Raisonnement temporel :

Ontologie –
algèbre des instants –
algèbre des intervalles –
traitabilité

Partie 2

Marie-Odile Cordier
DREAM, IRISA,
Campus de Beaulieu
35042 Rennes Cedex, FRANCE

Traitabilité : Algèbre des instants

- En général :
  - consistance :
    - la chemin-consistance est complète :
    - un GCT d 'instants est consistant ssi chemin-consistant
    - et donc algorithme en $O(n^3)$
      (CSPAN en O (n^2) par Van Beek en 90)
  - minimalité :
    - un CGT consistant n 'est pas forcément minimal (exemple)
    - algorithme en O (n^4) par Van Beek en 89)
- fragment A_C : « relations convexes »
  - on interdit la relation {<,>} (7 relations)
  - Fragment stable pour composition,intersection, inverse
  - la chemin-consistance est complète et donne le graphe minimal : algo en $O(n^3)$

Traitabilité : Algèbre des intervalles

- En général :
  - consistance :
    - la chemin-consistance n 'est pas complète
  - minimalité :
    - un CGT consistant n 'est pas forcément minimal
  - ce sont des problèmes NP-complets
- Fragments ?
  - Approche Ord-clauses : Nebel-Burckert 94-95
  - Approche géométrique : Nökel; Ligozat
  - Ne pas conserver les 13 relations de base

Approche Ord-clauses

- Expression des contraintes sur les bornes des intervalles :
  - formules atomiques de la forme : $x \leq y$ et $x = y$
  - littéraux : formule atomique ou sa négation (non($x \leq y$); $x \neq y$)
  - ORD clause : disjonction de tels littéraux
  - Toute contrainte d 'intervalles peut s 'exprimer comme une conjonction de ORD clause :
    - non($x < y$) se réécrit par $y \leq x$
    - $x < y$ se réécrit en : $x \leq y \wedge x \neq y$
- Exemple : X {o,d} Y

Exemple : X {o,d} Y

$$(X^- < X^+ \wedge Y^- < Y^+ \wedge X^- < Y^- \wedge X^- < Y^+ \wedge Y^- < X^+ \wedge X^+ < Y^+) \vee$$
$$(X^- < X^+ \wedge Y^- < Y^+ \wedge Y^- < X^- \wedge X^- < Y^+ \wedge Y^- < X^+ \wedge X^+ < Y^+)$$

Après avoir remplacé les littéraux contenant < nous obtenons la formule suivante :

$$(X^- \leq X^+ \wedge X^- \neq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge Y^- \neq Y^+ \wedge X^- \leq Y^- \wedge X^- \neq Y^- \wedge$$
$$X^- \leq Y^+ \wedge X^- \neq Y^+ \wedge Y^- \leq X^+ \wedge Y^- \neq X^+ \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^+) \vee$$
$$(X^- \leq X^+ \wedge X^- \neq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge Y^- \neq Y^+ \wedge Y^- \leq X^- \wedge Y^- \neq X^- \wedge$$
$$X^- \leq Y^+ \wedge X^- \neq Y^+ \wedge Y^- \leq X^+ \wedge Y^- \neq X^+ \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^+)$$

Et après simplification:

$$\boxed{\begin{aligned}&X^- \leq X^+ \wedge X^- \neq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge Y^- \neq Y^+ \wedge X^- \leq Y^+ \wedge X^- \neq Y^+ \wedge Y^- \leq X^+ \wedge \\ &\qquad Y^- \neq X^+ \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^+ \wedge X^- \neq Y^- \wedge \cancel{(X^- \leq Y^- \vee Y^- \leq X^-)}\end{aligned}}$$

Approche Ord-clauses (suite)

