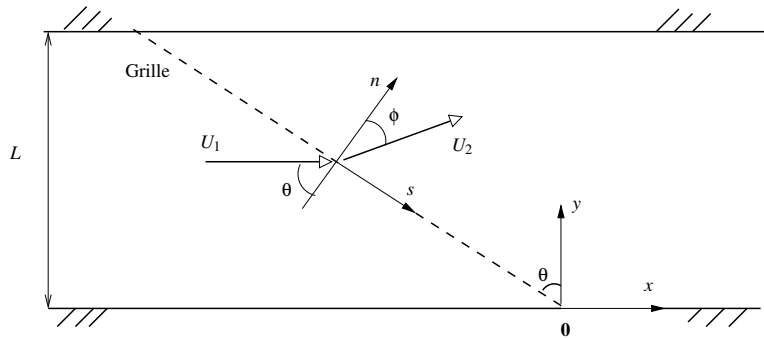


FIG. 5.7 – Représentation schématique de la déviation d'un écoulement traversant une grille.

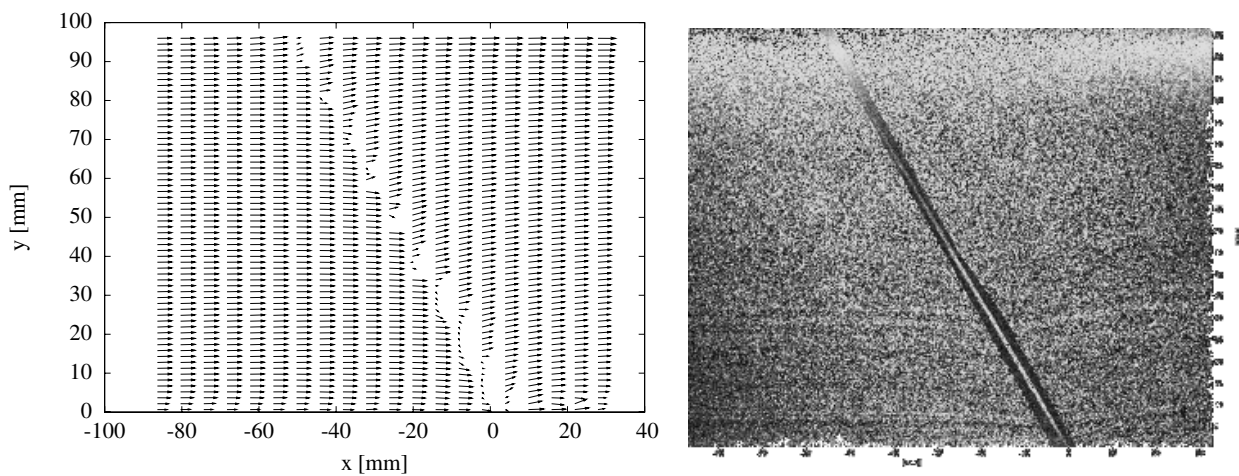


FIG. 5.8 – Champ de vitesse au travers d'une grille inclinée de  $30^\circ$  et image de particules correspondante. Le taux de solidité de la grille est  $\sigma = 0,589$ .

**Difficulté liée au montage :** Pour faciliter le montage et la tension des grilles lors des 15 configurations (3 grilles et 5 angles), la grille a été tendue entre deux éléments de la veine d'essais. Au passage de la grille l'écoulement est dévié suivant la normale à la grille puis se réaligne assez rapidement avec l'horizontale en raison de la présence des parois de la veine. Ceci impose une mesure de la composante de vitesse  $U_{s_2}$  immédiatement derrière la grille. Cette mesure est délicate pour les deux raisons détaillée ci-dessous.

**Difficulté liée à l'éclairage :** La nappe laser a été orientée de façon à lécher les deux côtés de la grille. Toutefois comme la grille est en inox des reflets apparaissent sur l'image sous la forme des bandes sur-éclairées de part et d'autre de la grille. Dans ces zones la mesure de vitesse par PIV est biaisée (cf. Fig. 5.8).

**Difficulté liée à la technique de mesure :** La mesure PIV utilise classiquement une technique de corrélation entre fenêtres d'interrogation. De façon à optimiser la précision de la mesure la taille de la fenêtre finale est choisie égale à  $32 \times 32$  pixels voir  $16 \times 16$  pixels lorsque la densité de particules le permet. La fenêtre d'interrogation est choisie de telle sorte qu'elle contienne au moins 7 particules de diamètre observé de l'ordre de 2-3 pixels. Le résultat de la mesure correspond au mouvement moyen des particules observées dans la fenêtre. D'une part, l'estimation du champ de vitesse est d'autant plus éparsée et moyennée que la taille de la fenêtre est grande, d'autre part elle est d'autant plus bruitée que la taille de la fenêtre est petite. Au niveau de la grille, sans traitement particulier, la fenêtre d'interrogation se retrouve à cheval entre l'écoulement amont et l'écoulement aval, conduisant à une sous estimation de la mesure de  $U_{s_2}$ . Les mesures de vitesses estimées dans cette étude contiennent cette approximation.

Pour les trois raisons évoqués ci-dessus le calcul de  $B$ , effectué directement à partir de l'expression (5.8), conduit à des valeurs sous-estimées et bruitées. Une méthode d'estimation de  $B$  plus robuste a été utilisée dans notre étude. Elle consiste à n'utiliser que la mesure de la vitesse juste à l'aval de grille ainsi que l'angle  $\theta$  entre l'écoulement amont et la normale à la grille, pour calculer le coefficient de déflexion  $B$ . Cette méthode fait l'hypothèse implicite que l'écoulement amont reste horizontal lorsqu'il impacte la grille.

Au passage de la grille l'équation de continuité s'écrit  $U_{n_1} = U_{n_2}$ . Soit en considérant les modules des vitesses amont et aval,

$$U_2 = U_1 \frac{\cos \theta}{\cos \phi}. \quad (5.9)$$

En remplaçant dans la formule (5.8) les expressions  $U_{s_1} = U_1 \sin \theta$  et  $U_{s_2} = U_2 \sin \phi$  combinées à l'équation (5.9), le paramètre de déflexion  $B$  s'écrit

$$B = 1 - \frac{\tan \phi}{\tan \theta}.$$

De plus comme  $\phi = \theta - \text{atan}(U_{y_2}/U_{x_2})$  le paramètre de déflexion  $B$  s'écrit

$$B = 1 - \frac{\tan(\theta - \text{atan}(U_{y_2}/U_{x_2}))}{\tan \theta}. \quad (5.10)$$

Avec cette nouvelle expression (5.10), le paramètre de déflexion  $B$  est calculé à partir de l'angle  $\theta$  et des mesures PIV de la vitesse exprimées dans le repère  $(x_0y_0)$ .

Idéalement pour une meilleure qualité de la mesure, il aurait fallu s'inspirer du montage expérimental de Schubauer *et al.* (1950) dans lequel l'écoulement débouche à l'air libre après avoir traversé la grille. Ceci permet d'effectuer une mesure précise de  $B$  dans la zone potentielle du jet ainsi créé. La solution que nous avons adoptée dans cette étude privilégie la facilité de montage et de démontage des trois grilles dans les cinq angles d'inclinaison.

### 5.3.2 Distribution de $B$ en fonction de $Re$ , $\sigma$ et $\theta$

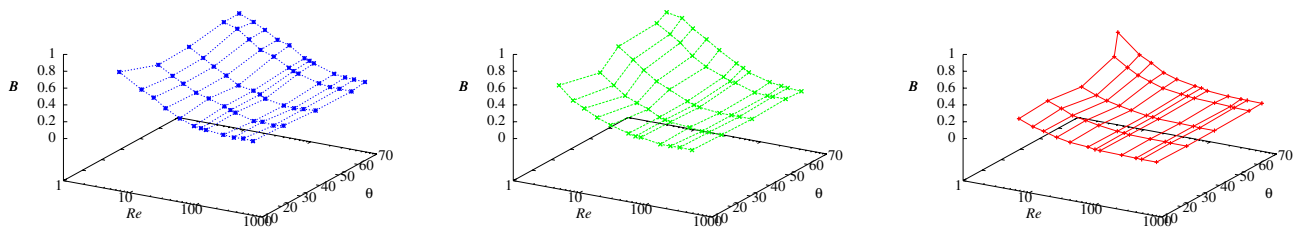


FIG. 5.9 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction de  $Re$  et de  $\theta$ . De gauche à droite  $\sigma$  est égal à 0,589 0,426 et 0,227.

La figure 5.9 montre, pour trois grilles caractérisées par un taux de solidité distinct, l'évolution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Il apparaît que la déviation d'un écoulement au travers d'une grille est sensible au nombre de Reynolds et à l'inclinaison  $\theta$  de la grille par rapport à la verticale, en particulier lorsque  $Re$  est faible et  $\theta$  est élevé. De plus l'écoulement est d'autant dévié que le taux de solidité est grand.

Afin de bien mettre en évidence l'effet de la variation du nombre de Reynolds, du taux de solidité et de l'angle d'inclinaison d'une grille sur le coefficient de déflexion  $B$ , l'évolution de  $B$  est étudiée en fonction de chacun de ces paramètres, les deux autres étant fixés.

**Influence de  $Re$  :** L'évolution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  est représentée sur la figure 5.10. Sur cette figure nous pouvons observer que pour chaque grille à  $\theta$  fixé, le coefficient de déflexion  $B$  diminue lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  augmente.  $B$  diminue en tendant vers une valeur asymptotique, mettant ainsi en évidence deux phases d'évolution. Dans la première phase  $B$  montre une forte dépendance face à la variation du nombre de Reynolds  $Re$ , cette phase correspond aux faibles nombres de Reynolds. Quant à la seconde phase d'évolution, elle se caractérise par une moindre variation du coefficient de déflexion  $B$  face à l'augmentation du nombre de Reynolds  $Re$ . En effet sur la figure 5.10, nous pouvons remarquer qu'à partir d'une certaine valeur du nombre de Reynolds, le coefficient de déflexion  $B$  tend vers une valeur constante. Ce phénomène est lié au changement de régime d'écoulement à l'aval de la grille. Il est caractérisé par un nombre de Reynolds critique  $Re_c$ . Dans la littérature, [Schubauer et al. \(1950\)](#), [Annand \(1953\)](#), [Wiegardt \(1953\)](#) définissent le Reynolds critique comme la valeur au delà de laquelle, il se crée une allée de Von-Karman dans le sillage d'un cylindre. Comme schématisé sur la figure 5.11, en dessous du nombre de Reynolds critique, il ne se forme aucune structure derrière les fils de la grille (schéma (A)). Au delà du nombre de Reynolds critique, des tourbillons se détachent des fils formant ainsi une allée de Von-Karman (schéma (B)).

D'après la figure 5.10, le Reynolds critique de nos mesures se situe grossièrement entre 50 et 100. Ce nombre de Reynolds critique dépend du taux de solidité  $\sigma$ . [Schubauer et al. \(1950\)](#) ont montré que le nombre de Reynolds critique diminue lorsque le taux de solidité de la grille augmente. Cette tendance n'est pas observée sur les présentes mesures de  $B$ . Ceci s'explique probablement par l'incertitude associée à la mesure de  $B$ .

**Influence de  $\theta$  :** À  $Re$  et  $\sigma$  fixés, l'évolution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta$  de la grille est représentée sur la figure 5.10. Cette figure montre que pour chaque grille, le coefficient de

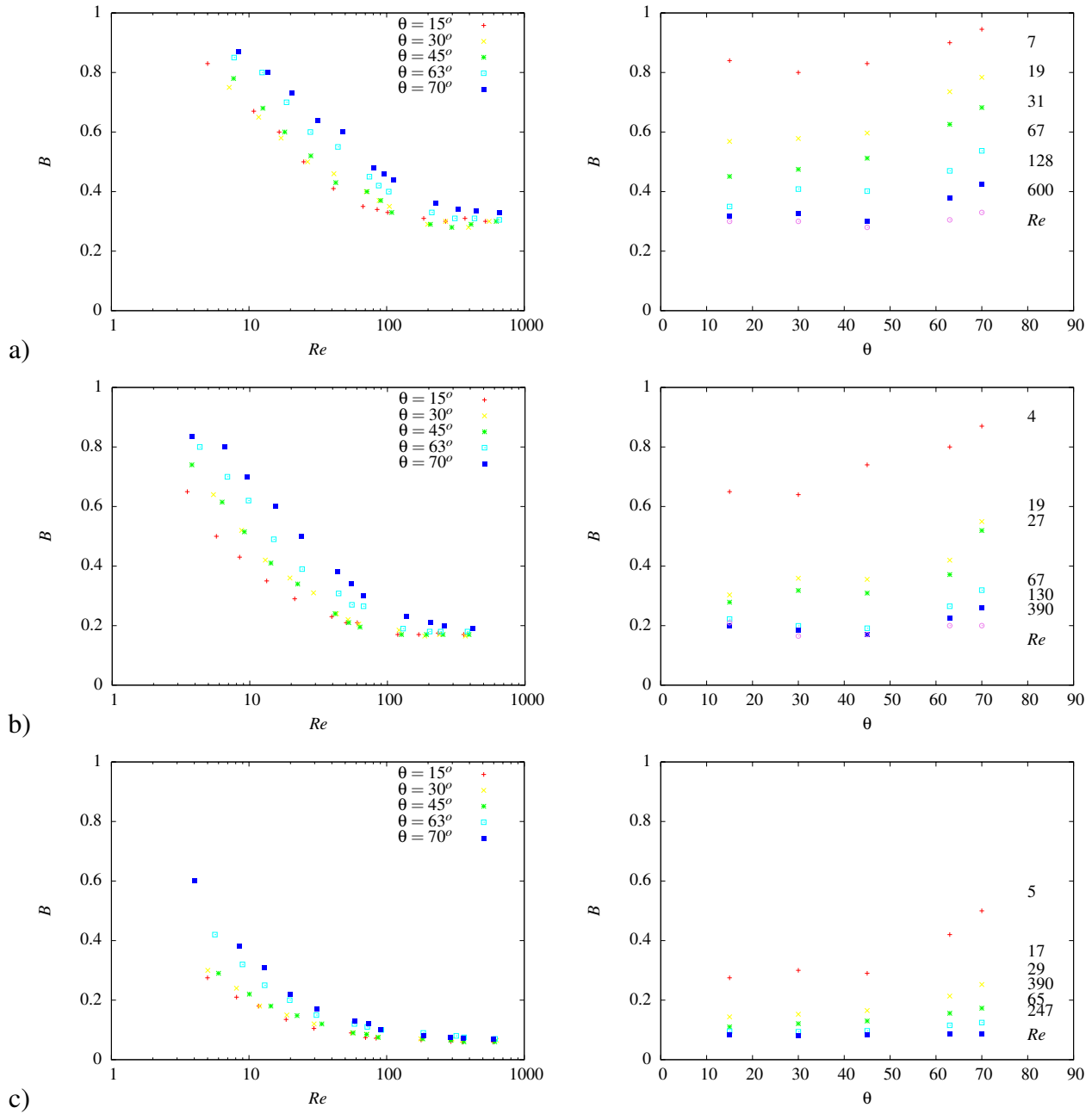


FIG. 5.10 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$ , à gauche en fonction du nombre de Reynolds  $Re$ , à droite en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta$  de la grille. Ces valeurs de  $B$  sont obtenues à partir de la grille de taux de solidité a)  $\sigma = 0.589$ , b)  $\sigma = 0.426$  et c)  $\sigma = 0.227$ .

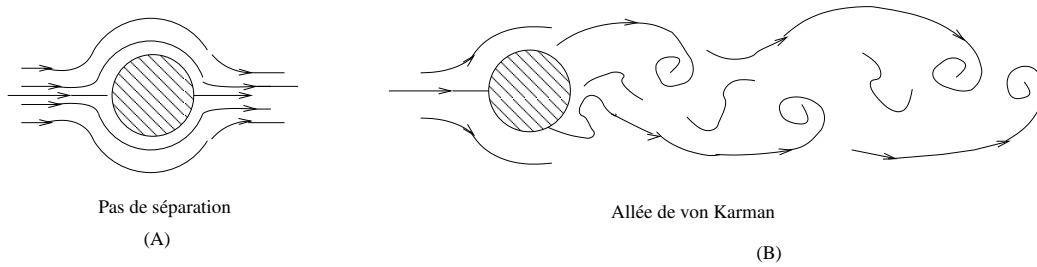


FIG. 5.11 – Écoulement derrière un cylindre en fonction de la valeur du nombre de Reynolds. A gauche avant le nombre de Reynolds critique. A droite, au delà de cette valeur de Reynolds.

déflexion  $B$  augmente lorsque l'angle d'inclinaison  $\theta$  augmente. Afin de s'affranchir de cette dépendance en  $\theta$ , le nombre de Reynolds est multiplié par  $\cos\theta$ , ce produit est noté dans la suite du document  $Re_\theta$ . L'influence de cette correction en  $Re\cos\theta$  sur le coefficient de déflexion est très nette notamment sur la figure 5.12. En effet, quelque soit l'angle d'inclinaison de la grille, ces courbes se ramènent en une seule courbe lorsque nous les représentons en fonction de  $Re_\theta$ . Ceci indique que  $Re_\theta$  –nombre de Reynolds basé sur la composante de vitesse normale à la grille  $U_1 \cos\theta$ – est un paramètre dimensionnant de l'écoulement en aval de la grille. Grâce à cette correction, le coefficient de déflexion  $B$  n'est plus fonction que des paramètres  $Re_\theta$  et  $\sigma$ . Ce qui nous amène à étudier l'influence du taux de solidité  $\sigma$  sur le coefficient de déflexion  $B$ .

**Influence de  $\sigma$  :** En se reportant à la figure 5.13, nous constatons que le coefficient de déflexion  $B$  augmente lorsque le taux de solidité de la grille augmente. Sur la figure de droite, plus  $Re_\theta$  diminue plus  $B$  et sa sensibilité à  $\sigma$  augmente (c-à-d  $\partial B/\partial\sigma$ ). Ceci indique qu'avec des grilles à taux de solidité  $\sigma$  élevé et en dessous du nombre de Reynolds critique, on peut obtenir un coefficient de déflexion élevé. Par conséquent, avec des grilles de taux de solidité élevé combinées à des valeurs du nombre de Reynolds faibles (en dessous du Reynolds critique) et/ou des angles d'inclinaison important, il est possible de fortement dévier un écoulement sans produire de turbulence. *A contrario* une grille utilisée au dessus du régime critique dévierait faiblement un écoulement et produirait des tourbillons.

### 5.3.3 Comparaison avec la littérature

Dans cette partie les mesures du coefficient de déflexion  $B$  sont confrontées aux modèles proposés dans la littérature. Comme rappelé dans le tableau 2.2 du chapitre 2, il existe plusieurs modélisations du coefficient de déflexion  $B$  dont celles de :

- Schubauer *et al.* (1950) :  $B = 1 - \frac{1,1}{\sqrt{1 + K_\theta}}$  avec  $K_\theta = K \cos^2\theta$

Ce modèle empirique a été construit à partir de mesures s'étalant sur une gamme de nombre de Reynolds compris entre  $20 \leq Re \leq 125$  et pour des angles compris entre  $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Il est considéré comme satisfaisant sur la gamme  $0,7 < K_\theta < 4$ .

- Elder (1959) :  $B = 1 - \frac{1}{(1 + \sqrt{K})^{1/2}}$

Cette modélisation de  $B$  a servi de base à plusieurs travaux (Lau & Baines, 1968; Maull, 1969; Turner, 1969; Castro, 1976; Coelho, 1989; Dunn & Tavoularis, 2007). Construit à partir d'un modèle de circulation autour d'un cylindre cette approche fait l'hypothèse simplificatrice que  $B$  n'est fonction que des caractéristiques géométriques de la grille et est indépendant de  $\theta$  et du nombre de Reynolds. Pour déterminer ce modèle Elder (1959) a utilisé une expression du coefficient de perte de charge  $K = (\sigma/(1 - \sigma))^2$  très simplifiée en comparaison avec le modèle réaliste décrit par l'équation (5.5).