- fragment des « relations convexes » : 83 relations /8192
  - conjonction d 'ORD-clauses unitaires (un seul littéral) sans $\neq$ (telles que si $x \neq y$ appartient à la conjonction, on a aussi $x \leq y$ ou $y \geq x$)
  - Fragment traduisible en algèbre des instants convexes
- fragment des « pointisables » : 188 relations / 8192
  - conjonction d 'ORD-clauses unitaires (un seul littéral)
  - Fragment traduisible en algèbre des instants
- fragment des « relations Ord-Horn » : 868 rel. / 8192
  - conjonction d 'ORD-clauses (au plus un littéral positif ($\leq$ ou =)
  - Classe maximale telle que la chemin-consistance est complète

Exemple Ord-clause

- X {b,m,o} Y : convexe

  $X^- \leq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge X^- \leq Y^+ \wedge X^- \neq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^+ \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge X^- \leq Y^-$

- X {b,o} Y : pointisable

  $X^- \leq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge X^- \leq Y^- \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^+ \wedge X^+ \neq Y^-$

- X {b,o,eq} Y : Ord-Horn

  $X^- \leq X^+ \wedge Y^- \leq Y^+ \wedge X^- \leq Y^- \wedge X^+ \leq Y^+ \wedge (X^- \neq Y^- \vee X^+ = Y^+)$

- X {o,f} Y : non Ord-Horn

Approche géométrique (Nökel - Ligozat)

- Intervalle (X^-,X^+) : point d 'abscisse X^- et d 'ordonnée X^+
- Intervalle de référence X_0 : (X_0^-,X_0^+)
- Région de la relation atomique A :
  - $Reg(A, X_0) = \{(Y^-,Y^+) / (X_0^-,X_0^+) \text{ A } \{(Y^-,Y^+)\}$
    - point pour {eq}
    - demi-droites ou segments de droite pour {s, si, m, mi, f, fi}
    - portions de plan pour {o, oi, d, di, b, a}

Approche géométrique : figure

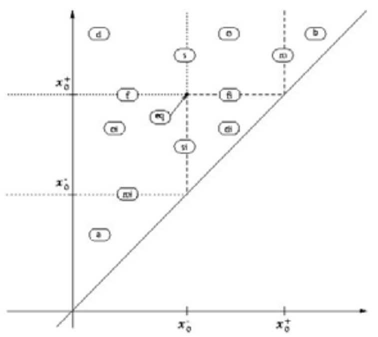


FIG. 1.7: *La représentation géométrique des relations atomiques de B_{int}.*

Relations convexes dans l'approche géométrique (Nökel - Ligozat)

- Relation R :
  - Reg(R) : $\cup$ Reg(A / A $\in$ R)
  - Reg1(R) : projection sur l 'axe des abscisses
  - Reg2(R) : projection sur l 'axe des ordonnées

- **Relations convexes :**
  - R est convexe ssi pour tout intervalle X_0 : (X_0^-, X_0^+) :
    - Reg1(R, X_0) et Reg2(R, X_0) sont des intervalles (convexes)
    - Reg(R, X_0) = Reg1(R, X_0) x Reg2(R, X_0) $\cap$ {(x,y) / x > y}
  - exemples : voir figure
    - **{oi, si, di} convexe**
    - **{oi,eq,s}, {oi, b} non convexes**

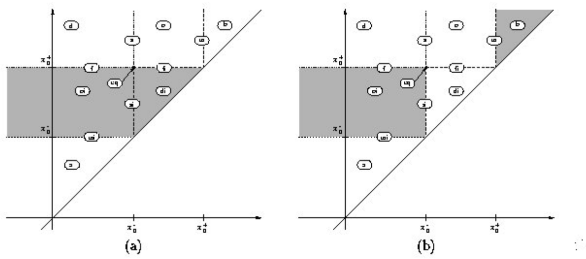


FIG. 1.8: *Représentations géométriques des relations* $\{oi, si, di\}$ *(a) et* $\{oi, b\}$ *(b).*

Relations préconvexes (Ligozat94-96)