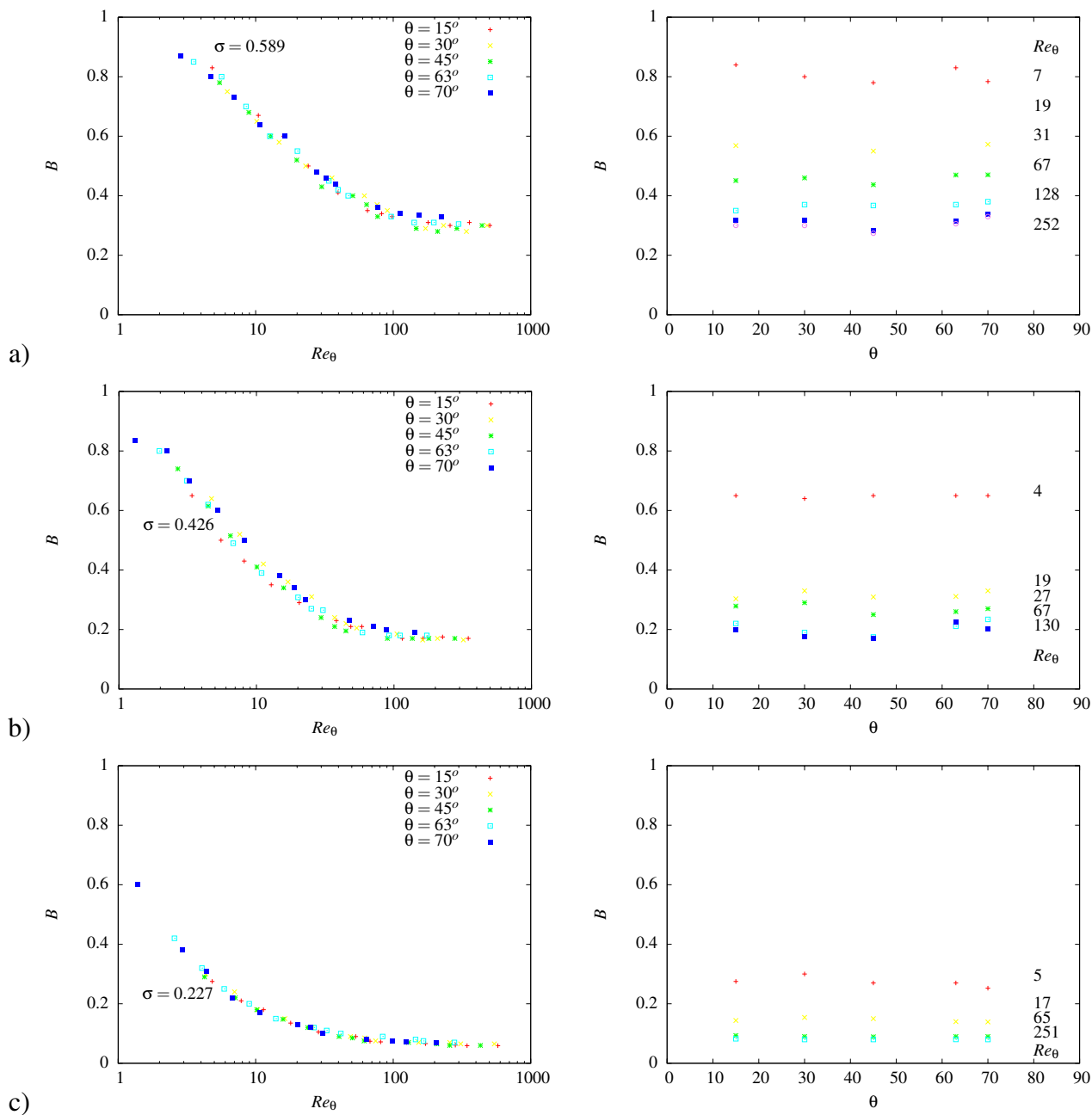


FIG. 5.12 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$ , à gauche en fonction du  $Re \cos \theta$ , à droite en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta$  de la grille. Ces valeurs de  $B$  sont obtenues à partir de la grille de taux de solidité a)  $\sigma = 0.589$ , b)  $\sigma = 0.426$  et c)  $\sigma = 0.227$ .

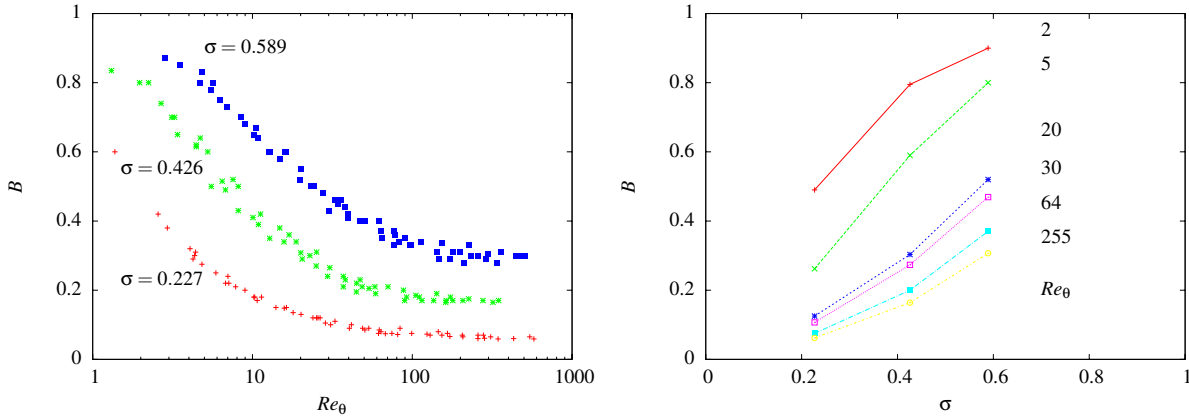


FIG. 5.13 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$ , à gauche en fonction de  $Re \cos \theta$ , à droite en fonction du taux de solidité  $\sigma$ .

- **Gibbins (1973)** :  $B = 1 + \frac{K}{4} - \left[ \left( \frac{K}{4} \right)^2 + 1 \right]^{1/2}$

Ce modèle physique est le plus précis. Pour sa construction, il est postulé que la force dévient l'écoulement ne s'applique que sur les fils de la grille qui sont parallèles à l'axe de déviation. Il a été évalué sur les mesures de Schubauer *et al.* (1950), c-à-d pour  $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ ,  $20 \leq Re \leq 120$  et  $0,7 \leq K \leq 5,2$ . Il fait l'hypothèse de valeurs faibles de  $K$ .

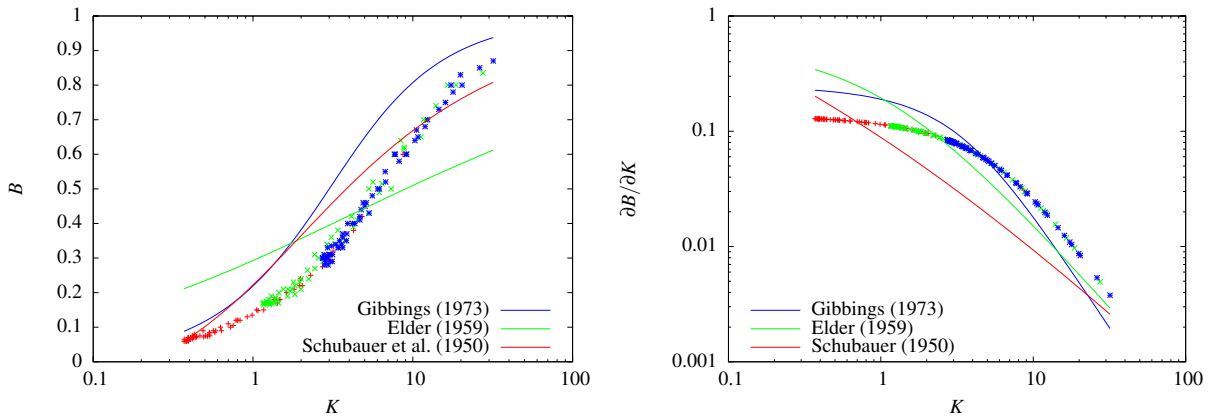


FIG. 5.14 – Distribution de  $B$  à gauche et de  $\partial B / \partial K$  à droite en fonction du coefficient de perte de charge  $K$ . Comparaison avec les modèles de Schubauer *et al.* (1950), de Elder (1959) et de Gibbins (1973). Symboles rouges :  $\sigma = 0,227$ ; Symboles verts :  $\sigma = 0,426$ ; Symboles bleus :  $\sigma = 0,589$ .

La figure 5.14 compare les mesures du paramètre de déflexion  $B$  avec les modèles proposés par Schubauer *et al.* (1950), Elder (1959) et Gibbins (1973). Rappelons que les mesures de  $B$  ont été obtenues en fonction des paramètres  $(\sigma, \theta, Re)$ . Pour représenter les mesures de  $B$  en fonction de la perte de charge  $K$ , nous avons utilisé le modèle (5.5) qui exprime  $K$  en fonction de  $\sigma$  et de  $Re_\theta$ . Les résultats indiquent que les modèles de  $B$  fournissent des valeurs différentes des mesures. Le modèle construit par Gibbins (1973) semble être celui qui globalement respecte le plus la physique. En particulier le coefficient de sensibilité  $\partial B / \partial K$  est le plus proche des mesures sur l'ensemble de la gamme de valeurs de  $K$ . Les modèles de Schubauer *et al.* (1950) et de Gibbins (1973) surestiment les valeurs de  $B$ . Ce phénomène pourrait être en partie expliqué

par une sous estimation de  $B$  due à la méthode de mesure comme discuté au §5.3.1. Le modèle de Elder (1959) n'est valable que dans une plage restreinte de valeurs de  $K$ , c-à-d  $4 \leq K \leq 6$ . A cette gamme de valeurs de  $K$  correspondent des valeurs de  $\sigma$  moyennes (c-à-d de l'ordre de 0,5) et des valeurs de  $Re$  élevées (c-à-d supérieures à 100). Ce comportement s'observe de manière détaillée sur la figure 5.15 présentant les mesures et les modèles de  $B$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  et du taux de solidité  $\sigma$ .

Sur la figure 5.15 (en bas à gauche) le modèle proposé par Schubauer *et al.* (1950) a été tracé pour deux valeurs extrêmes de l'angle  $\theta$  :  $\theta = 0^\circ$  pour les courbes en gras ;  $\theta = 70^\circ$  pour les courbes claires. Ceci indique clairement que le modèle proposé par Schubauer *et al.* (1950) intégrant la correction de  $K$  en  $K_\theta = K \cos \theta$  ne représente pas du tout les mécanismes de déviation d'un écoulement au passage d'une grille.

### 5.3.4 Modélisation de $B$

Dans la section précédente, un écart significatif a été observé entre les résultats de mesures du coefficient de déflexion  $B$  et les modèles proposés par Schubauer *et al.* (1950), Elder (1959) et Gibbings (1973). Ceci nous amène à proposer un nouveau modèle du coefficient de déflexion  $B$ .

Le modèle proposé est basé sur celui de Gibbings (1973). Ce choix est justifié par le bon comportement global de ce modèle sur une large plage de valeurs des paramètres  $(\sigma, \theta, Re)$ . Le modèle proposé s'écrit

$$B = 1 + \frac{aK}{4} - \left[ \left( \frac{aK}{4} \right)^n + 1 \right]^{1/n}, \quad (5.11)$$

avec  $a = 0,55$  et  $n = 1,89$  estimés par optimisation à partir de nos mesures de  $B$ .

La figure 5.16 présente la bonne adéquation entre les mesures du paramètre de déflexion  $B$  et le modèle proposé (5.11) pour l'ensemble de la gamme de valeurs du coefficient de perte de charge  $K$ . Comme indiqué sur la figure 5.17, les plus gros écarts entre modèle et données sont observés pour les grandes valeurs du nombre de Reynolds  $Re_\theta$ . Ce comportement est particulièrement vérifié pour la grille ayant le plus faible taux de solidité  $\sigma$ . Pour cette grille un biais apparaît traduisant une difficulté pour le modèle à suivre la distribution des données. Ce phénomène pourrait s'expliquer par un biais de mesure car dans la gamme de nombre de Reynolds concerné, les valeurs du coefficient de déflexion à mesurer sont particulièrement faibles. Pour en avoir le cœur net il faudrait procéder à une nouvelle série de mesures du paramètre de déflexion  $B$  pour chacune des grilles et pour des valeurs du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  élevées. Cependant, comme indiqué sur la figure 5.16, le bon recouvrement entre les valeurs de  $B$  mesurées pour les différentes grilles atteste d'une certaine répétabilité et qualité des mesures.

Quoi qu'il en soit, comme le montre la figure 5.18, le modèle de  $B$  proposé (5.11) semble bien adapté pour appréhender la physique de la déviation d'un écoulement au passage d'une grille.

## 5.4 Paramètre de cisaillement $\lambda$

Le paramètre de cisaillement  $\lambda$  quantifie l'importance du cisaillement d'un écoulement. Comme nous l'avons exposé au §5 le paramètre de cisaillement  $\lambda$  est relié aux coordonnées  $(x, y)$  du profil de grille par l'équation (5.1).

Dans l'expression (5.1) la fonction  $f(y/L)$  caractérise la forme du profil de la grille permettant de transformer un écoulement uniforme en un écoulement cisailé. L'expression utilisée dans cette étude est la

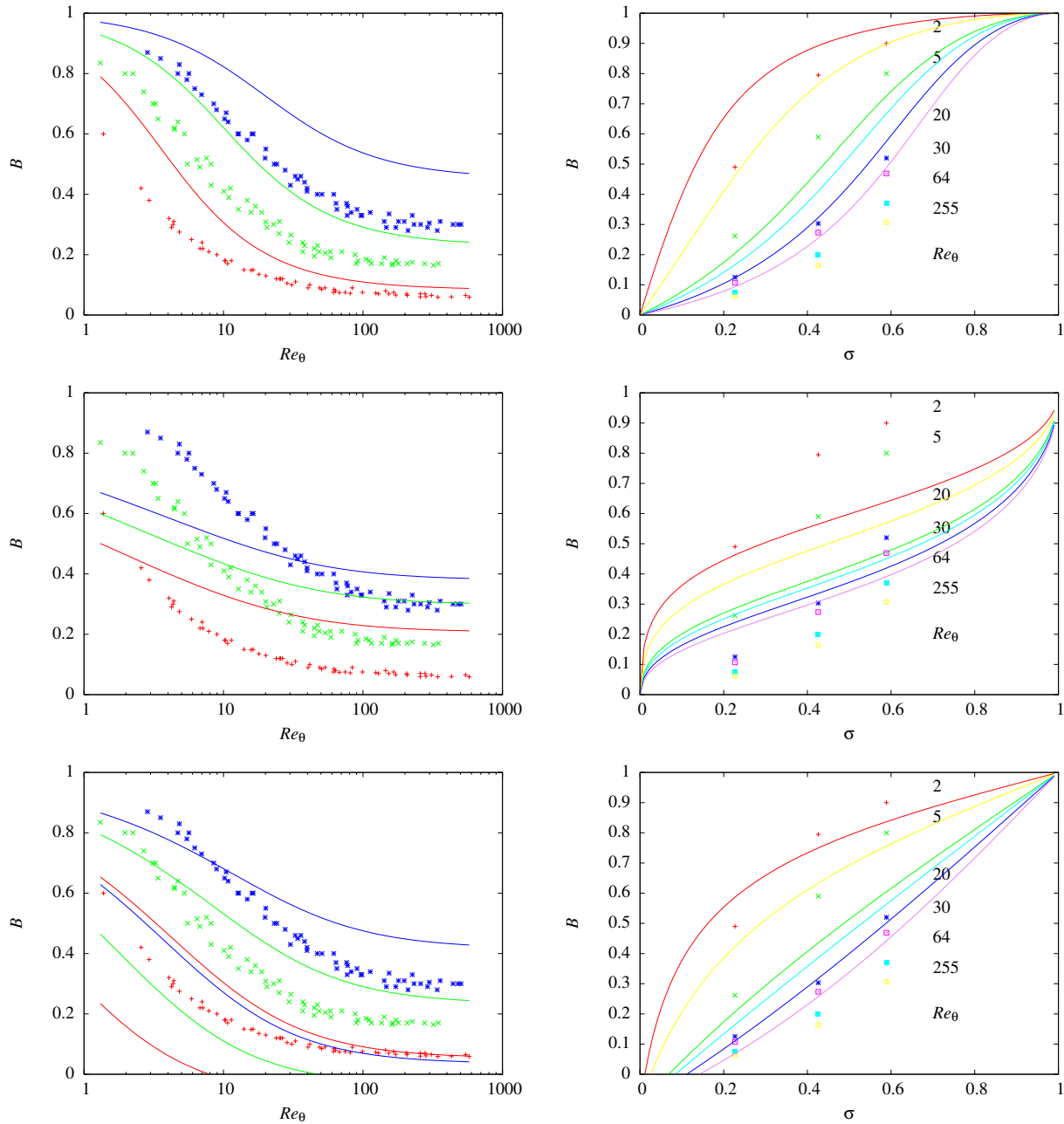


FIG. 5.15 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  à gauche et du taux de solidité  $\sigma$  à droite. De haut en bas, comparaison avec les modèles de [Gibbins \(1973\)](#), [Elder \(1959\)](#) et [Schubauer et al. \(1950\)](#). A gauche - en rouges :  $\sigma = 0,227$  ; en verts :  $\sigma = 0,426$  ; en bleus :  $\sigma = 0,589$ .

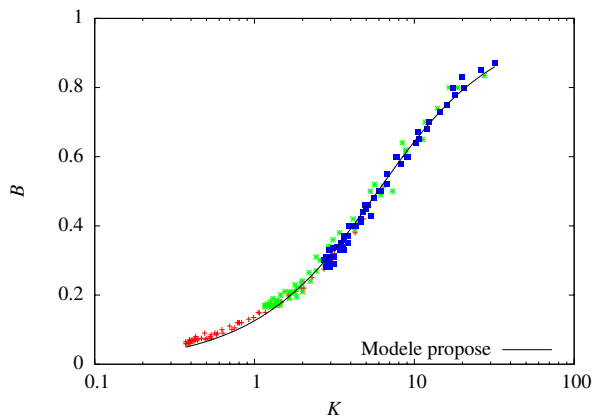


FIG. 5.16 – Distribution du paramètre de déflexion  $B$  en fonction du coefficient de perte de charge  $K$ . Comparaison entre le modèle proposé (5.11) et les mesures. Symboles rouges :  $\sigma = 0,227$  ; Symboles verts :  $\sigma = 0,426$  ; Symboles bleus :  $\sigma = 0,589$ .

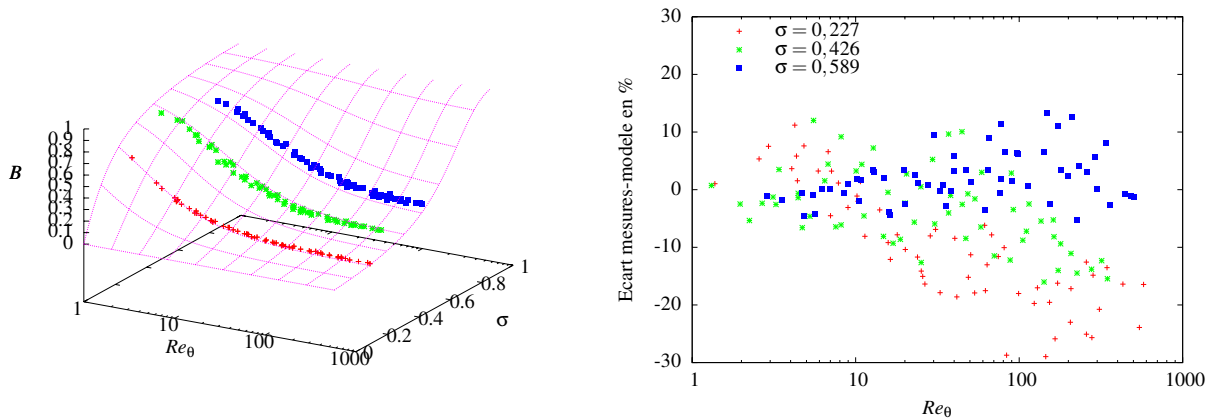


FIG. 5.17 – A gauche : Distribution de  $B$  en fonction de  $Re_\theta$  et  $\sigma$ . A droite : Écart en pourcentage entre le modèle proposé (5.11) et les mesures de  $B$ .