- Dimension d'une relation :
  - dimension d 'une relation atomique A : 0, 1, 2
  - dim(R) = max (dim (A / A $\in$ R)
- Fermeture topologique d 'une relation :
  - C(A) est la relation S telle que Reg(S, X_0) est la fermeture topologique de Reg(A,X_0)
  - C(R) = $\cup$ {C(A) / A $\in$ R}
- Fermeture convexe d 'une relation :
  - I(R) : la plus petite relation convexe contenant R

A	$dim(A)$	$C(A)$	A	$dim(A)$	$C(A)$
b	2	$\{b, m\}$	a	2	$\{a, mi\}$
o	2	$\{o, m, fi, s, eq\}$	oi	2	$\{oi, mi, f, si, eq\}$
d	2	$\{d, eq, f, s\}$	di	2	$\{di, eq, fi, si\}$
m	1	$\{m\}$	mi	1	$\{mi\}$
s	1	$\{s, eq\}$	si	1	$\{si, eq\}$
f	1	$\{f, eq\}$	fi	1	$\{fi, eq\}$
eq	0	$\{eq\}$			

TAB. 1.4: *Dimension et fermeture topologique de B_{int}.*

Relations préconvexes (suite)

- Une relation R est pré-convexe ssi
  - C(R) est convexe
  - I(R) $\subseteq$ C(R)
  - dim(I(R)/R) < dim(R)
  - I(R)/R ne contient que des relations atomiques instables (dim < 2)
- R est préconvexe ssi R est ORD-Horn
  - traitable en temps polynomial

Exemples

- R = {oi,b} non pré-convexe
  - C(R) = {oi,b,m,mi,f,si,eq}
  - I(R) = {oi,b,d,f,fi,eq,di,si,s,m,o}
- R = {b,o,eq} pré-convexe
  - C(R) = {b,o,eq,fi,s,m}
  - I(R) = {b,o,eq,m,fi,s}
- R = {o,f} non pré-convexe
  - C(R) = {o,f,fi,m,eq,s}
  - I(R) = {o,f,eq,fi,s,d}

Treillis des intervalles (Ligozat91-94)

- **Autre représentation géométrique** : treillis des intervalles
- Un intervalle Y = (Y^-,Y^+) définit cinq zones :
  - zone 0 : Z < Y^-
  - zone 1 : Y^-
  - zone 2 : Y^- < Z < Y^{+-}
  - zone 3 : Y^+
  - zone 4 : Y^+ < Z
- Etant donné un intervalle X = (X^-,X^+), la relation A entre X et Y est caractérisée par le couple (i1, i2) où i1 décrit dans quelle zone se trouve X^- et i2 dans quelle zone se trouve X^+.
  - S : (1, 2) ….
- Relation d'ordre :
  - A : (a1, a2) <= B : (b1, b2) ssi a1 <= b1 et a2 <= b2
  - Treillis des intervalles

Treillis des intervalles : figure

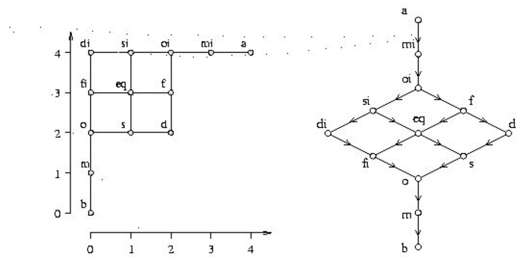


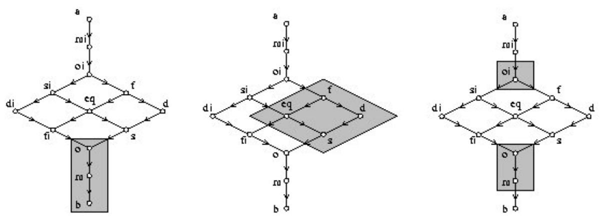
FIG. 1.9: *Le treillis des intervalles* ($\mathcal{B}_{int}, \leq$).