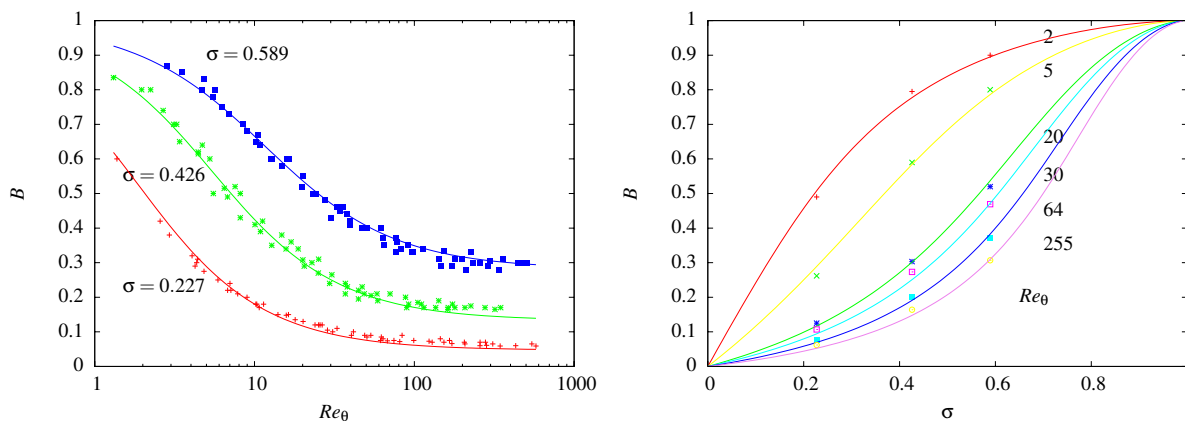


FIG. 5.18 – Distribution du coefficient de déflexion  $B$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  et du taux de solidité  $\sigma$ . Comparaison avec le modèle proposé (5.11).

solution analytique de [Maull \(1969\)](#) modulée par la correction empirique interpolée par [Dunn & Tavoularis \(2007\)](#) de façon à avoir un gradient constant sur toute la hauteur de la veine

$$f(y/L) = \frac{4}{\pi^3} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(2m+1)\pi y}{(2m+1)^3 L} - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3} \right] f_c(y/L), \quad (5.12)$$

où la correction empirique s'écrit  $f_c(y/L) = 0,26(y/L) + 0,87$ .

Dans l'expression (5.1) le rapport  $\lambda/(EB)$  caractérise l'inclinaison de la grille. En utilisant l'expression (5.4) du paramètre de cisaillement l'équation du profil de la grille (5.1) s'écrit

$$x/L = \frac{\tan \theta_0}{|f(1)|} f(y/L). \quad (5.13)$$

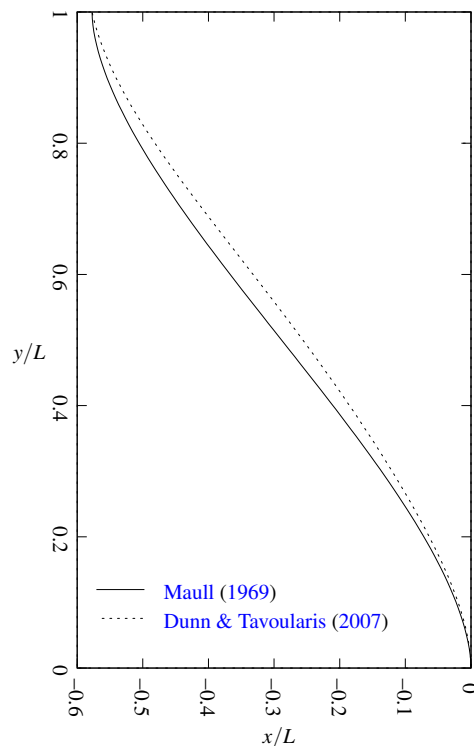


FIG. 5.19 – Courbures de grille pour  $\theta_0 = 30^\circ$  obtenues à partir de l'équation de [Maull \(1969\)](#) et de l'expression de [Dunn & Tavoularis \(2007\)](#) intégrant une correction empirique pour obtenir un gradient de vitesse constant sur toute la hauteur.

Sur la figure 5.19 on peut observer les profils de grille construits à partir des courbures de [Maull \(1969\)](#) et de [Dunn & Tavoularis \(2007\)](#) pour une inclinaison d'angle moyen  $\theta_0 = 30^\circ$ .

Dans la pratique la construction d'un profil de grille, permettant de générer un écoulement cisailé à

partir d'un écoulement constant, s'obtient à partir du triplet d'équations (5.13), (5.4) et (5.2), c-à-d

$$\begin{cases} x/L = \frac{\tan \theta_0}{|f(1)|} f(y/L) \\ \lambda = \frac{EB}{|f(1)|} \tan \theta_0 \\ E = K \cos^2 \theta_0 / (2 + K \cos^2 \theta_0 - B). \end{cases} \quad (5.14)$$

Dans la suite de cette étude, le modèle (5.4) reliant le paramètre de cisaillement  $\lambda$  aux quantités  $(\sigma, \theta, Re)$  de l'écoulement est évalué. Ce modèle intègre les nouvelles expressions du coefficient de perte de charge  $K$  (5.5) et du paramètre de déflexion  $B$  (5.11). Pour cette étape d'évaluation des équations (5.14), des mesures de champs de vitesse sont effectués par PIV en amont et en aval d'une grille profilée suivant l'équation (5.12) et inclinée suivant différents angles moyens  $\theta_0$ . Les mesures de  $\lambda$  ont été réalisées pour trois grilles distinctes et une large gamme de valeurs du nombre de Reynolds (cf. §5.2.4). Enfin, à partir des écarts observés entre les mesures de  $\lambda$  et des valeurs estimées par l'expression (5.4), un nouveau modèle reliant  $E$  aux grandeurs  $(\sigma, \theta)$  est proposé.

### 5.4.1 Mesure du paramètre de cisaillement $\lambda$

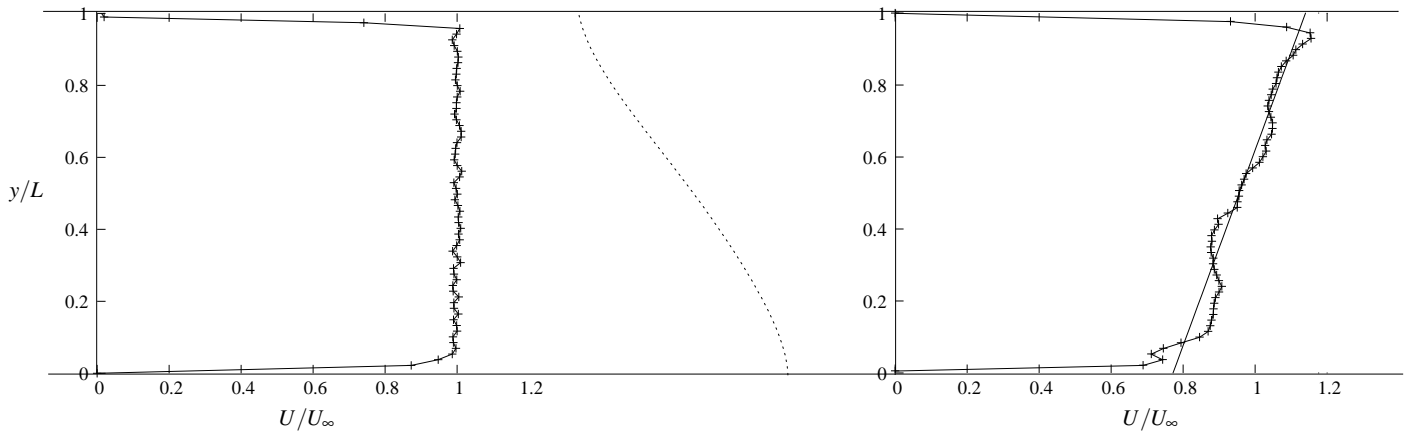


FIG. 5.20 – Profils de vitesse mesurés par PIV en amont et en aval d'une grille de porosité  $\sigma = 0,426$  inclinée de  $30^\circ$  suivant la courbure proposée par [Dunn & Tavoularis \(2007\)](#), pour une valeur du nombre de Reynolds  $Re = 40$ .

Le paramètre de cisaillement  $\lambda \equiv (L/U_\infty) \partial U / \partial y$  a été estimé directement à partir des champs de vitesse PIV. Les mesures ont été effectuées à une distance longitudinale d'une hauteur de veine  $L$  de part et d'autre de la grille. La figure 5.20 illustre les résultats de mesures des profils de vitesse en amont et en aval de la grille de porosité  $\sigma = 0,426$  inclinée de  $30^\circ$ , pour une valeur du nombre de Reynolds  $Re = 40$ . La figure indique une non homogénéité du gradient de vitesse suivant la hauteur. Ce phénomène est essentiellement dû au mode de fixation de la grille sur le profil. Expérimentalement, la principale difficulté réside dans la mise en place de la grille dans la veine d'essais. Pour des questions de facilité de montage et de démontage des grilles nous avons choisi de pincer les grilles entre les deux parties de la veine d'essais (cf. Fig. 5.3). De ce fait les grilles n'étaient pas maintenues sous tension et pouvaient légèrement se déformer sous l'action du flux d'air. Nous surveillerons par la suite si un effet de Reynolds peut avoir été introduit par ce biais.

### 5.4.2 Distribution de $\lambda$ en fonction de $Re$ , $\theta$ et $\sigma$

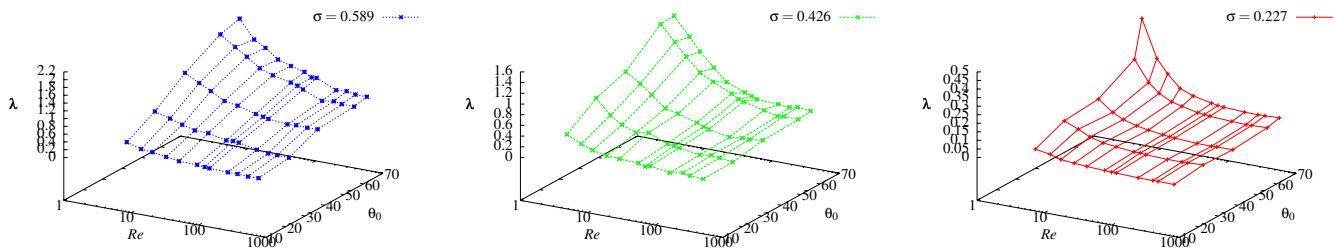


FIG. 5.21 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  et de  $\theta_0$  l'angle moyen d'inclinaison de la grille, pour trois valeurs du taux de solidité  $\sigma$ .

La figure 5.21 montre, pour trois grilles caractérisées par un taux de solidité distinct, l'évolution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle d'inclinaison moyen  $\theta_0$ . Comme pour le coefficient de déflexion d'un écoulement au travers d'une grille, il apparaît que le paramètre de cisaillement est sensible au nombre de Reynolds et à l'inclinaison moyenne de la grille par rapport à la verticale, en particulier lorsque  $Re$  est faible et  $\theta$  est élevé. De plus l'écoulement est d'autant plus cisailé que le taux de solidité est grand.

Afin de bien mettre en évidence l'effet de la variation du nombre de Reynolds et de l'angle d'inclinaison moyen d'une grille profilée sur le paramètre de cisaillement  $\lambda$ , l'évolution de  $\lambda$  est représentée en fonction de chacun de ces deux paramètres, l'autre étant fixé.

**Influence de  $Re$  :** L'évolution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  est représentée sur la figure 5.22. Sur cette figure nous pouvons voir que pour chaque grille à  $\theta$  fixé, le paramètre de cisaillement  $\lambda$  diminue lorsque le nombre de Reynolds  $Re$  augmente.  $\lambda$  diminue en tendant vers une valeur asymptotique, mettant ainsi en évidence deux phases d'évolution. Dans la première phase  $\lambda$  montre une forte dépendance face à la variation du nombre de Reynolds  $Re$ , cette phase correspond aux faibles nombres de Reynolds. Quant à la seconde phase d'évolution, elle se caractérise par une moindre variation du paramètre de cisaillement  $\lambda$  face à l'augmentation du nombre de Reynolds  $Re$ . En effet sur la figure 5.22, nous pouvons remarquer qu'à partir d'une certaine valeur du nombre de Reynolds, le paramètre de cisaillement  $\lambda$  tend vers une valeur constante. Ce comportement est similaire à celui observé pour le coefficient de déflexion  $B$  et est lié au changement de régime d'écoulement à l'aval de la grille (cf. §5.3.2).

Comme nous le montrerons dans la section 5.4.4 au travers de la distribution de  $E$ , le paramètre de cisaillement  $\lambda$  et le coefficient de déflexion  $B$  observent une évolution identique en fonction du nombre de Reynolds. Le rapport des deux quantités conduit à des valeurs constantes et indépendantes du nombre de Reynolds (ce fait sera illustré figure 5.28 par exemple). Intuitivement, ce phénomène s'explique par le fait que le profil de vitesse en aval de la grille, caractérisé par le paramètre  $\lambda$ , est directement lié à la déviation du flux, caractérisée par le coefficient  $B$ .

**Influence de  $\theta_0$  :** À  $Re$  et  $\sigma$  fixés, l'évolution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta_0$  de la grille est représentée sur la figure 5.22. Cette figure montre que pour chaque grille, le paramètre de cisaillement  $\lambda$  augmente lorsque l'angle d'inclinaison  $\theta_0$  augmente. Cette augmentation est plus importante pour le paramètre de cisaillement  $\lambda$  que pour le coefficient de déflexion  $B$  (cf. comparaison entre Fig. 5.22 et Fig. 5.10). De plus, contrairement à ce que l'on a pu constater pour le coefficient de déflexion  $B$ , la prise en compte du nombre de Reynolds associé à la vitesse normale à la grille  $Re_{\theta_0}$  ne



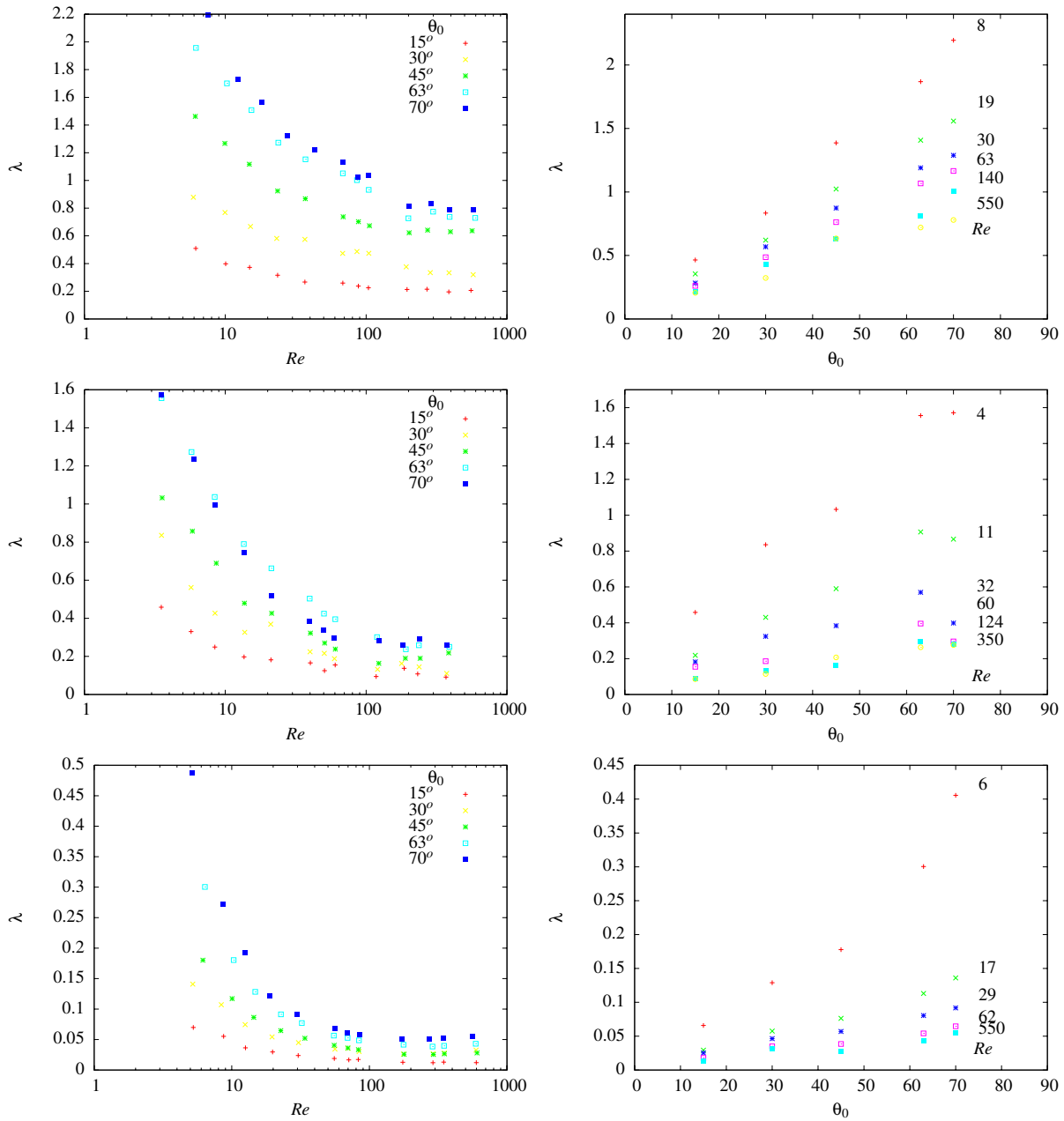


FIG. 5.22 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  (figures de gauche) et de  $\theta$  l'angle entre le profil de grille et la verticale (figures de droite), pour différentes valeurs du taux de solidité  $\sigma$ . De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0,589, 0,426 et 0,227.

permet pas de regrouper les mesures en une seule courbe (cf. Fig 5.23). Comme nous le montrons au §5.4.4 la dépendance du paramètre de cisaillement  $\lambda$  à l'angle moyen d'inclinaison de la grille profilée  $\theta_0$  ne se fait pas par le biais du coefficient de déflexion  $B$ .

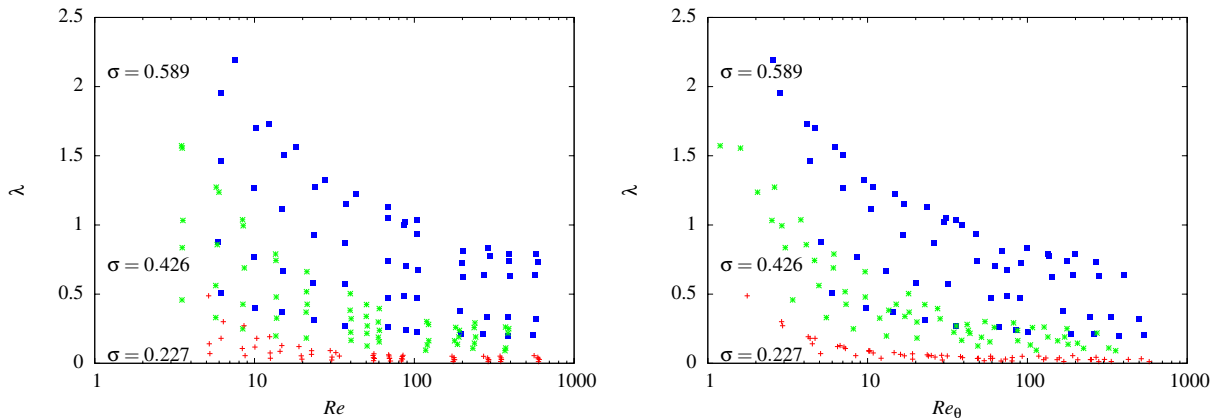


FIG. 5.23 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  et  $Re_{\theta_0}$  pour différentes valeurs du taux de solidité  $\sigma$ .

### 5.4.3 Comparaison avec la littérature

Dans cette partie les mesures du paramètre de cisaillement  $\lambda$  sont confrontées aux modèles proposés dans la littérature. Le modèle du paramètre de cisaillement  $\lambda$  correspond à l'équation (5.4). Dans cette expression le modèle de  $E$  correspond à l'équation (5.2) et le modèle de  $B$  est respectivement celui de Schubauer *et al.* (1950), de Elder (1959), de Gibbings (1973), ainsi que celui que nous avons proposé avec l'équation (5.11). Pour ces comparaisons nous avons utilisé l'expression (5.5) pour le coefficient de perte de charge  $K$ .

Les figures 5.24 et 5.26 comparent les mesures du paramètre de cisaillement  $\lambda$  avec les modèles proposés par Schubauer *et al.* (1950) et Elder (1959). Sur les figures 5.25 et 5.27 les mesures de  $\lambda$  sont confrontées au modèle de Gibbings (1973) et au modèle que nous avons proposé pour  $B$  (5.11). Les figures 5.24 et 5.25 présentent  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  alors que les figures 5.26 et 5.27 montrent les distributions de  $\lambda$  en fonction de l'angle moyen d'inclinaison  $\theta_0$ .

Les résultats indiquent que pour des valeurs taux de solidité  $\sigma \geq 0,426$  les modèles de Schubauer *et al.* (1950) et de Elder (1959) sont en bon accord avec les mesures pour  $0^\circ \leq \theta_0 \leq 45^\circ$  et sur une gamme étendue de valeurs du nombre de Reynolds avec un meilleur accord pour des valeurs du nombre de Reynolds les plus élevées (c-à-d au dessus du régime critique). Pour la grille de  $\sigma = 0,227$  ces modèles ne suivent plus très bien les mesures du taux de cisaillement. Pour les trois grilles (c-à-d les trois valeurs de  $\sigma$ ), pour  $0^\circ \leq \theta_0 \leq 45^\circ$  et pour un nombre de Reynolds au dessus du régime critique le modèle de Gibbings (1973) est proche des mesures. Pour des valeurs du nombre de Reynolds plus faibles, il suit moins bien les mesures que le modèle proposé par Elder (1959). Comparé au modèle de Gibbings (1973), le modèle (5.11) que nous avons proposé pour  $B$ , améliore l'adéquation avec les mesures pour les valeurs faibles du nombre de Reynolds.

Notons que les modèles présentés sur les figures 5.26 et 5.27 prévoient une évolution de  $\lambda$  en fonction de  $\theta_0$  passant par un maximum. Ce phénomène a été souligné par Coelho (1989). Dans le cas présent on remarque que pour les modèles autres que celui de Schubauer *et al.* (1950) l'existence du maximum est dépendante de la valeur du nombre de Reynolds. Ce phénomène prévu par les modèles semble difficile à expliquer d'un point de vue de la physique de l'écoulement. En tous les cas les mesures de  $\lambda$  ne présentent

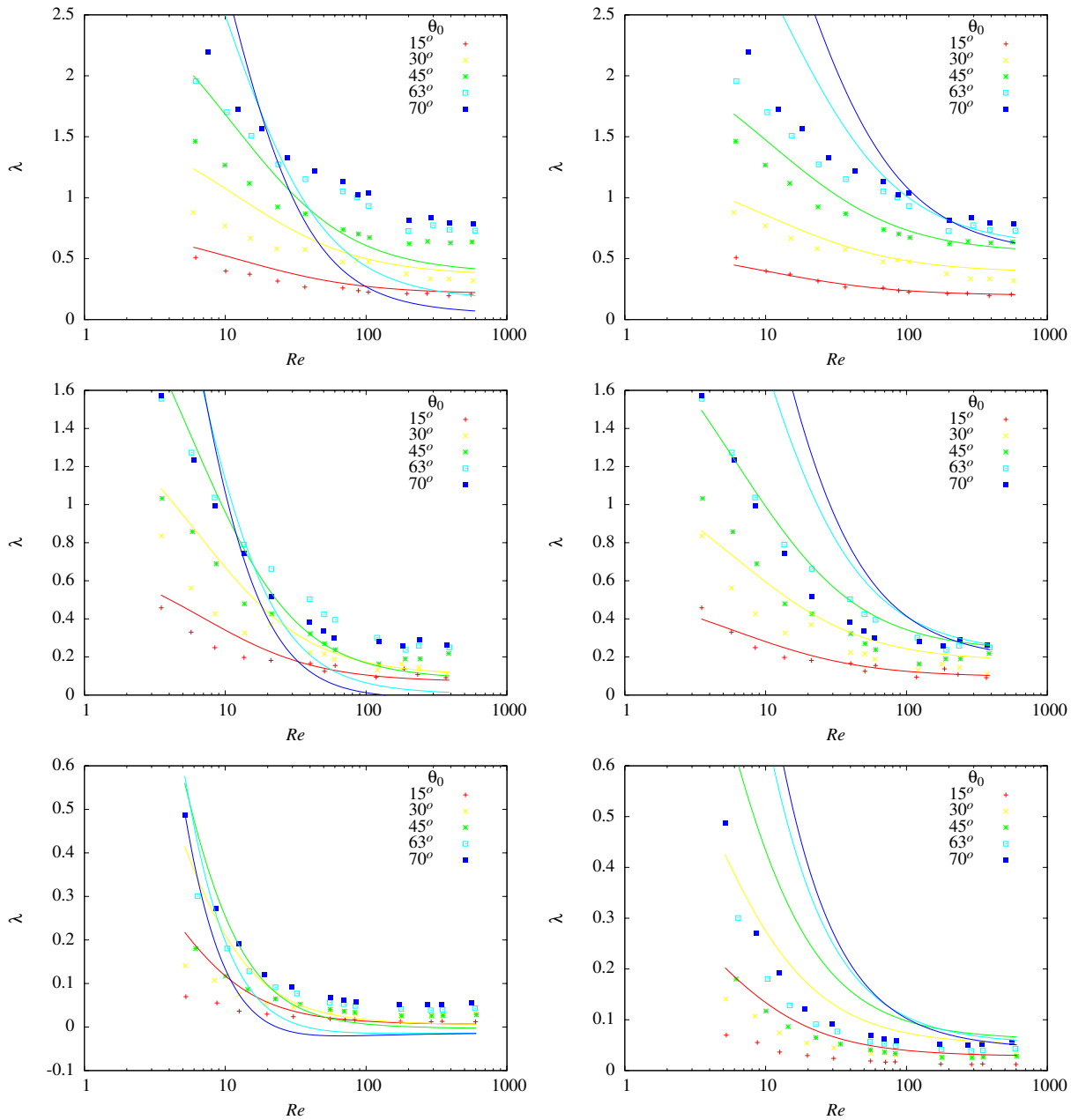


FIG. 5.24 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour différents angles  $\theta$  entre le profil de grille et la verticale. A gauche, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de  $B$  proposée par Elder (1959). A droite, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de  $B$  proposée par Gibbins (1959). De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0.589, 0.426 et 0.227.

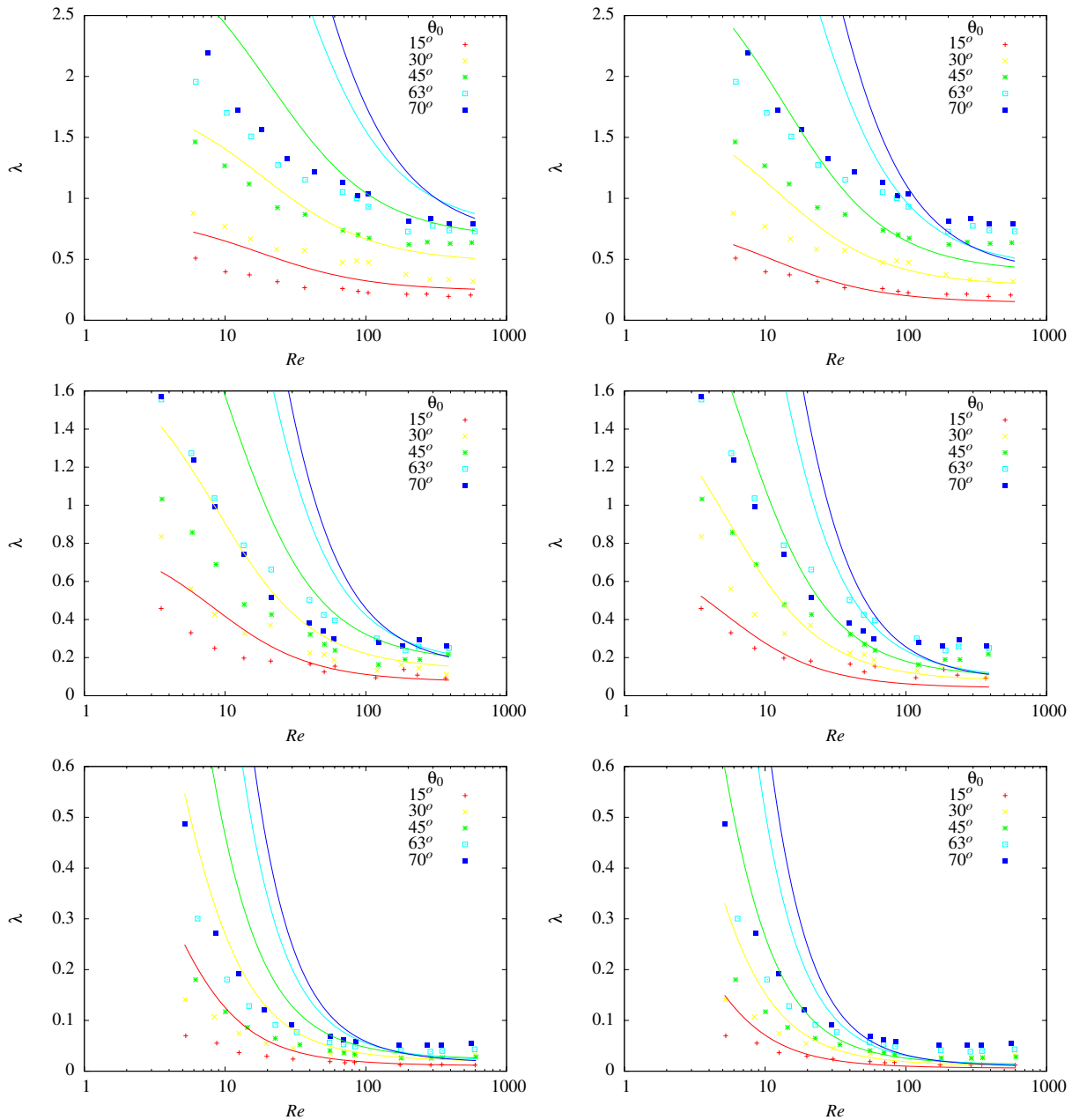


FIG. 5.25 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour différents angles  $\theta$  entre le profil de grille et la verticale. A gauche, comparaison avec le modèle s'appuyant sur l'expression de  $B$  proposée par Schubauer et al. (1950). A droite, comparaison avec le modèle obtenu à partir de notre modélisation de  $B$ . De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0.589 0.426 et 0.227.

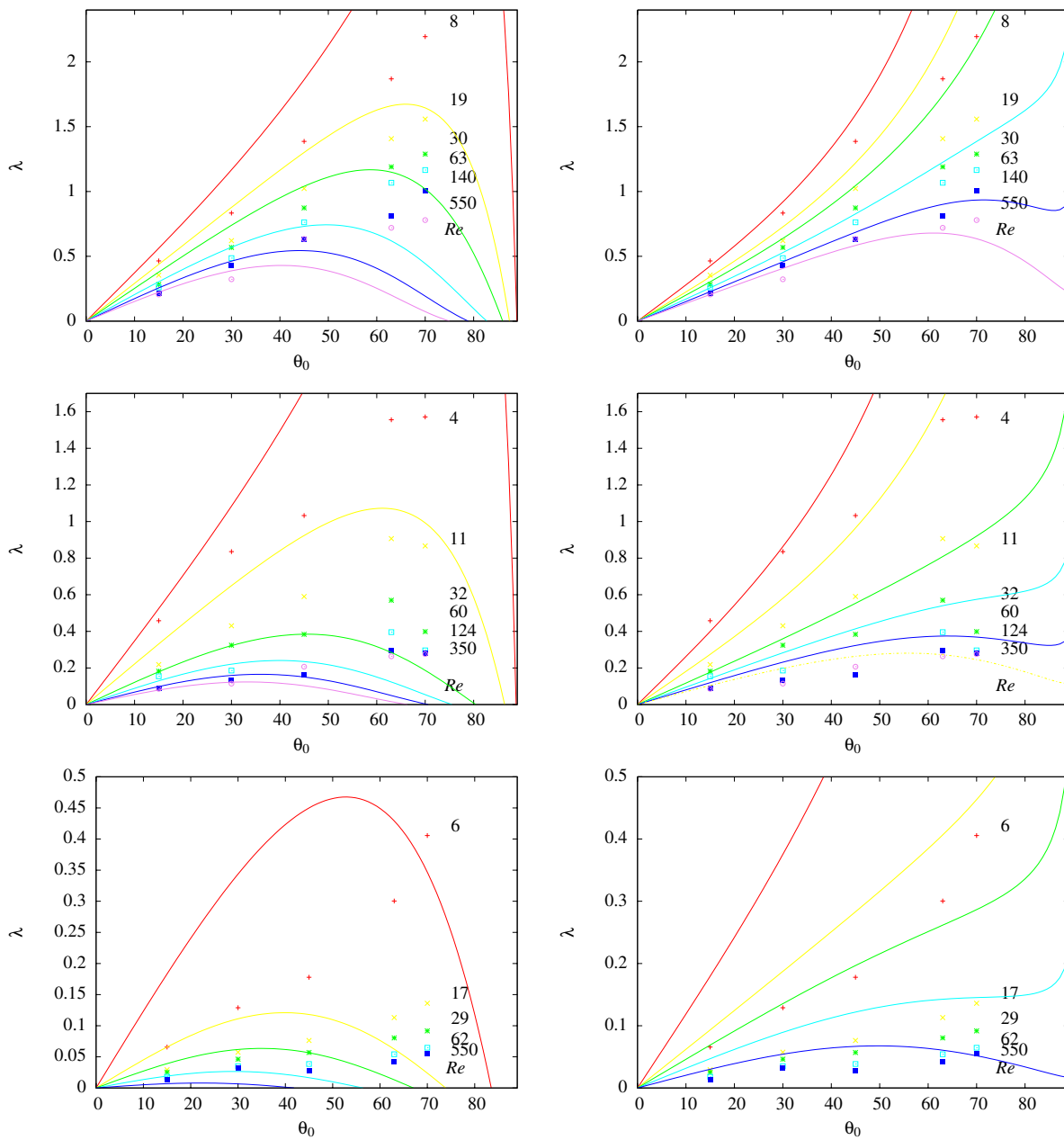


FIG. 5.26 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$ . De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. A gauche avec  $B$  proposé par Elder (1959). A droite avec  $B$  proposé par Gibbings (1973).

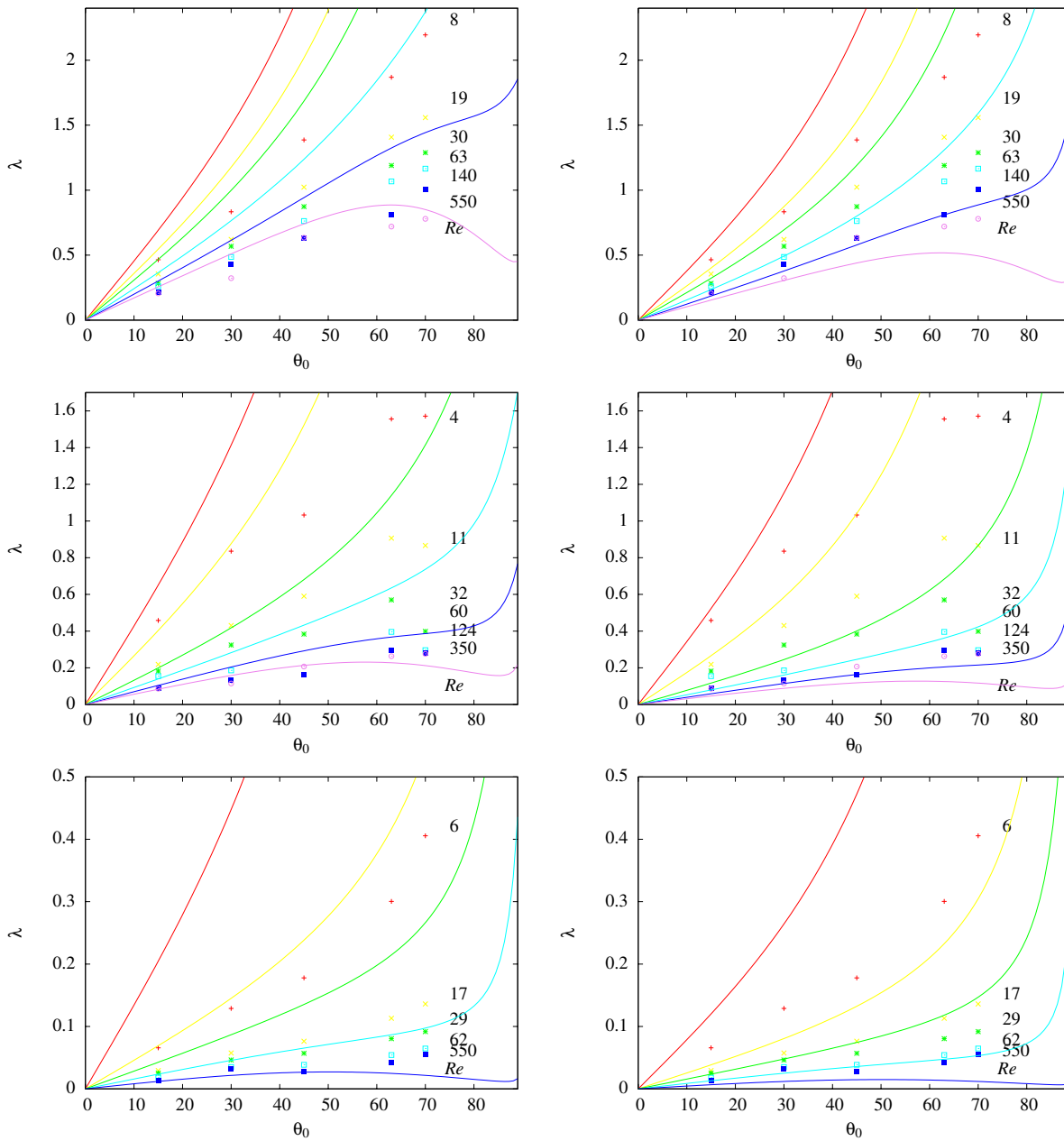


FIG. 5.27 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction de l'angle  $\theta$  pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$ . De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0.589, 0.426 et 0.227. A gauche avec  $B$  proposé par Schubauer et al. (1950). A droite, avec  $B$  obtenu à partir de notre modélisation.

pas ce type de comportement. Globalement les modèles représentent mal les mesures lorsque l'angle moyen d'inclinaison du profil de grille est supérieur à  $45^\circ$ .

#### 5.4.4 Modélisation du paramètre de cisaillement $\lambda$

L'expression (5.4) relie le taux de cisaillement  $\lambda$  aux paramètres de l'écoulement  $(\sigma, \theta_0, Re)$  par le biais du coefficient de déflexion  $B$  et de la quantité  $E$ . Nous avons montré que le modèle de  $B$  proposé suit bien les mesures. Notre attention porte maintenant sur l'expression (5.2) de  $E$  déterminée par Elder (1959) en considérant les conditions aux limites aux bords d'une grille.

Dans une première étape nous comparons le modèle de  $E$  proposé par Elder (1959) aux mesures. Les mesures de  $E$  sont obtenues par le biais des mesures de  $\lambda$  et de l'expression

$$E = \frac{\lambda |f(1)|}{B \tan \theta_0}, \quad (5.15)$$

où  $B$  est obtenu par le modèle proposé (5.11).

La comparaison entre les mesures de  $E$  et le modèle de  $E$  est présentée sur la figure 5.28. De manière immédiate on constate que le modèle de  $E$  dérivé par Elder (1959) ne suit pas les données, en particulier pour les distributions en fonction du nombre de Reynolds (figures de gauche et traits pleins). En effet, les mesures indiquent que la quantité  $E$  est indépendante du nombre de Reynolds alors que le modèle (5.2) présente une forte décroissance. Considérant la relation (5.15) et à  $\theta_0$  fixé, cette nette indépendance de  $E$  au nombre de Reynolds traduit une forte corrélation entre  $\lambda$  et  $B$ . Par ailleurs, considérant  $\theta_0$  fixé, si l'évolution "réelle" de  $B$  et  $E$  est bien similaire, le résultat obtenu ici atteste de la bonne qualité de nos mesures de  $B$  et de  $\lambda$ . Les courbes de droite de la figure 5.28 montrent que  $E$  décroît en fonction de l'angle  $\theta_0$ . Le modèle proposé par Elder (1959) ne traduit pas le phénomène physique observé sur ces courbes. Par contre comme nous allons le montrer plus loin une fonction en  $\cos \theta_0$  épouse bien les données. Enfin, comme le montre la figure 5.28, la quantité  $E$  est une fonction croissante du taux de solidité  $\sigma$ .