Relation d'ordre : A : (a1, a2) <= B : (b1, b2) ssi a1 <= b1 et a2 <= b2

Treillis des intervalles - suite

- Relations convexes : intervalles du treillis des intervalles
  - {b,o,m} / [b,o]
  - {eq,s,f,d} / [s,f]
  - {o,m,oi}: non convexe
- Relations voisines (1-continues) :
  - correspondent aux relations adjacentes dans le treillis : s et eq ou b et m

Treillis des intervalles : relations convexes

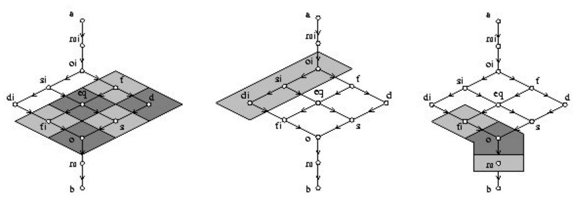


{o,m,b} = [o,b] {s,eq,d,f} = [s,f] {m,o,oi} = [?]

Treillis des intervalles (ter)

- Relations stables :
  - insensibles à de petits déplacements (pas de contraintes d'égalités sur les extrémités)
  - {b,a,d,di,o,oi} : 2 coordonnées paires
- Fermeture convexe de R: I(R)
  - plus petit intervalle du treillis contenant R
- Relation préconvexe
  - ssi I(R)/R ne contient que des relations instables
  - ssi elle peut être obtenue en retirant d'une relation convexe seulement des relations instables

Fermetures convexes



$I(\{fi, s, f\})$ $I(\{di, si, oi\})$ $I(\{fi, m\})$

FIG. 1.12: *Exemples de fermetures convexes.*

{fi,f,s} non préconvexe {di,si,oi} (pré)convexe {fi,m}non préconvexe

Treillis des intervalles (4)

- Réduction impaire :
  - verticales impaires : $x^- \in \{1,3\}$
  - horizontales impaires : $y^- \in \{1,3\}$
  - réduction impaire d'un intervalle convexe : on retire toutes les relations apparaissant sur la verticale et l'horizontale d'au moins un indice impair
- Relations pointisables :
  - R est pointisable ssi R peut être obtenue par réduction impaire d 'une relation convexe
- Exemple : [b,oi] = {b,o,f,fi,d,di,oi, m,s,si,eq} est convexe
  {b,o,f,fi,d,di,oi} est non convexe mais pointisable (et donc préconvexe);
  {b,o,f,fi,m,d,di,oi} n'est pas pointisable (mais est préconvexe);
  {b,f,fi,m,d,di,oi} n'est pas préconvexe.

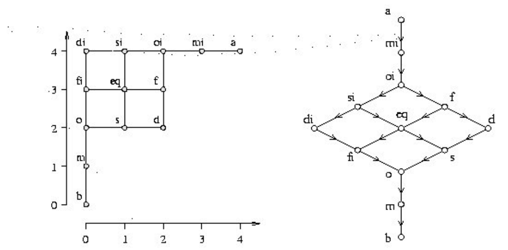


FIG. 1.9: *Le treillis des intervalles* (B_{int}, $\leq$).

[b,oi] = {b,o,f,fi,d,di,oi, m,s,si,eq} est convexe
{b,o,f,fi,d,di,oi} est non convexe mais pointisable (et donc préconvexe);
{b,o,f,fi,m,d,di,oi} n'est pas pointisable mais préconvexe; ([b,oi] – {si,s,eq}).
{b,f,fi,m,d,di,oi} n'est pas préconvexe ([b,oi] – {si,s,o,eq}).
{f,d,fi,o} et {b,o,fi,d,f} sont pointisables et préconvexes.

Relations non Ord-Horn

- Si R est non Ord-Horn, I(R) – R contient une relation stable
- Si R est non Ord-Horn, I(R) – R contient une des relations {o, oi, d, di} car si b ou a ∉ R, b ou a ∉ I(R).
- Les quatre relations {o,fi,di,si,oi}, {di,si,oi,f,d}, {di,fi,o,s,d}, {o,s,d,f,oi} sont appelées des relations « coin »; elles ne sont pas Ord-Horn car leur fermeture convexe contient le coin manquant.