Sur la base de ces observations, nous proposons une modélisation empirique de  $E$  incluant l'indépendance au nombre de Reynolds et la dépendance à  $\theta_0$  et à  $\sigma$  sous la forme

$$E = E_0 \sigma \cos \theta_0, \quad (5.16)$$

où  $E_0 = 1,34$  est estimé par optimisation.

La figure 5.29 montre la bonne adéquation entre le modèle (5.16) et les données lorsque  $E$  est représenté en fonction de l'angle moyen d'inclinaison de la grille  $\theta_0$  et du taux de solidité  $\sigma$ . Sur la figure 5.28 le modèle proposé, tracé en pointillés, passe également bien par les mesures lorsque  $E$  est tracé en fonction du nombre de Reynolds.

En intégrant cette nouvelle équation de  $E$  dans l'expression (5.4) de  $\lambda$  on obtient une modélisation du paramètre de cisaillement particulièrement fidèle aux mesures comme le montre les figures 5.30 et 5.31.

Le nouveau triplet d'équations permettant de construire un profil de grille pour transformer un écoulement constant en un écoulement cisailé s'écrit

$$\begin{cases} x/L = \frac{\tan \theta_0}{|f(1)|} f(y/L) \\ \lambda = \frac{EB}{|f(1)|} \tan \theta_0 \\ E = E_0 \sigma \cos \theta_0, \end{cases} \quad (5.17)$$

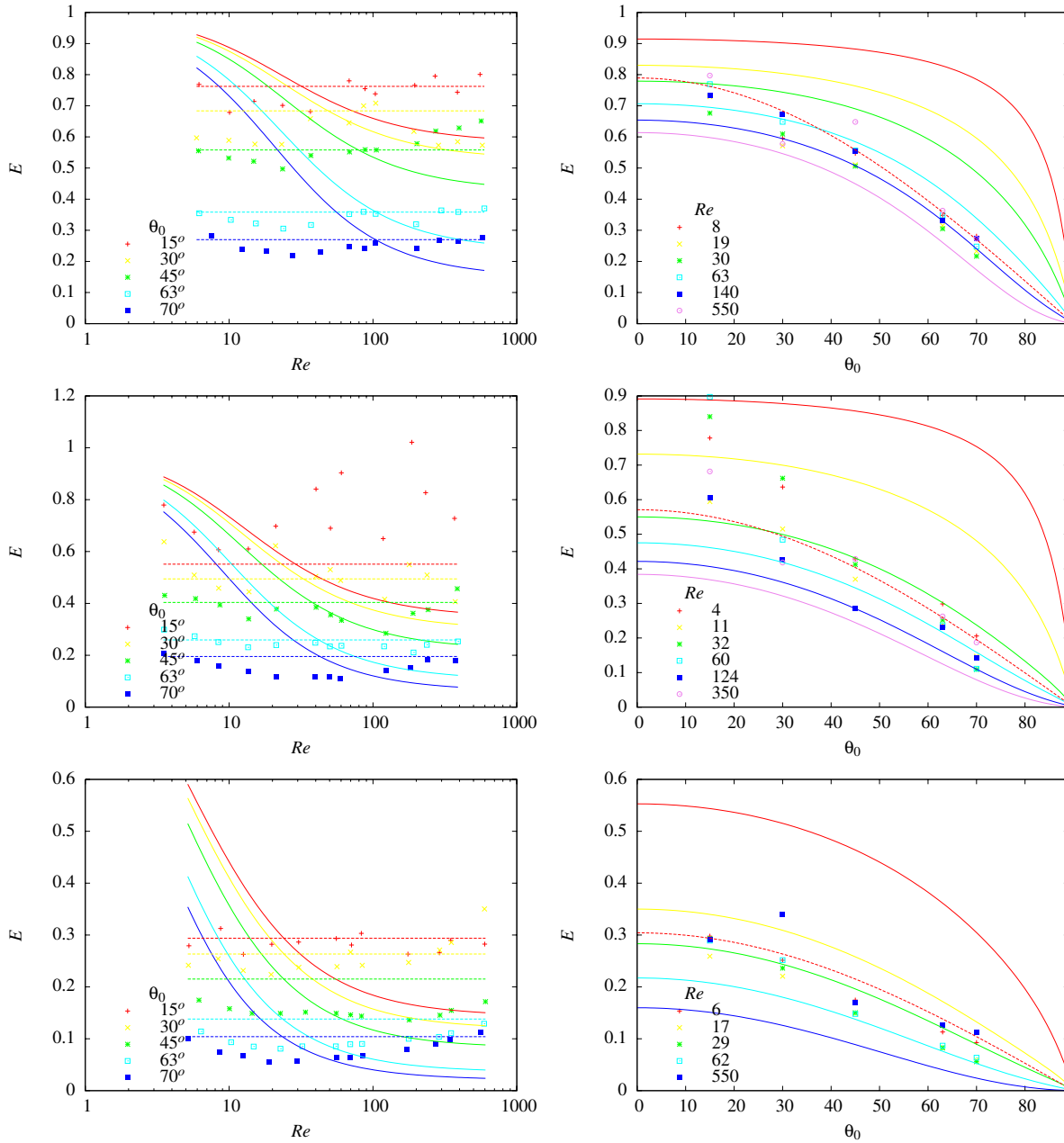


FIG. 5.28 – Distribution du paramètre  $E$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison  $\theta_0$  de la grille. La distribution de points correspond à la mesure de  $E$  par le biais de l'expression (5.15). Les courbes en traits pleins correspondent au modèle (5.2) proposé par Elder (1959) tandis que les courbes traits pointillés correspondent au modèle (5.16). De haut en bas  $\sigma$  est égal à 0.589, 0.426 et 0.227.



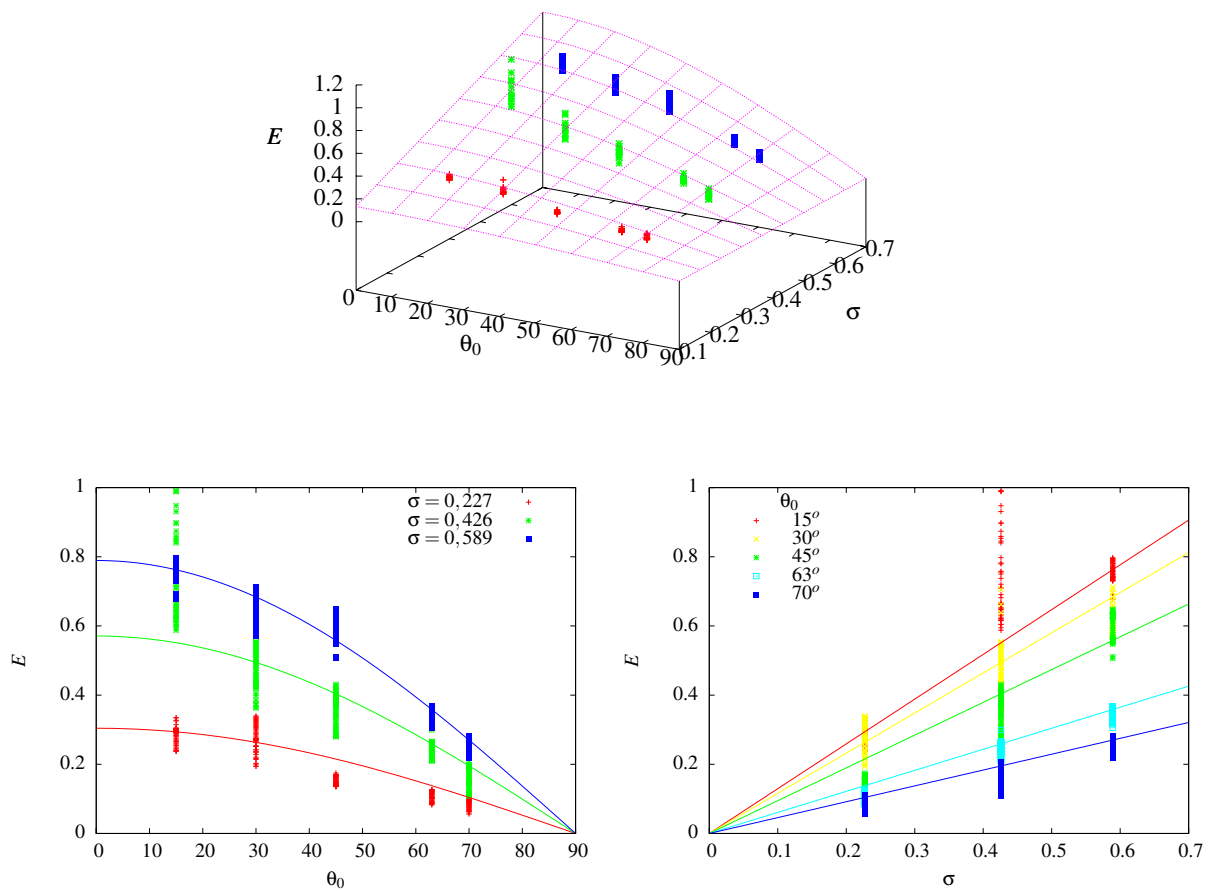


FIG. 5.29 – Distribution du paramètre  $E$  en fonction de l'angle moyen d'inclinaison  $\theta_0$  et du taux de solidité  $\sigma$ . Les points correspondent aux mesures de  $E$  par le biais de l'expression (5.15). Les courbes correspondent au modèle (5.16) proposé.

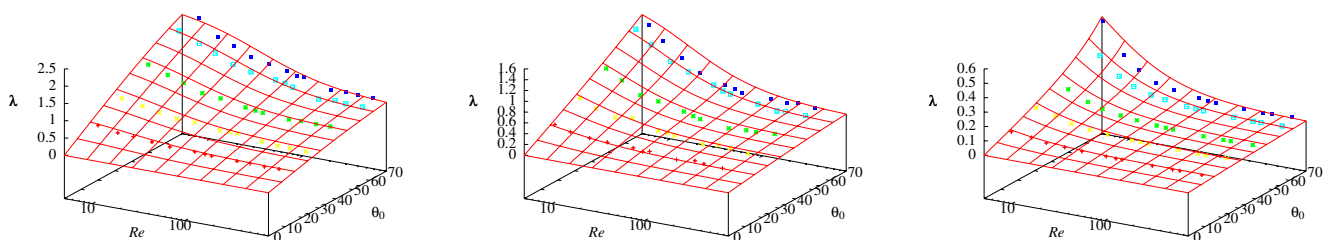


FIG. 5.30 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle  $\theta_0$ . De gauche à droite  $\sigma = 0,589$ ,  $\sigma = 0,426$  et  $\sigma = 0,227$ .

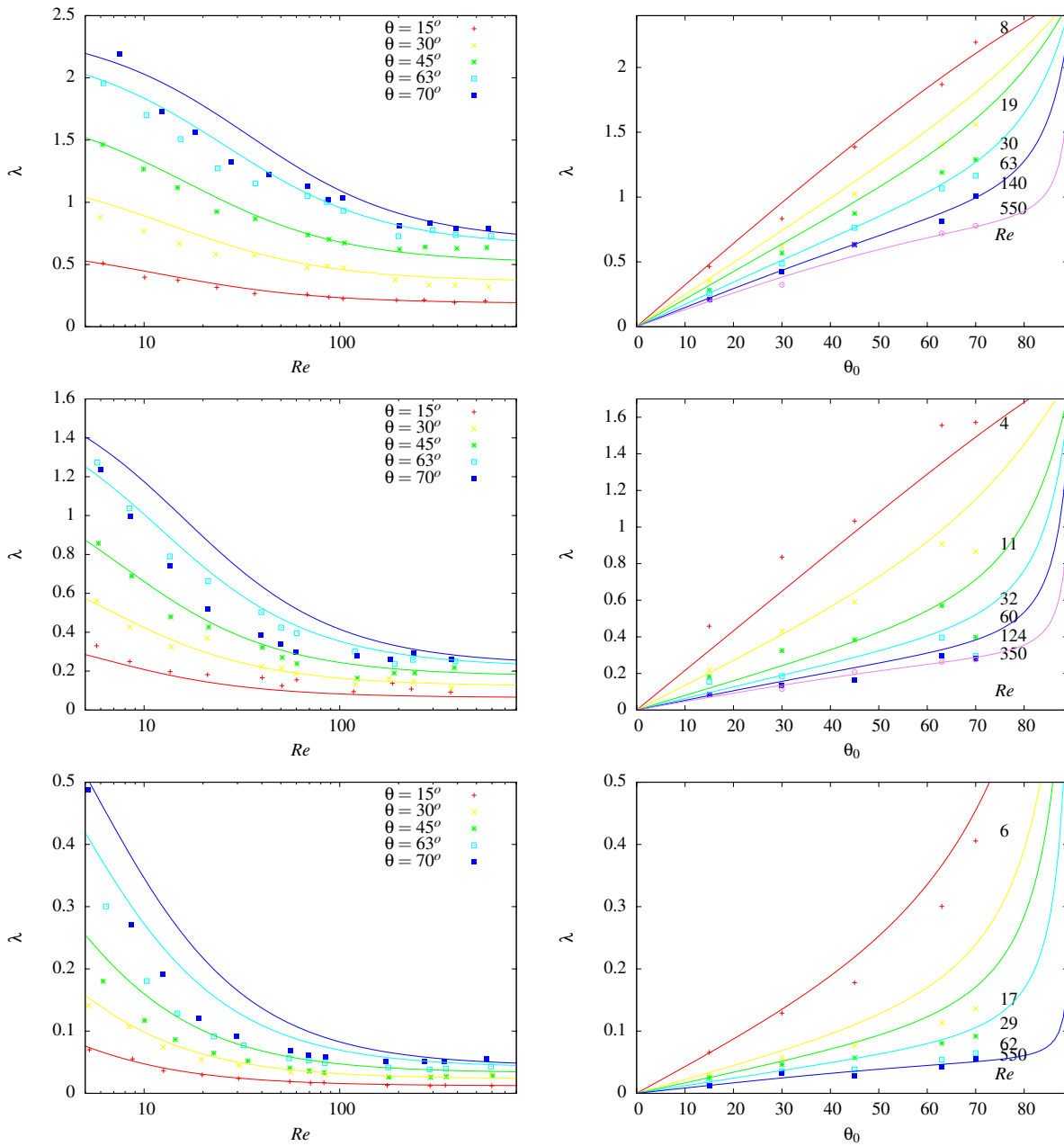


FIG. 5.31 – Distribution du paramètre de cisaillement  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds et de l'angle moyen d'inclinaison  $\theta_0$  de la grille. De haut en bas  $\sigma = 0.589$ ,  $\sigma = 0.426$  et  $\sigma = 0.227$ .

où  $E_0 = 1,34$ ,  $B$  est modélisé par (5.11) et  $K$  est modélisé par (5.5).

La quantité  $E_0 = 1,34$  correspond à la valeur maximale prise par la fonction  $E$ . Dans le cas du modèle (5.2) dérivé par Elder (1959) la valeur maximale de  $E$  est égale à  $1/2$ . On peut donc s'interroger sur la grande différence entre ces deux valeurs conduisant à des différences d'estimation de  $\lambda$  dans les mêmes proportions. A ce stade de notre étude nous ne sommes pas en mesure d'expliquer cet écart important. Une explication pourrait provenir d'une sous-estimation des mesures de  $\lambda$  et/ou d'une sous estimation des mesures de  $B$ . En corrigeant les défauts de notre montage expérimental, quelques nouvelles mesures de  $B$  et de  $\lambda$  pourraient lever le doute sur un éventuel biais dans les mesures.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié la transformation d'un écoulement uniforme au travers d'une grille. Une approche expérimentale par vélocimétrie par image de particules nous a permis d'estimer les vitesses de l'écoulement d'air de part et d'autre des grilles, ceci pour une large gamme de valeurs prises par les variables  $(\sigma, Re, \theta)$  de l'écoulement.

Dans une première étape l'écoulement aux bords d'une grille inclinée a été caractérisé et modélisé. Lorsqu'un écoulement traverse une grille inclinée, il est dévié suivant la normale à la grille et subit au passage une perte de charge. Ces deux phénomènes sont caractérisés par le paramètre de déflexion  $B$  et le coefficient de perte de charge  $K$ . A partir des mesures de Schubauer *et al.* (1950) nous avons tout d'abord constaté que  $K$  est une fonction du taux de solidité et du nombre de Reynolds  $Re_\theta$  prenant en compte la vitesse normale à la grille. Puis en adaptant le modèle de Karnik & Tavoularis (1987) à l'influence de  $\theta$  nous avons proposé pour  $K$  le nouveau modèle (5.5). A partir de cette expression de  $K$  et des mesures PIV aux bords de trois grilles planes inclinées à cinq angles différents et pour une large gamme de nombre de Reynolds, nous avons constaté les limites des modèles de  $B$  fournis dans la littérature et proposé le nouveau modèle (5.11).

Dans une deuxième étape la génération d'un écoulement cisailé constant à partir d'une grille profilée a été analysée et modélisée. La distribution du taux de cisaillement  $\lambda$  en fonction des paramètres de l'écoulement  $(\sigma, \theta_0, Re)$  a été mesurée. Les résultats ont montré des écarts avec les modèles de la littérature. Ces différences ont été attribuées à la fonction  $E$  impliquée dans le modèle du taux de cisaillement. L'analyse des mesures a permis de montrer la bonne similitude entre les évolutions de  $B$  et de  $\lambda$  en fonction du nombre de Reynolds. De plus ceci nous a permis de construire le modèle empirique (5.16), traduisant l'évolution de  $E$  en fonction du taux de solidité  $\sigma$  et de l'angle moyen  $\theta_0$  du profil de grille. Tout ceci a conduit à une nouvelle modélisation du paramètre de cisaillement particulièrement fidèle à nos mesures. Ces nouveaux modèles sont intégrés au jeu d'équations (5.17) permettant de construire un profil de grille pour transformer un écoulement constant en un écoulement cisailé.



---

# Chapitre 6

## Conclusion et Perspectives

### 6.1 Conclusion

L'objectif de départ de cette étude était d'étudier les couches de mélange entre un gradient de vitesse et une vitesse uniforme. Dans un premier temps cette étude s'est faite par le biais de simulations numériques directes de six configurations de couche de mélange. La dynamique tourbillonnaire de ces simulations nous a permis d'identifier deux configurations très intéressantes, une qui "mélange" et une autre qui "inhibe" le mélange. La mise au point expérimentale de ces deux configurations a nécessité l'usage d'une grille profilée sous la plaque séparatrice de la veine d'essais afin de générer le gradient de vitesse. Cependant il s'est avéré que ces deux configurations ne présentent pas la même pente de gradient de vitesse, par conséquent il aurait fallu changer de profil de grille pour chacune de ces deux configurations. Par soucis de simplicité technique, nous avons opté d'étudier la configuration inhibitrice de mélange et une autre configuration qui présente le même gradient de vitesse mais de vitesse uniforme différente. Des mesures expérimentales par fils chauds croisés nous ont permis d'étudier ces deux configurations. Au cours de cette étude, il est apparu que la configuration 1 se présente comme une couche de mélange un peu particulière et la configuration 5 comme un sillage dissymétrique.

La particularité de la configuration 1 réside en ce qu'elle a une énergie qui augmente. En effet deux aspects de cette configuration viennent étayer cette conclusion. Tout d'abord au niveau de l'évolution croissante tout au long de la veine d'essai du terme croisé  $\overline{u'v'}$  caractéristique du cisaillement longitudinal, sachant que pour une couche de mélange classique ce terme a plutôt tendance à diminuer. Ensuite cette augmentation de l'énergie au niveau de la configuration 1 apparaît au niveau des bilans d'énergie des tensions de Reynolds. En effet sur ces bilans le terme de convection se présente en gain d'énergie. L'énergie est convectée depuis la zone à gradient de vitesse vers la couche de mélange. De plus lorsqu'on regarde l'évolution de la configuration 1 à travers ses profils de vitesse, il apparaît que sa couche de mélange dévie du côté du gradient de vitesse en d'autres termes du côté des hautes vitesses.

Quant à la configuration 5 qui a été identifiée au cours des simulations numériques comme étant une configuration inhibitrice de mélange, elle se présente en réalité comme étant un sillage dissymétrique tout au long de la veine d'essai. Cet aspect dissymétrique du sillage se retrouve dans l'évolution des profils du terme croisé  $\overline{u'v'}$  de la configuration 5. Une autre caractéristique du sillage est la présence de deux bosses sur les spectres d'énergie.

Le gradient de vitesse de nos deux configurations a été généré grâce à une grille profilée. Cependant l'étude de ce gradient a montré que la valeur du paramètre de cisaillement annoncé par la théorie est différente de celle obtenue expérimentalement. C'est ce qui a orienté notre étude sur la transformation d'un écoulement

uniforme au travers d'une grille incurvée. A l'aval d'une grille profilée, l'écoulement uniforme impactant devient cisailé grâce à la combinaison de la perte de charge et de la déflexion que subit le dit écoulement. Ce cisaillement se mesure par le paramètre de cisaillement  $\lambda$  directement lié au coefficient de déflexion  $B$  qui lui-même dépend du coefficient de perte de charge  $K$ . Grâce à des mesures PIV, nous avons pu confronter nos paramètres avec ceux de modèles fournis par la littérature. L'écart qui en résulte est essentiellement dû aux hypothèses simplificatrices de certains auteurs et à l'étroitesse de leur plage de paramètres de mesure. Ainsi pour le coefficient de déflexion, il est apparu que dans la littérature l'angle  $\theta$  d'inclinaison des grilles est limité à l'intervalle  $0^\circ < \theta < 45^\circ$ , que les coefficients de perte de charge  $K$  sont faibles ( $0.7 \leq K \leq 5.2$ ) et que le nombre de Reynolds dans certains cas est compris entre  $20 \leq Re \leq 120$ . Nous avons pu établir un modèle de coefficient de déflexion qui couvre une large plage de variables de mesure allant de  $[0^\circ : 70^\circ]$  pour  $\theta$ ,  $[3 : 660]$  pour  $Re$  et  $[0.2 : 0.8]$  pour le taux de solidité  $\sigma$  des grilles. Quant à l'écart entre le paramètre de cisaillement théorique et réelle, nous l'attribuons à la modélisation du paramètre  $E$  qui relie le coefficient de déflexion  $B$  au coefficient de perte de charge  $K$ . Ce qui nous a amené à proposer un modèle empirique pour ce paramètre  $E$  en tenant compte de l'angle moyen  $\theta_0$  de la grille et de son taux de solidité  $\sigma$ . Grâce à ce nouveau modèle de  $E$ , nous avons pu remodeliser le paramètre de cisaillement  $\lambda$  et par la même améliorer le système d'équations qui permet de déterminer le profil de la grille génératrice de l'écoulement cisailé.

## 6.2 Perspectives

Pour conclure ce chapitre, nous présentons quelques points qu'il semblerait intéressant de développer afin d'améliorer la compréhension des couches de mélange entre un gradient de vitesse et une vitesse uniforme et qui pourraient fournir des éléments de réponse aux questions malheureusement restées en suspens durant cette étude.

### Écoulement cisailé

Les mesures qui ont permis de modéliser le paramètre de cisaillement ont été réalisées dans une veine d'essais de 10 cm de hauteur. Par la suite il faudrait appliquer cette modélisation à une veine d'essais plus importante afin de vérifier que le cisaillement que l'on obtient est bien constant sur toute la hauteur de veine et qu'il se maintient tout au long de la veine d'essais.

### Quantification des effets de mélange

L'augmentation des tensions de Reynolds constatée tout au long de la veine d'essais sur la configuration 1 traduit une augmentation de l'énergie de la couche de mélange. Il paraît donc intéressant de mieux cerner et quantifier ces phénomènes de production d'énergie. Dans cette optique il aurait fallu réaliser des mesures spécialement dédiées aux spectres d'énergie avec un nombre d'échantillons plus élevé.

### Échelles de la zone de mélange

Des corrélations temporelles ou spatiales pourraient servir à analyser plus précisément le comportement des grandes échelles de nos couches de mélange.

---

# Bibliographie

- Annand, W. 1953 The resistance to air flow of wire gauzes. *Journal of royal aeronautical society* **57**, 141–146. [18](#), [19](#), [83](#), [90](#)
- Azim, M. & Islam, A. 2003 Plane mixing layers from parallel and non-parallel merging of two streams. *Experiments in Fluids* **34**, 220–226. [10](#)
- Bell, J. & Mehta, R. 1990 Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers. *AIAA Journal* **28** (12), 2034–2042. [3](#), [10](#), [42](#)
- Bellin, S. 1991 Étude expérimentale des structures cohérentes d'une couche de mélange plane turbulente de fluide incompressible. PhD thesis, Université de Poitiers. [12](#)
- Bradshaw, P. 1966 The effect of initial conditions on the development of a free shear layer. *J.Fluid Mech.* **26** (2), 225–236. [10](#)
- Bradshaw, P. & Ferriss, D. 1965 The spectral energy balance in a turbulent mixing layer. *Tech. Rep.*, NPL Aero Report. [71](#)
- Braud, C. 2003 Étude de la dynamique d'un écoulement à cisaillements croisés : Interaction couche de mélange - sillage. PhD thesis, Université de Poitiers. [2](#)
- Browand, F. & Latigo, B. 1979 Growth of two-dimensional mixing layer from a turbulent and nonturbulent boundary layer. *Phys. Fluids*. **22**, 1011–1019. [3](#), [10](#), [41](#)
- Béharelle, S. 1999 Influence du cisaillement transversal sur le développement d'une couche cisailée libre turbulente incompressible. PhD thesis, Université de Poitiers. [67](#), [78](#), [79](#)
- Castro, I. 1976 Some problems concerning the production of a linear shear flow using curved wire-gauze screens. *J.Fluid Mech.* **76** (4), 689–709. [18](#), [21](#), [22](#), [23](#), [49](#), [92](#)
- Castro, I. & Takamoto, M. 1994 Vortex shedding from a ring in a shear flow. *Exp Fluids* **16**, 187–195. [21](#)
- Champagne, F., Harris, V. & Corrsin, S. 1970 Experiments on nearly homogenous turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.* **41** (1), 81–139. [ix](#), [15](#)
- Coelho, S. 1989 The production of uniformly sheared streams by means of double gauzes in wind tunnels : a mathematics analysis. *Experiments in Fluids* **8**, 25–32. [18](#), [20](#), [92](#), [102](#)
- Delville, J. 1995 La décomposition orthogonale aux valeurs propres et l'analyse de l'organisation tridimensionnelle des écoulements turbulents cisailés libres. PhD thesis, Université de Poitiers. [71](#), [78](#)
- Denis, S. 2000 Contrôle du développement des couches de mélange axisymétriques subsoniques par jets impactant. PhD thesis, Université de Poitiers. [71](#)

- DeSouza, F. 1996 Etude expérimentale de l'interaction sillage/paroi dans une couche limite turbulente manipulée par un cylindre circulaire. PhD thesis, Université de Poitiers. [67](#)
- DeSouza, F., Nguyen, V. & Tavoularis, S. 1995 The structure of highly sheared turbulence. *J. Fluid Mech.* **303**, 155–167. [ix](#), [15](#), [16](#)
- Druault, P. 1999 Développement d'interface expériences/simulations. application à l'écoulement de couche de mélange plane turbulente. PhD thesis, Université de Poitiers. [ix](#), [x](#), [27](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#), [36](#), [37](#), [38](#), [40](#), [43](#)
- Dunn, W. & Tavoularis, S. 2007 The use of curved screens for generating uniform shear at low Reynolds numbers. *Experiments in Fluids* **42**, 281–290. [xiii](#), [18](#), [23](#), [82](#), [87](#), [92](#), [98](#), [99](#)
- Dziomba, B. & Fiedler, H. 1985 Effect of initial conditions on two-dimensional free shear layers. *J. Fluid Mech.* **152**, 419–442. [3](#), [10](#), [41](#)
- Elder, J. 1959 Steady flow through non uniform gauzes of arbitrary shape. *J. Fluid Mech* pp. 355–368. [ix](#), [xii](#), [xiii](#), [13](#), [18](#), [19](#), [20](#), [21](#), [23](#), [82](#), [83](#), [92](#), [94](#), [95](#), [96](#), [102](#), [107](#), [108](#), [111](#), [122](#)
- Gibbings, J. 1973 The pyramid gauze diffuser. *Ingenieur-Archiv* **42**, 225–233. [xii](#), [xiii](#), [20](#), [83](#), [94](#), [95](#), [96](#), [102](#)
- Harris, V., Graham, A. & Corrsin, S. 1977 Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.* **81** (4), 657–687. [20](#)
- Heitz, D. 1999 Étude expérimentale du sillage d'un barreau cylindrique se développant dans une couche de mélange plane turbulente. PhD thesis, Université de Poitiers. [2](#)
- Inoue, O. & Leonard, A. 1987 Vortex simulation of forced/unforced mixing layers. *AIAA* . [32](#)
- Jorgensen, F. 1971 Directional sensitivity of wire and fibre film probe. *DISA Inform* **11**, 7–31. [49](#)
- Kappler, M., Rodi, W., Szepessy, S. & Badran, O. 2005 Experiments on the flow past long circular cylinders in a shear flow. *Experiments in Fluids* **38**, 269–284. [21](#)
- Karnik, U. & Tavoularis, S. 1987 Generation and manipulation of uniform shear with use of screens. *Experiments in Fluids* **5**, 247–254. [19](#), [21](#), [82](#), [83](#), [111](#)
- Kotansky, D. 1966 The use of honeycomb for shear flow generation. *AIAA Journal* **4** (8), 1490–1491. [ix](#), [15](#), [16](#), [121](#)
- Laizet, S. 2005 Développement d'un code de calcul combinant des schémas de haute précision avec une méthode de frontière immergée pour la simulation des mouvements tourbillonnaires en aval d'un bord de fuite. PhD thesis, Université de Poitiers. [27](#), [129](#)
- Lau, Y. & Baines, W. 1968 Flow of stratified fluid through curved screens. *J. Fluid Mech.* **33** (4), 721–738. [22](#), [23](#), [92](#)
- Lemay, J. 1989 Etude expérimentale du comportement de la turbulence dans une couche limite incompressible en présence d'un manipulateur externe. PhD thesis, Laval University, Québec. [56](#)
- Livesey, J. & Turner, J. 1964 Generation of velocity profiles of high uniform shear. *J. Fluid Mech.* **20** (2), 201–208. [14](#)



- Maull, D. 1969 The wake characteristics bluff body shear flow. In *Agard conference proceedings*, pp. 1–13. [ix](#), [xiii](#), [4](#), [17](#), [18](#), [22](#), [23](#), [82](#), [92](#), [98](#), [126](#)
- McCarthy, J. 1964 Steady flow past non-uniform wire grids. *J.Fluid Mech.* **19**, 491–512. [19](#)
- McInville, M., Gatski, T. & Hassan, H. 1985 Analysis of large vortical structures in shear layers. *AIAA Journal.* **23** (8). [3](#), [32](#), [42](#)
- Mehta, R. 1991 Effect of velocity ratio on plane mixing layer development : Influence of the splitter plate wake. *Experiments in Fluids* **10**, 194–204. [3](#), [10](#), [42](#)
- Ndoye, M. 2008 Couche de mélange présentant un gradient de température. PhD thesis, Université de Poitiers. [3](#), [47](#), [48](#)
- Owen, P. & Zienkiewicz 1957 The production of uniform shear flow in a wind tunnel. *F.M* pp. 521–531. [14](#), [20](#), [119](#), [120](#), [121](#)
- Parnaudeau, P. 2004 Étude numérique d'un écoulement cisailé turbulent complexe à basse vitesse : Application à la protection rapprochée. PhD thesis, Université de Poitiers. [2](#), [27](#), [129](#)
- Ricaud, F. 2003 Étude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet. PhD thesis, Université de Poitiers. [27](#), [32](#)
- Rodi, W. 1975 A review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layers. in : Theory, measurement and applications. pp. 79–165. Academic Press. [67](#)
- Rohr, J., Itsweire, E., Helland, K. & Atta, C. V. 1987 An investigation of the growth of turbulence in a uniform-mean-shear flow. *J. Fluid Mech.* **187**, 1–33. [20](#)
- Rose, W. 1966 Results of an attempt to generate an homogeneous turbulent shear flow. *J.Fluid Mech.* **25**, 97–120. [ix](#), [14](#), [15](#), [21](#)
- Rose, W. 1970 Interaction of grid turbulence with uniform mean shear. *J. Fluid Mech.* **44** (4), 767–779. [ix](#), [16](#), [17](#), [20](#)
- Schubauer, G., Spangenberg, W. & Klebanoff, P. 1950 Aerodynamic characteristics of damping screens. *Tech. Rep.*. NACA, 2001. [xii](#), [xiii](#), [18](#), [82](#), [83](#), [89](#), [90](#), [92](#), [94](#), [95](#), [96](#), [102](#), [111](#)
- Stanley, S. & Sarkar, S. 1997 Simulations of spatially developing two-dimensionnel shear layers and jets. *Theoretical and computational Fluid dynamics* **9**, 121–147. [32](#)
- Tavoularis, S. & Corrsin, S. 1980 Experiments in nearly homogenous turbulent shear flow with uniform mean temperature gradient. part1. *J. Fluid Mech.* **104**, 311–347. [20](#)
- Tavoularis, S. & Karnik, U. 1989 Further experiments on the evolution of turbulent stresses and scales in uniformly sheared turbulence. *J.Fluid Mech.* **204**, 457–478. [20](#)
- Taylor, G. & Batchelor, G. 1949 The effect of wire gauze on small disturbances in a uniform stream. *Quart.Journ.Mech. and Applied Math.* **2** (1). [18](#), [120](#)
- Turner, J. 1969 A computational method for the flow through non-uniform gauzes : the general two-dimensional case. *J.Fluid Mech* **36** (2), 367–383. [18](#), [19](#), [20](#), [21](#), [22](#), [92](#)

- Wieghardt, K. 1953 On the resistance of screens. *The Aeronautical Quarterly*. **4**, 186–192. [15](#), [90](#)
- Wilson, R. & Demuren, A. 1994 Numerical simulation of two-dimensional spatially-developing mixing layers. *Tech. Rep.*. Icase. [42](#)
- Woo, H. & Cermak, J. 1992 The production of a constant shear flow. *J.Fluid Mech.* **234**, 279–296. [21](#), [23](#)
- Woo, H., Cermak, J. & Peterka, J. 1989 Secondary flows and vortex formation around a circular cylinder in a constant-shear flow. *J.Fluid Mech.* **204**, 523–542. [21](#)
- Wynanski, I., Oster, D. & Fiedler, H. 1979a A forced, plane, turbulent mixing layer ; a challenge for the predictor. In *Symposium on Turbulent Shear Flows, 2nd*, pp. 8.12–8.17. London, Imperial College of Science and Technology. [11](#)
- Wynanski, I., Oster, D., Fiedler, H. & Dziomba, B. 1979b On the perseverance of a quasi two-dimensional eddy-structure in a turbulent mixing layer. *J.Fluid Mech.* **93** (2), 325–335. [3](#), [41](#)

---

# Annexe A

## Courbure analytique de grilles

### A.1 Détermination de l'espacement d'un ensemble de barreaux devant générer un écoulement cisailé

Comme mentionné dans la section 2.2.1 du **Chapitre Bibliographie**, Owen & Zienkiewicz (1957) ont réalisé un écoulement cisailé par effet de blocage dû à un ensemble de barreaux non uniformément espacés dans l'axe vertical de leur veine d'essai. Pour leur écoulement, ils considèrent leur soufflerie comme un canal avec des parois à  $y = 0$  et  $y = 1$  dans lequel ils placent les barreaux dans le plan  $x = 0$ . En amont des barreaux, la vitesse est uniforme et notée  $U$ ; en aval des barreaux, la vitesse reste parallèle aux parois et s'exprime par :

$$u = U + \lambda(y - \frac{1}{2}h) \quad (\text{A.1})$$

$\lambda$  représente le paramètre de cisaillement, l'écoulement est supposé non visqueux et  $\lambda h/U$  assez petit pour que toute déviation des lignes de courant par rapport à une parallèle reste très faible. Partant de là, ils considèrent la fonction de courant :

$$\begin{aligned} \psi &= Uy + \psi', \quad x < 0, \\ \psi &= Uy + \frac{1}{2}\lambda(y^2 - hy) + \psi', \quad x > 0, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

où  $\psi'$  petit devant  $Uh$ , tend vers zéro quand  $x \rightarrow \pm\infty$  et vérifie  $\nabla^2\psi' = 0$ .

Les solutions satisfaisant aux conditions limites

$$\frac{\partial\psi'(x,0)}{\partial x} = \frac{\partial\psi'(x,h)}{\partial x} = 0$$

pour tout  $x$  sont :

$$\begin{aligned} \frac{\psi'}{Uh} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{n\pi x/h} \sin(n\pi y/h), \quad x < 0, \\ \frac{\psi'}{Uh} &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-n\pi x/h} \sin(n\pi y/h), \quad x > 0. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

La discontinuité due à la présence de barreaux au sein de l'écoulement implique que :

(i)  $\partial\psi/\partial y$  soit continue à travers  $x = 0$ ,

(ii)  $\partial\psi/\partial x$  obéisse à une condition de réfraction à travers  $x = 0$ ,

(iii) et afin que la différence de pression totale sur une ligne de courant soit égale au frottement par unité de surface imposé par les barreaux.

A cela s'ajoute la condition que les pressions statiques très loin en amont et en aval des barreaux soient indépendantes de  $y$ .

La condition (i) s'exprime par :

$$\pi \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \cos(n\pi y/h) - \pi \sum_{n=1}^{\infty} nB_n \cos(n\pi y/h) = \left(\frac{y}{h} - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda h}{U},$$

en posant

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}y(y-h) &= h^2 \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(n\pi y/h), \\ A_n - B_n &= C_n \lambda h/U. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

La condition de réfraction (ii) implique que la composante  $y$  de la vitesse soit multipliée par un facteur  $\alpha$  au passage des barreaux. Pour un dispositif présentant un frottement uniforme, [Taylor & Batchelor \(1949\)](#) obtiennent un  $\alpha$  égal à  $1.1[1+K]^{-1/2}$  où  $K$  représente le coefficient de pertes de charge. Cependant même pour un dispositif présentant un blocage non uniforme, il est peu probable que l'erreur faite sur la valeur de  $\alpha$  soit conséquente pourvu que l'on considère la valeur locale de  $K$ . Il advient que pour un blocage non uniforme avec  $K = K_0[1 + \varepsilon(y)]$ , tel que  $\varepsilon$  soit petit et  $\int_0^h \varepsilon dy = 0$ ,

$$\alpha = \frac{1.1}{(1+K_0)^{1/2}} \left[ 1 - \frac{K_0 \varepsilon}{2(1+K_0)} \right] + O(\varepsilon^2). \quad (\text{A.5})$$

Avec  $\alpha$  donné par l'équation (A.5), la condition de réfraction est :

$$\sum_{n=1}^{\infty} nB_n \sin(n\pi y/h) + (a + b\varepsilon) \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \sin(n\pi y/h) = 0,$$

$A_n$  et  $B_n$  étant de l'ordre de  $O(\lambda h/U)$  cette condition se ramène à :

$$B_n + aA_n = 0 + O(\lambda h\varepsilon/U), \quad (\text{A.6})$$

avec  $a = 1.1(1+K_0)^{-1/2}$ .