Relations « coins »

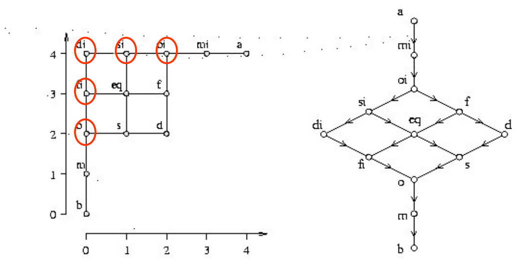


FIG. 1.9: *Le treillis des intervalles* $(\mathcal{B}_{int}, \leq)$.

Intervalles généralisés (Ligozat) 3-intervalles

- Exemple : dossier médical
  - admission, intervention, sortie hôpital
    - admission de A après admission B mais avant intervention de B - sortie de A après sortie de B
    - admission de B avant celle de C - intervention et sortie de B avant intervention de C
    - admission de C avant celle de D - interventions et sorties aux mêmes dates
    - voir dessin
  - Intervalle de Allen : deux intervalles par patient i_X et j_X avec i_X {m} j_X mais disjonctions et donc non unicité du réseau …

➡ **3-intervalle**

3-intervalles

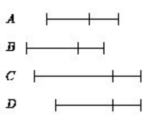


Figure 1: Four medical files

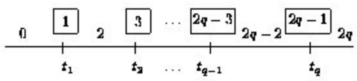


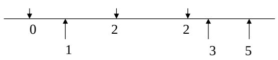
Figure 2: Zones defined by a q-interval

3-intervalles, suite

- 3-intervalle : séquence ordonnée de 3 points
- relations entre deux 3-intervalles : A R B
  - numérotation des zones d'un 3-intervalle entre 0 et 6
  - R : caractérisée par les zones de B auxquelles peuvent appartenir les trois points de A
  - zones décrites par un numéro ou un intervalle de numéros lorsque plusieurs possibilités
  - R : séquences non décroissantes de longueur 3 avec pas de succession du même numéro impair (ex: pas (0,3,3))
    - A R B : (2,[2,4],6)
    - B R C : (0,2,2)
    - C R D : (0,3,5) 63 relations de base possibles

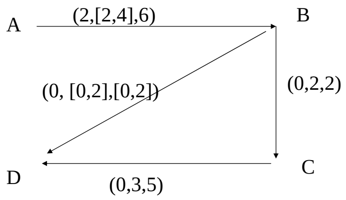
3-intervalles, suite

- Inverse, composition
  - (0,2,2)^ = (2,6,6)
    - Correspond à la position de l'intervalle standard (1,3,5) par rapport à (0,2,2) : 1 -> 2; 3 -> 6; 5 -> 6



  - (0,2,2) ∘ (0,3,5) = (0, [0,2],[0,2])
    - Correspond aux intervalles de valeurs possibles de la ième valeur de (0,2,2) par rapport à l'intervalle (0,3,5) : 0 -> 0; 2 -> [0,2]; 2-> [0,2]
- Représentation par un GCT (voir figure)

Exemple : CGT 3-intervalles



Treillis des 3-intervalles

- Treillis des relations atomiques
  - rel. d'ordre : ri <= si pour tout i ∈ [1,3]   (voir figure)
- Relation convexe : intervalle dans le treillis
  - Composition de deux relations convexes

    [a,b] ∘ [c,d] = [min(a ∘ c), max(b ∘ d)

Treillis des 3-intervalles

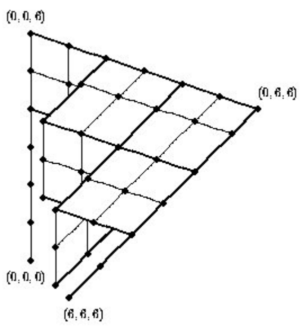


Figure 4: The lattice of (3, 3)-relations

3-intervalles, suite

- Représentation géométrique :
  - dimension d 'une relation atomique: nombre de codages pairs
    - b : (0, 0) dim = 2   eq : (1,3)   dim = 0
    - (0,0,0) dim = 3   (1,3,5) dim = 0   (1,3,6) dim = 1 …
  - fermeture topologique : on l'obtient en ajoutant les relations obtenues en remplaçant les codages pairs par l'entier impair voisin (+ ordre croissant + pas deux même impairs à la suite)
    - o : (0,2)   C(o) : {(0,2),(0,3),(1,2),(1,3),(0,1)} ({o,fi,s,eq,m})
    - R = (0,2,2)   C(R) = {(0,2,2)(0,2,3)(0,1,2)(0,1,3)(1,2,2)(1,2,3)}
  - préconvexe :
    - la fermeture topologique est convexe
    - la fermeture convexe est incluse ou égale à la fermeture topologique

      … (voir def. précédente)

Intervalles généralisés (Ligozat)

- p-intervalle : séquence ordonnée de p points
- relations entre (p,q)-intervalles : A R B
  - numérotation des zones d'un p-intervalle entre 0 et 2p
  - R : caractérisée par les zones de B auxquelles peuvent appartenir les p points de A. Il y a (2q +1) zones possibles
  - Les zones sont décrites par un numéro (ou par un intervalle de numéros lorsque il y a plusieurs possibilités consécutives)
  - R : séquences non décroissantes de longueur p sans répétition du même entier impair ($r_i < r_{i+1}$ si r_i impair sinon $r_i \leq r_{i+1}$)
- Treillis des (p,q) relations atomiques
  - r = (r1, …., rp) et s = (s1, …, sp) avec ri et si appartenant à [0,2q]
  - r <= s ssi ri <= si pour tout i $\in$ [1,p]
  - relation convexe : intervalle du treillis
- Représentation géométrique : voir 3-intervalles

Intervalles généralisés (Ligozat)

- Complexité des (p,q) intervalles avec p,q > 2 :
  - relations convexes :
    - stable pour composition, inverse, intersection
    - la chemin-consistance donne la consistance
    - ✓ sous-classe de l'algèbre des intervalles généralisés
  - relations (faiblement) préconvexes :
    - Voir def. extension de celle vue avec p = q = 3
    - non stables pour l'intersection :
      - Ex : {(0,0,4),(0,1,3),(0,1,5)} et {(0,1,3),(0,1,5),(0,2,4)} préconvexes
        - {(0,1,3),(0,1,5)} non préconvexe
    - ✓ pas une sous-classe (fragment) de l'algèbre des IG
  - ✓ relations fortement préconvexes

3-Intervalles (suite)

- relations fortement préconvexes :
  - Relations préconvexes restant préconvexe après intersection avec une relation convexe
    - Ex : {(0,1,3), (0,1,4),(0,1,5),(0,2,4)} est fortement convexe
  - stable pour la composition, inverse, intersection
  - la chemin-consistance donne la consistance
  - fortement préconvexe ssi Ord-Horn (conjonction de Horn-clauses)
    - Ex : {(0,1,3), (0,1,4),(0,1,5),(0,2,4)} s'écrit sous forme de Horn-clause :
    (u1 < v1)(u2 >=v1)(u2<v2)(u3>=v2)(u3<=v3)((u2=v1) v (u3#v2))(u2=v1)v(u3#v3))
  - pas de résultat sur la maximalité

Intervalles généralisés
(Balbiani, Osmani, Condotta, Farinas 98)

- Au lieu de considérer les relations entre
  - Intervalles consécutifs (approche Ligozat)
    - Trois points définissant deux intervalles tels que on ait x1 {m} x2 dans un 3-intervalle
  - Intervalles successifs (approche Ladkin)
    - x1 {b} x2
- On considère les relations entre un ensemble d'intervalles respectant une structure donnée et notée (p,EQ) où EQ décrit un réseau consistant de p intervalles.
  - Les relations atomiques entre intervalles généralisés sont décrits par une matrice pxp dont les éléments sont les relations atomiques de Allen
  - Les relations entre intervalles généralisés sont décrits par un ensemble de telles matrices pxp