La condition (iii) a conduit [Owen & Zienkiewicz \(1957\)](#) à s'intéresser à l'évolution de la pression totale le long d'une ligne de courant. Avec l'hypothèse d'un écoulement non visqueux, la pression totale reste constante le long des lignes de courant en amont et en aval des barreaux, par contre au niveau des barreaux, il y a une perte de charge de l'ordre de  $K \frac{1}{2} \rho [u(0)]^2$ . D'où,

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho U^2 - p_1 - \frac{1}{2} \rho [U + \lambda(y_1 - \frac{1}{2}h)]^2 = K \frac{1}{2} \rho [u(0)]^2, \quad (\text{A.7})$$

où  $p_0$  et  $p_1$  représentent la pression statique respectivement en amont et en aval des barreaux. La ligne de courant d'ordonnée  $y_1$  traverse les barreaux à  $y = y_0$  et la relation qui lie  $y_0$  à  $y_1$  s'obtient à partir de (A.2) ;

$$y_1 = y_0 + \psi'(0, y_0)/U + O(\lambda \psi'/U^2). \quad (\text{A.8})$$

L'équation (A.8) implique qu'au premier ordre en  $\lambda h/U$  et en  $\psi'/Uh$ , la composante de vitesse suivant  $x$  au niveau des barreaux est donnée par l'équation :

$$u(0) = U + \lambda(y_0 - \frac{1}{2}h) + \frac{\partial\psi'(0,y_0)}{\partial y}, \quad (\text{A.9})$$

laquelle avec l'équation (A.7) conduisent à :

$$\frac{p_0 - p_1}{\frac{1}{2}\rho U^2} = K_0(1 + \varepsilon) + 2\frac{\lambda h}{U}(1 + K_0)\left(\frac{y_0}{h} - \frac{1}{2}\right) + 2\frac{K_0}{U}\frac{\partial\psi'(0,y_0)}{\partial y} \quad (\text{A.10})$$

étant donné que  $(p_0 - p_1)$  est indépendante de  $y$ , l'équation (A.10) se résout en :

$$\frac{p_0 - p_1}{\frac{1}{2}\rho U^2} = K_0 \quad (\text{A.11})$$

et

$$K_0\varepsilon + 2\frac{\lambda h}{U}(1 + K_0)\left(\frac{y_0}{h} - \frac{1}{2}\right) + 2\frac{K_0}{U}\frac{\partial\psi'(0,y_0)}{\partial y} = 0. \quad (\text{A.12})$$

A partir des équations (A.3), (A.4) et (A.7) Owen & Zienkiewicz (1957) ont obtenu :

$$\frac{\partial\psi'(0,y_0)}{\partial y} = -\pi\lambda h^2 \frac{a}{(1+a)} \sum_{n=1}^{\infty} n C_n \cos(n\pi y h/h) = -\lambda h \frac{a}{(1+a)} \left(\frac{y_0}{h} - \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.13})$$

De là, la distribution  $\varepsilon(y_0)$  se déduit de l'équation (A.12) et est égale à :

$$\varepsilon(y_0) = -2\frac{\lambda h}{U} \left(\frac{1}{K_0} + \frac{1}{1+a}\right) \left(\frac{y_0}{h} - \frac{1}{2}\right). \quad (\text{A.14})$$

En remplaçant  $\varepsilon$  dans la relation  $K_0(1 + \varepsilon) = \sigma(1 - \sigma)^{-2}$ , où  $\sigma$  représente le coefficient de solidité des barreaux non uniformément espacés et est égal à  $d/s$ ,  $d$  diamètre de chaque barreau et  $s(y)$  l'espacement entre les barreaux, Owen & Zienkiewicz (1957) ont pu établir :

$$\frac{\sigma}{(1 - \sigma)^2} = K_0 \left[ 1 - \frac{2h\lambda}{U} \left(\frac{1}{K_0} + \frac{1}{1+a}\right) \left(\frac{y}{h} - \frac{1}{2}\right) \right] \quad (\text{A.15})$$

## A.2 Détermination de la forme à donner à un nid d'abeille pour générer un écoulement cisailé

Afin de déterminer la forme d'un nid d'abeille pour générer un écoulement cisailé, Kotansky (1966) a supposé qu'en aval de ce dernier, les lignes de courant sont parallèles et le  $\nabla P = 0$ . Partant de là, il fait appel à une fonction de courant de la forme,

$$\psi = cy + (a_1 \sin ky + a_2 \cos(ky))(b_1 \exp kx + b_2 \exp -kx).$$

Il lui applique les conditions aux limites en  $(y = 0, l)$  et  $x = -\infty$ , ce qui lui donne,

$$\psi(x, y) = U_{-\infty}y + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi y}{l} \exp \frac{n\pi x}{l} \quad (\text{A.16})$$

sachant que

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (\text{A.17})$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (\text{A.18})$$

à l'entrée du nid d'abeille ( $x = 0$ ), il a :

$$u = U(y) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_{-\infty} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n n \pi}{l} \cos \frac{n \pi y}{l} \quad (\text{A.19})$$

or

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n n \pi}{l} \cos \frac{n \pi y}{l} = U(y) - U_{-\infty} \quad (\text{A.20})$$

avec un développement en série de Fourier, Kotansky détermine les coefficients  $a_n$  :

$$a_n = \frac{2}{n \pi} \int_0^l \cos \frac{n \pi y}{l} \left[ U(y) - U_{-\infty} \right] dy \quad (\text{A.21})$$

La perte de charge le long du nid d'abeille, s'exprime par :

$$P(0, y) - P_{+\infty} = \Delta P(y) = \left[ \frac{4fL(y)}{D} \right] \frac{1}{2} \rho U^2(y) \quad (\text{A.22})$$

où  $f$  représente le coefficient de perte de charge régulière.

En appliquant Bernoulli dans la région à écoulement potentiel, il obtient :

$$P(0, y) = P_{-\infty} + \frac{1}{2} \rho U_{-\infty}^2 - \frac{1}{2} \rho U^2(y) - \frac{1}{2} \rho v^2(0, y) \quad (\text{A.23})$$

Ce qui lui donne en combinant les équations (A.22) et (A.23) :

$$U^2(y) \left[ 1 + \left[ \frac{4fL(y)}{D} \right] + \left[ \frac{v^2(y)}{U^2(y)} \right]_{x=0} \right] = cste \quad (\text{A.24})$$

Ainsi pour un profil  $U(y)$  en aval du nid d'abeille, les équations (A.16 - A.21) peuvent être résolues pour  $v(0, y)$ . L'épaisseur  $L(y)$  du nid d'abeille se détermine à partir de l'équation (A.24) donnant ainsi la forme du nid d'abeille pour l'écoulement cisailé ainsi considéré.

### A.3 Equation de la courbure d'une grille

Afin de déterminer la courbure d'une grille pour générer un écoulement cisailé, Elder (1959) a établi une relation entre le coefficient de pertes de charge  $K$  et le coefficient de déflexion  $B$  de la grille. D'après Elder, c'est Davis (1957) qui a démontré expérimentalement que  $K$  varie avec le nombre de Reynolds  $Re$  de la manière suivante :

$$K = K_0 + 88(1 - \beta)/Re \quad (\text{A.25})$$

$K_0$  est indépendant de  $Re$  et peut être relié à  $\beta$ , le coefficient de taux de vide de la grille, par un modèle de "mixing-jet" :

$$K_0 = [(1 - 0.95\beta)0.95\beta]^2. \quad (\text{A.26})$$

Dans cette relation, 0.95 est une constante empirique.

Ainsi, il considère  $B$  indépendant de  $Re$  et de l'angle d'incidence de l'écoulement avec la grille. Partant de l'hypothèse que la viscosité est négligeable dans tout l'écoulement exceptée au voisinage de la grille et que les non-uniformités au sein de l'écoulement et de la grille sont faibles, Elder linéarise les équations de l'écoulement au travers de la grille. Ce qui lui a permis d'établir une relation linéaire entre le profil de vitesse de l'écoulement amont, celui de l'écoulement aval, la courbure de la grille et les paramètres géométriques de cette dernière. Pour ce faire, il introduit  $U_1 = U$ ,  $T = \tan\theta$  et  $\gamma = K\cos^2\theta$ , dans les équations (2.32), (2.33) et (2.34) ce qui lui donne :

$$\begin{aligned} U_2 &= U - (V_1 - V_2)T, \\ \Delta p &= \frac{1}{2}\rho\gamma(U^2 + V_1^2T^2), \\ BUT &= (1 - B)V_1 - V_2 + (V_1 - V_2)T^2. \end{aligned}$$

La projection de l'équation de la quantité de mouvement suivant l'axe  $y$  lui donne :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\Delta p = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial y}\Delta U^2 + (U_1\zeta_1 - U_2\zeta_2)$$

avec  $\zeta_1 = -\partial U_{\infty 1}/\partial y$ ,  $\zeta_2 = -\partial U_{\infty 2}/\partial y$ .

Soit  $V$  la vitesse moyenne de l'écoulement, Elder adimensionne ces équations en posant :

$$q = U/V,$$

$$\begin{aligned} u &= U_{\infty 1}/V, \quad u^* = U_{\infty 2}/V, \\ u_1 &= U_1/V, \quad u_2 = U_2/V, \\ v_1 &= V_1/V, \quad v_2 = V_2/V. \end{aligned}$$

Pour  $T$  proche de zéro, Elder estime  $(V_1 - V_2)T$  petit devant  $U_1$  et le néglige. Ainsi au niveau de la grille, il a :

$$u_1 = u_2 = q, \quad (\text{A.27})$$

$$BqT = (1 - B)v_1 - v_2, \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\gamma q^2 = 2q(u' - u^*) \quad (\text{A.29})$$

$$( ' = d/dy)$$

Ensuite, il prend  $B \leq 1$  et  $BT$  petit pour les valeurs de  $\theta$  proche de zéro. Si les non-uniformités de  $q$  sont faibles, le terme  $BT$  et la variation de  $q$  peuvent être négligés, ainsi, Elder pose  $q = 1$  dans l'expression de

*BTq*. Il achève sa linéarisation en posant :

$$\gamma = \gamma_0[1 + s(y)] \quad (\text{A.30})$$

où  $\gamma_0$  est une constante et  $|s| \ll 1$ . En remplaçant  $\gamma$  par cette valeur dans la relation (A.30) et après intégration, Elder obtient :

$$u - u^* = \gamma_0(q - 1) + \frac{1}{2}s\gamma_0 \quad (\text{A.31})$$

où  $s$  doit vérifier  $\int_0^L s(y)dy = 0$  afin d'assurer la continuité au travers de la grille. Sachant que les profils de vitesse peuvent s'exprimer à l'aide d'une fonction de courant auquel s'ajoute une perturbation due à la présence de la grille,  $\psi = \psi^0 + \psi^*$  et partant de l'hypothèse que la vorticité ( $\zeta = \nabla^2\psi$ ) se conserve le long d'une ligne de courant exceptée au niveau de la grille, avec

$$\nabla^2\psi^* = 0$$

Elder trouve qu'une solution finie satisfaisant les conditions limites à la grille et aux parois s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\psi^*}{LV} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} P_n e^{n\pi x/L} \sin(n\pi y/L) \quad (x < 0), \\ \frac{\psi^*}{LV} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} Q_n e^{-n\pi x/L} \sin(n\pi y/L) \quad (x < 0). \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

pour,

$$\begin{aligned} u_1 &= u - \sum_{n=1}^{\infty} P_n e^{n\pi x/L} \cos(n\pi y/L), \\ u_2 &= u - \sum_{n=1}^{\infty} Q_n e^{-n\pi x/L} \cos(n\pi y/L), \\ v_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n e^{n\pi x/L} \sin(n\pi y/L), \\ v_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} Q_n e^{-n\pi x/L} \sin(n\pi y/L). \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

et en supposant que la grille est sur le plan  $x = 0$ , ces conditions aux limites deviennent :

$$q = u - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos nw = u^* - \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos(nw), \quad (\text{A.34})$$

$$BT = \sum_{n=1}^{\infty} [(1 - B)P_n + Q_n] \sin(nw), \quad (\text{A.35})$$

$$u - u^* = \gamma_0(q - 1) + \frac{1}{2}s\gamma_0, \quad (\text{A.36})$$



avec  $w = \pi y/L$ . Partant des relations (A.34), Elder établit que :

$$\gamma_0(u-1) + \frac{1}{2}\gamma_0 s = \sum_{n=1}^{\infty} [(1+\gamma_0)P_n - Q_n] \cos(nw). \quad (\text{A.37})$$

en posant

$$\begin{aligned} \alpha_n &= (1-B)P_n + Q_n \\ \beta_n &= (1+\gamma_0)P_n - Q_n \end{aligned}$$

il advient

$$BT = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin(nw), \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{1}{2}\gamma_0 s + \gamma_0(u-1) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \cos(nw) \quad (\text{A.39})$$

toujours avec les relations (A.34), Elder obtient :

$$u^* - 1 = A(u-1) + \frac{1}{2}(1-A)s + E \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos(nw) \quad (\text{A.40})$$

où  $E = \gamma_0(2 + \gamma_0 - B)$  et  $A = (2 - \gamma_0 - B + \gamma_0 B)/(2 + \gamma_0 - B) = 1 - \gamma_0(1 - E)$ .

A ce niveau la difficulté qui se pose est d'arriver à évaluer  $\alpha_n$ , pour ce faire, Elder utilise une transformation proposée par Hardy et Rogosinski (1944) qui à partir de deux fonctions,

$$g(w) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n \sin(nw) \quad (\text{A.41})$$

et

$$g^*(w) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cos(nw) \quad (\text{A.42})$$

(avec  $w$  défini sur  $0 < w < \pi$ ) définissent une transformée  $H$  tel que :

$$\begin{aligned} g^* &= H(g) \\ g &= H^*(g^*) \end{aligned}$$

et qui est égale à :

$$H(g) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} [g(w+t) - g(w-t)] \cot\left(\frac{1}{2}t\right) dt. \quad (\text{A.43})$$

En introduisant  $BT$  à partir de la relation (A.38) Elder obtient :

$$u^* - 1 = A(u-1) + \frac{1}{2}(1-A)s + EH(BT). \quad (\text{A.44})$$

Dans cette relation, le facteur  $A$  représente l'atténuation des variations de l'écoulement par une grille uniforme normale à l'écoulement. Les autres termes représentent les perturbations introduites respectivement par les variations des coefficients de pertes de charge et de déflexion. La séparation de ces effets est le résultat de la linéarisation des équations. Ainsi, Elder relie les distributions de vitesses amont, aval, les coefficients aérodynamiques et la courbure de la grille. Toujours avec la même transformée, il donne,

$$EBT = H^* \left[ \frac{u^* - u}{E} + (2 - B)(u - 1) + \frac{1}{2}(1 - A)s \right]. \quad (\text{A.45})$$

Connaissant  $u$ ,  $u^*$ ,  $K$  et  $B$ , l'intégration de la relation (A.45) donne l'équation de la courbure de la grille,  $x - x_0 = \int_{y_0}^y T(y) dy$  sensée générer un écoulement aval cisailé de la forme  $u^* - 1 = \lambda \left[ \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \right]$  à partir d'un écoulement amont uniforme ( $u = 1$ ). Partant d'un changement de variable d'intégration Elder obtient :

$$x(y) = \frac{\lambda L}{BE\pi^2} \int_0^a H^*(a) da \quad (\text{A.46})$$

avec  $a = w - \frac{1}{2}\pi$ . Ainsi, il peut écrire,

$$\begin{aligned} H^*(w - \frac{1}{2}\pi) &= \frac{2}{\pi} \int_0^w \log \tan \frac{1}{2}t dt \\ &= \frac{1}{\pi} (-C + a^2 + \frac{1}{12}a^4 + \frac{1}{240}a^6 + \dots), \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

où

$$C = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \log \tan \frac{1}{2}t dt = 0.915, \quad (\text{A.48})$$

Ce qui lui permet d'aboutir à l'équation de la courbure de la grille :

$$BE\pi^3 x / \lambda L = -0.915a + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{60}a^5 + \frac{1}{1680}a^7 + \dots \quad (\text{A.49})$$

## A.4 Equation de la courbure d'une grille par Maull

Comme on l'a déjà mentionné, à partir de la relation (A.40), la difficulté qui s'est posée à Elder a été d'évaluer  $\alpha_n$ , ce qui l'a conduit à utiliser la transformation  $H$  proposée par Hardy et Rogosinski. Partant des équations (A.34) d'Elder, Maull (1969) s'attaque différemment au problème, il pose,

$$\left[ \frac{w}{\pi} - \frac{1}{2} \right] = \gamma \sum_1^{\infty} P_n \cos nw, \quad \frac{w}{\pi} = \frac{y}{l} \quad (\text{A.50})$$

ensuite, il utilise un développement en série de Fourier pour  $\frac{w}{\pi} = \frac{y}{l}$ ,

$$\frac{w}{\pi} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{\pi^2} \left[ \cos w + \frac{\cos 3w}{3^2} + \frac{\cos 5w}{5^2} + \dots \right] \quad (\text{A.51})$$

$$P_n = \left[ -\frac{4}{\gamma\pi^2} \frac{1}{n^2} \right]_{n \text{ impair}}$$

à partir de la relation (5.35)

$$\begin{aligned}\sum_1^{\infty} Q_n \cos nw &= \lambda \left( \frac{w}{\pi} - \frac{y}{l} \right) + \sum_1^{\infty} P_n \cos nw \\ &= (1 + \gamma) \sum_1^{\infty} P_n \cos nw\end{aligned}\quad (\text{A.52})$$

$$\begin{aligned}BT &= \sum_1^{\infty} (2 + \gamma - B) P_n \sin nw \\ &= \frac{\gamma}{E} \sum_1^{\infty} P_n \sin nw\end{aligned}\quad (\text{A.53})$$

$$\frac{EB}{\gamma} x = \int_0^y \sum_1^{\infty} P_n \sin nw \, dy \quad (\text{A.54})$$

$$= -\frac{l}{\pi} \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{P_n}{n} \cos nw - \sum_1^{\infty} \frac{P_n}{n} \right\} \quad (\text{A.55})$$

en remplaçant  $P_n$  par sa valeur Maull obtient un profil de courbure de grille de la forme :

$$\frac{\pi^3 EB x}{\lambda l} = 4 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(2m+1)w}{(2m+1)^3} - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^3} \right\} \quad (\text{A.56})$$



---

# Annexe B

## Schémas numériques

**Incompact3d**, le code utilisé dans la partie numérique de cette étude, résout les équations instationnaires de Navier-Stokes grâce à des schémas numériques que nous nous proposons de présenter dans cette annexe. Pour plus de précisions, le lecteur pourra se reporter aux travaux de [Parnaudeau \(2004\)](#) et [Laizet \(2005\)](#).

### B.1 Discrétisation spatiale

Afin d'estimer les termes de dérivations spatiales, le code utilise des schémas aux différences finies hermitiens, appelés également *schémas compacts*. Ces schémas compacts sont des schémas implicites qui lient la valeur de la dérivée en un point à la valeur de la dérivée aux points voisins de la manière suivant : Soit une distribution de points sur une grille uniforme tel que  $\xi_i = (i - 1)\Delta\xi$  avec  $i \in [1, n]$  et  $\xi = x, y$  ou  $z$ , dans ce cas, il existe une relation entre l'approximation de la dérivée  $f'_i = f'(\xi_i) = \frac{df(\xi_i)}{d\xi}$  et les valeurs  $f_i$ , donnée par

$$\alpha f'_{i+1} + f'_i + \alpha f'_{i-1} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{\Delta\xi} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{\Delta\xi} \quad (\text{B.1})$$

suivant la même méthode, la dérivée seconde au point  $i$  peut se calculer par

$$\alpha f''_{i+1} + f''_i + \alpha f''_{i-1} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta\xi^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{\Delta\xi^2} \quad (\text{B.2})$$

Lorsque les conditions aux limites ne sont pas périodiques ou semi-périodiques, des schémas décentrés précis à l'ordre 3 sont utilisés sur la première et la dernière maille

$$f'_1 + \alpha_1 f'_2 = \frac{1}{\Delta\xi} (a_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3) f''_1 + \alpha_1 f''_2 = \frac{1}{\Delta\xi^2} (a_1 + b_1 f_2 + c_1 f_3 + d_1 f_4) \quad (\text{B.3})$$

tandis que des schémas centrés précis à l'ordre 4 sont appliqués sur la deuxième et l'avant dernière maille. Au final, la précision du schéma utilisé dépend de la valeur des coefficients des équations [B.1](#) et [B.2](#). Par exemple pour un schéma à l'ordre 2, nous avons  $\alpha = 0$ ,  $a = 1/2$  et  $b = 0$ , ce qui conduit à la dérivée première (équation [B.1](#)),

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (\text{B.4})$$

### B.2 Discrétisation temporelle

Le schéma d'Adams Bashforth d'ordre 2 est utilisé pour l'intégration temporelle des équations de Navier Stokes. Étant donné que l'équation [3.2](#) peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F - \frac{1}{\rho_0} \nabla p_m, \quad (\text{B.5})$$

où  $F$  est défini comme :

$$F = H + \mathbf{v} \nabla^2 u, \quad (\text{B.6})$$

avec  $H = -\boldsymbol{\omega} \times u$ .

son intégration entre  $t_n$  et  $t_{n+1}$  s'écrit alors :

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial u}{\partial t} dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} F dt - \frac{1}{\rho_0} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \nabla p_m dt \quad (\text{B.7})$$

Soit

$$\tilde{p}_m = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} p_m dt \quad (\text{B.8})$$

et  $u^n$  la valeur du champs de vitesse à l'instant  $t^n$  alors la discrétisation de l'équation B.7 par le schéma d'Adams-Bashfort d'ordre 2 s'écrit :

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = \frac{3}{2} F^n - \frac{1}{2} F^{n-1} - \frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p}_m. \quad (\text{B.9})$$

La condition d'incompressibilité permet de résoudre l'équation B.9 en la scindant en deux et en introduisant le champ de vitesse intermédiaire  $u^*$ , ce qui s'exprime par :

$$\begin{aligned} \frac{u^* - u^n}{\Delta t} &= \frac{3}{2} F^n - \frac{1}{2} F^{n-1}, \\ \frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p}_m. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

L'équation B.10 se résout en appliquant l'opérateur de divergence puis en tenant compte de l'équation de la conservation de la masse pour faire apparaître l'équation de Poisson. Le champ de pression est alors solution de :

$$\frac{1}{\rho_0} \nabla \cdot \nabla \tilde{p}_m = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot u^* \quad (\text{B.11})$$

Cette équation est résolue par un solveur mixte où une partie est discrétisée dans l'espace physique et l'autre partie dans l'espace spectral. La formulation choisie fait appel au concept du nombre d'onde modifié, ce qui permet d'assurer la condition d'incompressibilité jusqu'au zéro machine.