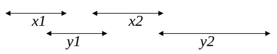
Intervalles généralisés
(Balbiani, Osmani, Condotta, Farinas)

- Exemple :

p = 2 (deux intervalles)

A = $\begin{pmatrix} o & b \\ oi & m \end{pmatrix}$ et X {A} Y avec X={x1,x2} Y= {y1,y2}

On a : x1 o y1, x1 b y2, x2 oi y1, x2 m y2



Intervalles généralisés
(Balbiani, Osmani, Condotta, Farinas)

Ordre sur les relations atomiques:
A ≤ B ssi pour tout i,j Aij ≤ Bij

$$\begin{pmatrix} b & b \\ oi & m \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} o & b \\ oi & d \end{pmatrix}$$

On obtient ainsi un treillis généralisé et on étend les résultats précédents :
- les relations convexes correspondent à un intervalle dans ce treillis
- les relations préconvexes sont obtenues en enlevant des relations convexes les relations instables de l'algèbre de Allen

+ résultats de tractabilité

Intervalles cycliques

Une approche relative : PNF

- Approche relative au temps courant :
  - t0 : temps courant
  - [de,fe] : intervalle de l'événement E (de < fe)
- Un événement a trois valeurs possibles selon ses dates de début et de fin
  - de < fe < t0 : **P**ast
  - de ≤ t0 ≤ fe : **N**ow
  - t0 < de < fe : **F**uture
- Application : reconnaissance d'actions à partir d'analyse d'images

PNF-graphe

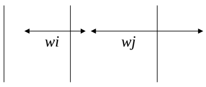
- Graphe W:
  - Nœuds wi : variables représentant les intervalles des événements
    - Domaine wi : {P,N,F}
    - Valeurs de wi :
      - {∅, {P}, {N}, {F}, {P,N}, {P,F}, {N,F}, {P,N,F}}
      notées {∅, P, N, F, PN, PF, NF, PNF}
  - Arcs : contraintes entre ces intervalles
    - La contrainte *Cij* décrit les paires de valeurs admissibles pour *wi,wj* par un triplet <RP,RN,RF> où RP (resp.RN,RF) décrit les valeurs possibles de wj lorsque wi = P (resp. N, F).
    - Cij = <PN,F,F> :
      - les paires possibles *wiwj* sont {P,P},{P,N},{N,F},{F,F}

PNF-Algèbre

- Cij = <RP, RN, RF>
- Relation inverse
  - <PN,F,F>^ = <P,P,NF>
  - <PN,N,NF>^ = <P,PNF,F>
  - <P,N,F>^ = <P,N,F>
- Composition de relations
  - <PN,F,F> ∘ <PN,F,F> = <PNF,F,F>
  - <PN,F,F> ∘ <P,P,NF> = <P,NF,NF>
  - <P,N,F> ∘ <PN,F,F> = <PN,F,F>
  - élément neutre : <P,N,F>

Projection d'un Allen_graphe

- Projection d'un allen-graphe dans un PNF-graphe
- Projection de *meets* :
  - wi {m} wj : Cij : <PN,F,F>



- Table de projection : voir suite
- Proj(Q)= $\cup_{r \in Q}$ Proj(r)   Proj(r ∘ s) = Proj(r) ∘ Proj(s)
- Exemple:

Proj(m∘m) = <PN,F,F> ∘ <PN,F,F> = <PNF,F,F>   {b}

Proj(m∘mi) = <PN,F,F> ∘ <P,P,NF> = <P,NF,NF>   {eq,f,fi}

Table de projection

	$\gamma(Q) = \{r_P, r_N, r_F\}$		
	r_P	r_N	r_F
e	P	N	F
b	PNF	F	F
ib	P	P	PNF
m	PN	F	F
im	P	P	NF
o	PN	NF	F
io	P	PN	NF
s	PN	N	F
is	P	PN	F
d	PN	N	NF
id	P	PNF	F
f	P	N	NF
if	P	NF	F

Table 1: The function γ which maps Allen's primitives into PNF-network constraints.

Exemple

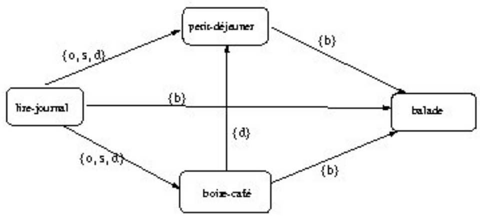


Figure 1: Allen-graphe minimal et complet

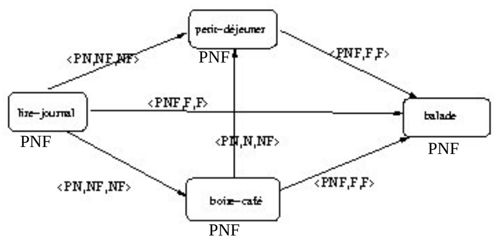


Figure 2: Allen-graphe projeté

On apprend : Now(lire-journal)

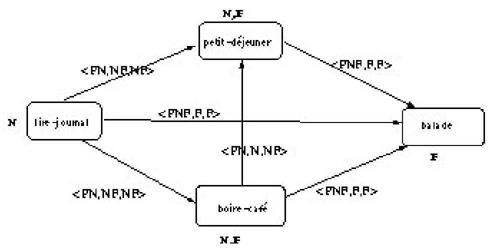


Figure 3: Après restriction : Now(lire-journal)

On passe de t0 à t0 +1

Expansion : modification des valeurs d’un nœud reflétant le temps passé de t0 à t0 + 1

exp(Past) = Past
exp(Now) = {Past,Now}
exp(Future) = {Now,Future}

$\text{Expansion}(\text{val}(V)) = \cup_{v \in \text{val}(V)} \exp(v)$

On passe de t0 à t0 +1

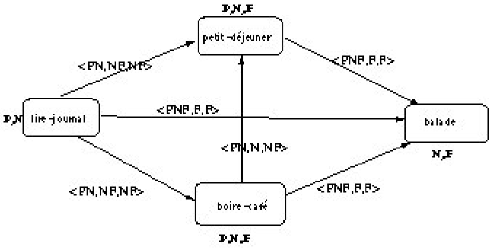


Figure 4: Après restriction Now(lire-journal) + expansion

On apprend Now(café)

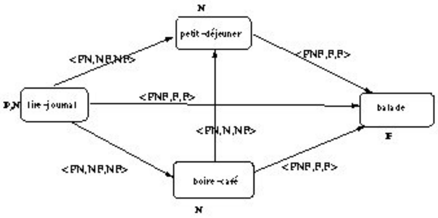


Figure 5: Après restriction Now(lire-journal) + expansion + restr Now(café)

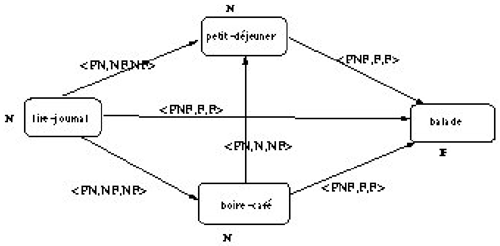


Figure 6: Après restriction Now(lire-journal)+ restr Now(café)

Conclusion

- ❑ Algèbre des instants / algèbre des intervalles :
  - Travaux de référence en raisonnement temporel qualitatif
  - Compromis pouvoir d'expression / tractabilité
  - L'algorithmique s'appuie sur celle des CSPs
  - Développements :
    - Algèbre des intervalles cycliques
  - Algèbre des intervalles : raisonnement spatial
- ❑ Raisonnement qualitatif + quantitatif (symbolique + numérique) : voir la suite