---

# Annexe C

## Profils complémentaires

### C.1 Équations de transport

Cette partie de l'annexe est consacré aux formes explicites des équations de transport des tensions de Reynolds pour nos deux configurations. L'expression générale de ces équations a déjà été présentée au niveau du chapitre bibliographique. En effet ces formes explicites s'obtiennent en partant de l'expression 2.26 et en prenant en compte les hypothèses applicables à nos deux configurations.

#### C.1.1 Équation de transport de $\overline{u'v'}$

L'équation de bilans de  $\overline{u'v'}$  s'obtient en posant  $i = 1$  et  $k = 2$  dans l'équation 2.26. En considérant les hypothèses émises dans le paragraphe 2.1.3, nous obtenons les formes explicites suivantes pour chacun des termes. Remarquons que le terme II se simplifie à l'aide de l'équation de continuité :

$$-\left(\overline{u'^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial x} + \overline{v'^2} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y}\right) + \underbrace{\overline{u'v'} \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{V}}{\partial y}\right)}_{=0} \quad (\text{C.1})$$

L'équation 2.26 devient alors :

$$\begin{aligned} \overline{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'v'}) + \overline{V} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) &= && \text{CONVECTION} \\ - \left[ \overline{u'^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial x} + \overline{v'^2} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right] & && \text{PRODUCTION} \\ - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2 v'}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u' v'^2}) \right] & && \text{DIFFUSION} \\ - \frac{1}{\rho} \left[ v' \frac{\partial p'}{\partial x} + u' \frac{\partial p'}{\partial y} \right] & && \text{PRESSION-DEFORMATION} \\ + \nu \left[ \frac{\partial^2 \overline{u'v'}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{u'v'}}{\partial y^2} \right] & && \text{TRANSFERT VISQUEUX} \\ - 2\nu \left[ \frac{\partial u'}{\partial x} \frac{\partial v'}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial y} \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial u'}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} \right] & && \text{DISSIPATION} \end{aligned}$$

### C.1.2 Équation de transport de $\overline{u'^2}$ , $\overline{v'^2}$ et $\overline{w'^2}$

D'une manière comparable que pour l'équation de transport de  $\overline{u'v'}$ , nous pouvons expliciter les équations de transport de chacune des composantes normales du tenseur de Reynolds. Ainsi :

– Pour  $\overline{u'^2}$  :

$$\begin{aligned}
 \overline{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2}) + \overline{V} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'^2}) &= && \text{CONVECTION} \\
 -2 \left[ \overline{u'^2} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \overline{u'v'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right] &&& \text{PRODUCTION} \\
 - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^3}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'^2 v'}) \right] &&& \text{DIFFUSION} \\
 - \frac{2}{\rho} \left[ \overline{u' \frac{\partial p'}{\partial x}} \right] &&& \text{PRESSION-DEFORMATION} \\
 + \nu \left[ 2 \frac{\partial^2 \overline{u'^2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{u'^2}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left( \overline{u' \frac{\partial v'}{\partial x}} \right) \right] &&& \text{TRANSFERT VISQUEUX} \\
 - \varepsilon_x &&& \text{DISSIPATION}
 \end{aligned}$$

– Pour  $\overline{v'^2}$  :

$$\begin{aligned}
 \overline{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{v'^2}) + \overline{V} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^2}) &= && \text{CONVECTION} \\
 -2 \left[ \overline{u'v'} \frac{\partial \overline{V}}{\partial x} + \overline{v'^2} \frac{\partial \overline{V}}{\partial y} \right] &&& \text{PRODUCTION} \\
 - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'v'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^3}) \right] &&& \text{DIFFUSION} \\
 - \frac{2}{\rho} \left[ \overline{v' \frac{\partial p'}{\partial y}} \right] &&& \text{PRESSION-DEFORMATION} \\
 + \nu \left[ \frac{\partial^2 \overline{v'^2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \overline{v'^2}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} \right) \right] &&& \text{TRANSFERT VISQUEUX} \\
 - \varepsilon_y &&& \text{DISSIPATION}
 \end{aligned}$$

– Pour  $\overline{w'^2}$  :

$$\begin{aligned}
 \overline{U} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{w'^2}) + \overline{V} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{w'^2}) &= && \text{CONVECTION} \\
 - \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'w'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'w'^2}) \right] &&& \text{DIFFUSION} \\
 - \frac{2}{\rho} \left[ \overline{w' \frac{\partial p'}{\partial z}} \right] &&& \text{PRESSION-DEFORMATION} \\
 + \nu \left[ \frac{\partial^2 \overline{w'^2}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \overline{w'^2}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \overline{w' \frac{\partial u'}{\partial z}} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \overline{w' \frac{\partial v'}{\partial z}} \right) \right] &&& \text{TRANSFERT VISQUEUX} \\
 - \varepsilon_z &&& \text{DISSIPATION}
 \end{aligned}$$

L'hypothèse d'isotropie locale implique que  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{2}{3}\varepsilon$  où  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  et  $\varepsilon_z$  représentent les composantes normales du tenseur de dissipation.

Les mesures réalisées par la soude croisée utilisée lors de l'étude expérimentale ne permettent malheureusement pas d'obtenir tous les termes nécessaires au calcul des bilans d'énergie. En effet même si nous pouvons



accéder simultanément aux composantes de la vitesse permettant ainsi d'obtenir tous les moments d'ordre 1, 2 et 3 et donc de calculer les termes de convection, production, diffusion, nous ne pouvons pas évaluer les termes faisant intervenir les corrélations pression-vitesse ainsi que les différents termes quadratiques faisant intervenir des gradients instantanés du type  $\overline{(\partial u' / \partial x)^2}$ . Ce qui implique que les termes liés au transfert d'énergie par l'interaction pression-vitesse ainsi qu'à la dissipation turbulente ne peuvent pas être évalués expérimentalement. Pour pallier à ces difficultés, le terme PRESSION-DÉFORMATION a été évalué par différence de façon à équilibrer le bilan et est dénoté "Reste" par la suite. Quand au terme de dissipation nous pouvons l'évaluer en utilisant les différentes relations établies par Taylor et basées sur l'hypothèse d'isotropie de la turbulence. Ces relations permettent de simplifier le terme de la dissipation en supposant que :

$$\overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_j}\right)^2} = \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right)^2} = -2 \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j}} = -2 \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}}$$

et

$$\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} = 0$$

Le terme de dissipation peut alors s'exprimer sous la forme suivante :

$$\varepsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2}$$

Bien qu'elle apparaisse sous une forme plus simple, il n'en reste pas moins que l'expression de la dissipation fait encore appel à un gradient spatial de vitesse instantanée. Cependant grâce à l'hypothèse de Taylor  $\left(\frac{\partial}{\partial t} = -\bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right)$  ce gradient spatial peut être transformé en gradient temporel ce qui se traduit par :

$$\varepsilon = \frac{15\nu}{\bar{U}^2} \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)^2}$$

En utilisant les propriétés de dérivation de la transformée de Fourier :

$$\widehat{u'}(f) = 2\pi j f \widehat{u'}(f)$$

où  $u' = \frac{\partial u'}{\partial t}(f)$ ,  $j = \sqrt{-1}$  et  $u'(f)$  représente la transformée de Fourier de  $u'$ , la dissipation turbulente peut s'exprimer par :

$$\varepsilon = \frac{60\nu\pi^2}{\bar{U}^2} \int_0^\infty f^2 E_{u'}(f) df \tag{C.2}$$

Ainsi, la mesure des spectres de la composante  $u$  de la vitesse permet d'évaluer la dissipation comme illustré dans le chapitre 4.

### C.1.3 Calcul des dérivées

Le calcul des dérivées des divers moments par rapport à  $x$  et  $y$  est effectué à l'aide de schémas de différences finies. Les méthodes utilisées sont les suivantes :

- Dérivée par rapport à  $x$  : On utilise des schémas aux différences centrées. L'erreur est de l'ordre de  $\Delta x^2$ .

- Dérivée par rapport à  $y$  : On utilise un schéma aux différences centrées à l'ordre  $\Delta y^4$  pour les dérivées à chaque point du profil, sauf aux deux points de chaque extrémité. On calcule alors les dérivées aux bouts du profil avec un schéma décentré de précision de l'ordre de  $\Delta y^2$ , et les dérivées aux deuxième et avant dernier avec un schéma aux différences centrées de précision de l'ordre de  $\Delta y^2$ .

Pour une série de points  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , équidistants et espacés de  $\Delta x$ , le calcul du gradient de la quantité  $U$  par rapport à  $x$  par des schémas de différences finies est centrées ci dessous :

- Schéma aux différences centrées à l'ordre 2 :

$$\frac{dU}{dx}_i = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (\text{C.3})$$

- Schéma aux différences centrées à l'ordre 4 :

$$\frac{dU}{dx}_i = \frac{U_{i-2} - 8U_{i-1} + 8U_{i+1} - U_{i+2}}{12\Delta x} + O(\Delta x^4) \quad (\text{C.4})$$

- Schéma décentré à l'ordre 2 :

$$\frac{dU}{dx}_i = \frac{-3U_i + 4U_{i+1} - U_{i+2}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (\text{C.5})$$

## C.2 Spectres d'énergie

Dans cette partie de l'annexe, nous présentons les spectres d'énergie des composantes longitudinale et transversale de nos deux configurations le long de la veine d'essai. Ces spectres suivent l'analyse établie au niveau du chapitre 4 où seuls quelques spectres ont été représentés.

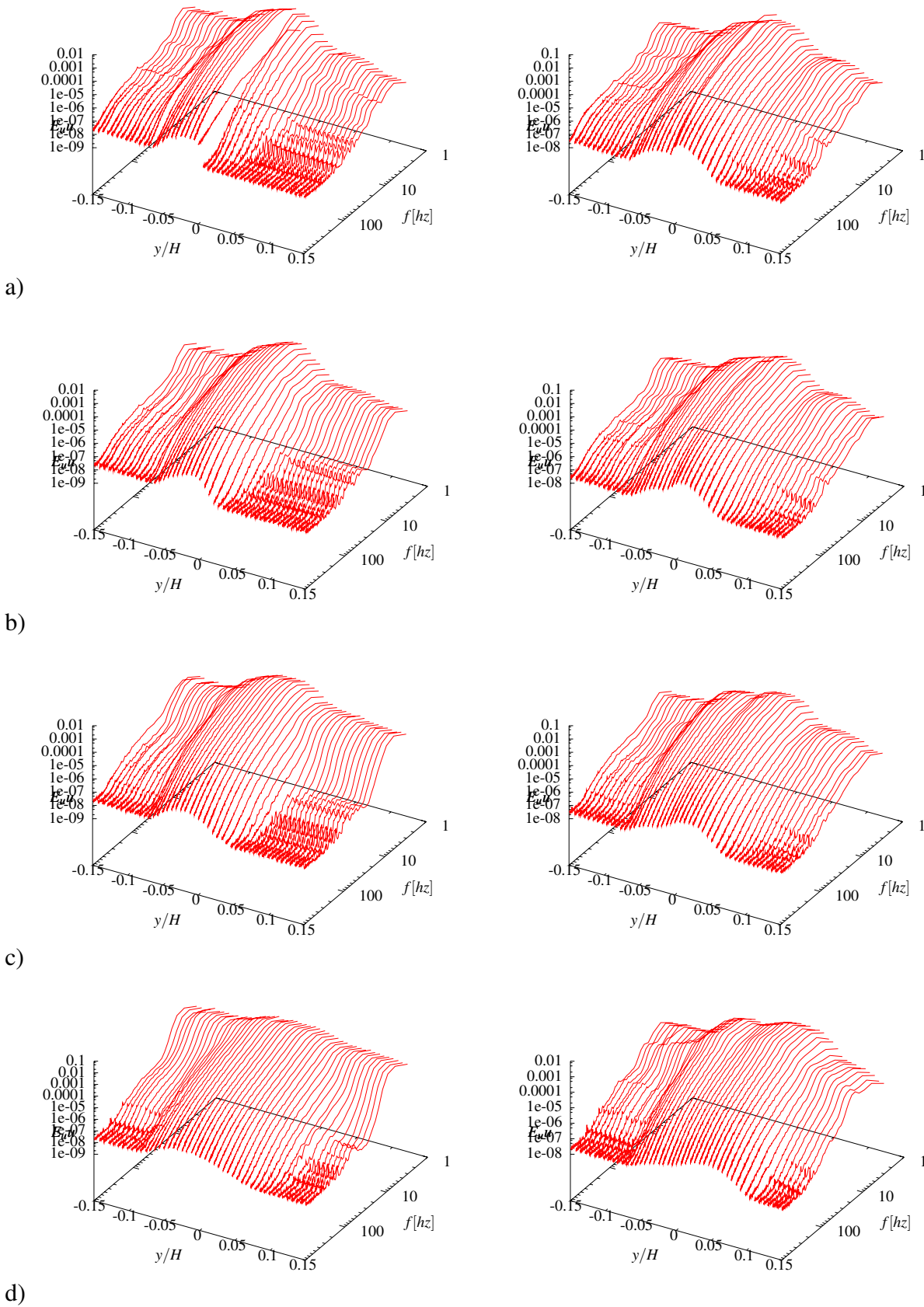


FIG. C.1 – Évolution des spectres d'énergie de la composante longitudinale  $u$  en fonction de la distance axiale : a)  $x = 5$  mm, b)  $x = 225$  mm, c)  $x = 665$  mm, d)  $x = 1495$  mm. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite.

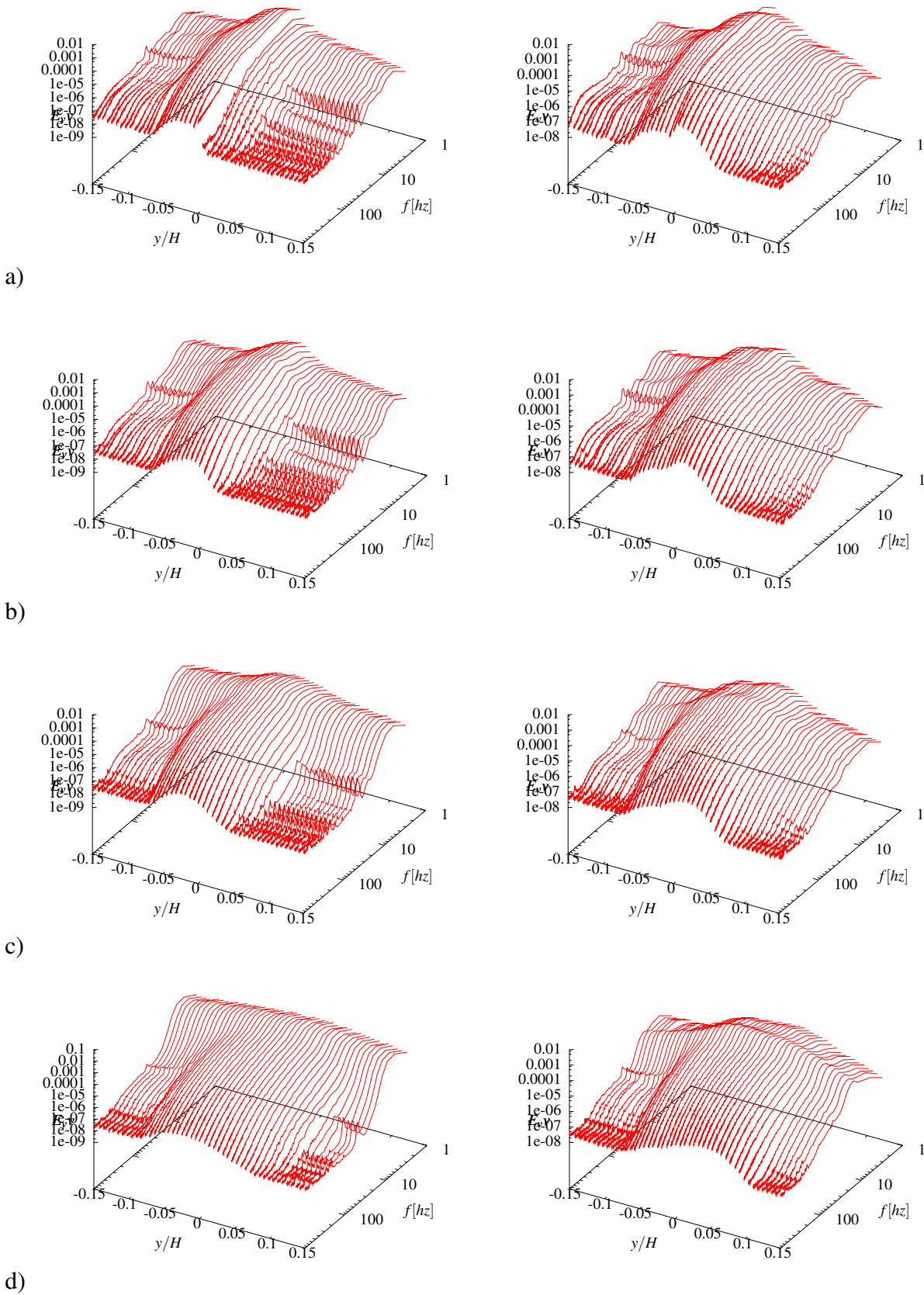


FIG. C.2 – Évolution des spectres d'énergie de la composante verticale  $v$  en fonction de la distance axiale : a)  $x = 5$  mm, b)  $x = 225$  mm, c)  $x = 665$  mm, d)  $x = 1495$  mm. configuration 1 à gauche, configuration 5 à droite.

### **Couches de mélange entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse**

Après une étude paramétrique par simulation numérique directe bidimensionnelle, deux configurations de couches de mélange entre une vitesse uniforme et un gradient de vitesse sont identifiées. Ces deux configurations présentent le même gradient de vitesse mais leurs vitesses uniformes sont différentes.

Pour réaliser le gradient de vitesse une grille incurvée a été utilisée. Cependant, le paramètre de cisaillement obtenu expérimentalement ne correspondait pas à la valeur théorique annoncée par la littérature. Afin de comprendre l'écart observé entre les modèles de la littérature et la réalité, la transformation d'un écoulement uniforme au travers d'une grille a été étudié par vélocimétrie par image de particules. Dans une première étape l'écoulement aux bords d'une grille inclinée est caractérisé et modélisé. Dans une deuxième étape la génération d'un écoulement cisailé constant à partir d'une grille profilée est modélisé.

L'étude expérimentalement par anémométrie à fils chauds des deux configurations d'écoulements a montré que l'un des deux écoulements se développe plutôt comme une couche de mélange alors que l'autre se présente comme un sillage. Ces deux écoulements sont toutefois particuliers. En effet, la couche de mélange présente une augmentation de la production d'énergie cinétique turbulente au cours de son développement, tandis que le sillage est dissymétrique.

### **Mixing layers between a uniform flow and a shear flow**

From a parametric study by bidimensional direct numerical simulations two mixing layer configurations between a uniform flow and a shear flow have been selected. These two configurations share the same shear flow but have a different uniform flow.

The shear flow was obtained with curved gauze. However the theoretical shear parameter predicted by the literature was different from the value obtained by experiments. In order to study these discrepancies, the flow through a gauze has been studied by particle image velocimetry. This allowed the general modelization of the uniform flow through curved wire gauze, leading to linear mean velocity profiles.

From a hot-wire anemometry study of the two flow configurations it was observed that one flow behaves like a mixing layer whereas the other flow yields a wake behaviour. The mixing layer indicates an increasing turbulent kinetic energy along its longitudinal development, while the wake exhibits an asymmetry.

**Mots-clés :** Ecoulement cisailé - Anémométrie fil chaud - Turbulence