

Lundi 24 janvier 2005, 14h

**Durée : 2h**

**Nombre de pages : 5**

**Documents autorisés - Faire chaque problème sur une feuille différente svp.**

*Les quatre parties étant notées indépendamment, il est conseillé de consacrer à peu près le même temps à chacune d'elles.*

## 1 Raisonnement spatio-temporel (30mn)

Dans cet exercice, nous allons utiliser trois types de relations de connexité :

- $C_{st}$  : connexité spatio-temporelle ;
- $C_{sp}$  : connexité spatiale ;
- $C_t$  : connexité temporelle.

Intuitivement, la connexité spatiale d'entités s-t est la connexion de leurs projections spatiales, et celle-ci doit être interprétée le long de l'axe temporel. La connexité spatiale notée  $C_{sp}(x, y)$  veut dire que  $x$  est spatialement connecté à  $y$ .  $x$  et  $y$  sont des régions s-t dont les fermetures ont au moins un point spatial en commun, cependant pas forcément simultanément. La connexion temporelle, notée  $C_t(x, y)$ , veut dire que  $x$  est temporellement connecté à  $y$ . Ici,  $x$  et  $y$  sont des régions s-t dont les fermetures ont un point temporel en commun, cependant pas forcément au même endroit. La connexion spatio-temporelle, notée  $C_{st}(x, y)$ , veut dire que  $x$  est spatio-temporellement connecté à  $y$ . Cette relation est vraie seulement dans le cas où les fermetures des deux régions partagent au moins un point spatio-temporel.

Nous avons les axiomes suivants :

A1.  $C_\alpha(x, x)$

A2.  $C_\alpha(x, y) \rightarrow C_\alpha(y, x)$

A3.  $\forall z (C_\alpha(z, x) \leftrightarrow C_\alpha(z, y)) \rightarrow x =_\alpha y$

avec  $\alpha \in \{st, sp, t\}$

A partir de la relation topologique  $C_\alpha(x, y)$ , nous définissons la relation méréologique  $P_\alpha(x, y)$ , voulant dire  $x$  fait partie de  $y$ , de la manière suivante :

$$P_\alpha(x, y) =_{def} \forall z (C_\alpha(z, x) \rightarrow C_\alpha(z, y))$$

### Question 1 :

Soit les axiomes suivants :

A4.  $\forall y \exists x NTPP_{st}(x, y)$

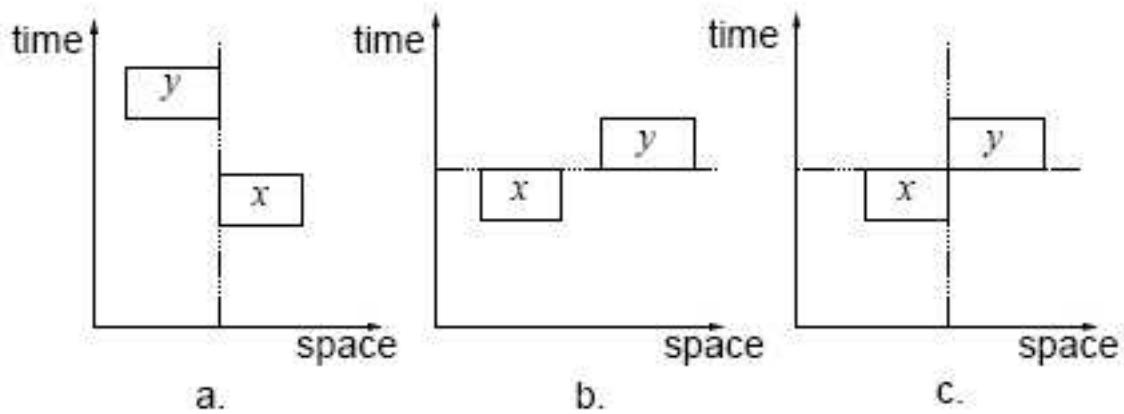


FIG. 1 – Connexions (a) spatiale (b) temporelle et (c) spatio-temporelle.

$$A5. \exists z \forall u (C_{st}(u, z) \leftrightarrow (C_{st}(u, x) \vee C_{st}(u, y)))$$

Décrire le sens de ces axiomes. Donner notamment la relation qui existe entre  $z$ ,  $x$  et  $y$  dans l'axiome A5.

**Question 2 :**

Soit l'axiome suivant :

$$A6. F_{\alpha}(x) =_{def} \forall y, z (x = (y + z) \rightarrow C_{\alpha}(y, z))$$

A quelle relation correspond  $F_{\alpha}(x)$  ?

**Question 3 :**

Soit l'axiome suivant :

$$A7. G_{st}(x) =_{def} \forall y [NTPP_{st}(y, x) \rightarrow \exists z (P_{st}(y, z) \wedge NTPP_{st}(z, x) \wedge F_{st}(z))]$$

Quel est le sens de la relation  $G_{st}(x)$  ?

**Question 4 :**

Soit l'axiome suivant :

$$A8. H_{st}(x, y) =_{def} \exists u, v [P_{st}(u, x) \wedge P_{st}(v, y) \wedge F_{st}(u) \wedge F_{st}(v) \wedge G_{st}(u + v)]$$

Quel est le sens de la relation  $H_{st}(x, y)$  ?

## 2 Graphes de contraintes temporelles numériques (30mn)

On considère l'histoire suivante :

Vous avez programmé une petite réception et vous souhaitez planifier son organisation. Elle aura lieu un samedi à 20h et durera entre 3 et 4 heures. Vous devrez envoyer les invitations entre 2 et 3

semaines à l'avance. Ceci implique de rechercher les adresses électroniques des invités, de créer une liste de diffusion et d'envoyer un message sur la liste. Il faudra aussi prévoir le repas. Soit vous le préparez vous-même, soit vous faites appel à un traiteur. Dans le premier cas vous devrez acheter les ingrédients et faire la cuisine. Prévoyez 4 heures pour cela. Si vous faites appel à un traiteur, commandez au moins 72 heures avant et demandez la livraison avant le début de la réception, pas plus d'une heure avant, cependant. Il faudra aussi faire le ménage qui durera 2 heures. Vous pourrez l'entreprendre vers la fin de la cuisson, pendant que les plats mijotent ou ensuite. Vous devrez aussi vous laver (1/2 heure) et ensuite vous habiller (1/2 heure). Prévoyez d'être habillé pour recevoir la livraison du traiteur. Après la réception il faudra tout nettoyer, ce qui durera au moins 2 heures. Prenez en compte le fait que vous n'aimez pas faire le ménage entre minuit et 9 heures le matin.

**Question 2.1** Contruire le graphe de contraintes temporelles mixte à la Meiri qui représente cette histoire. Le cas échéant, comment pouvez-vous augmenter le formalisme ou simplifier l'histoire pour qu'elle puisse être représentée dans ce formalisme ?

### 3 Intervalles cycliques (30mn)

Les questions qui suivent s'appuient sur l'article "Représentation et raisonnement sur les intervalles cycliques" de Ph. Balbiani et A. Osmani.

#### 3.1 Codage des relations de l'algèbre des intervalles de Allen

Un des codages, vu en cours, des relations élémentaires  $R$  de l'algèbre de Allen  $((x^-, x^+) R (x_0^-, x_0^+))$ , s'appuie sur une numérotation des zones de 0 à 4 (voir dessin ci-dessous avec  $X0 = (x_0^-, x_0^+)$ ).

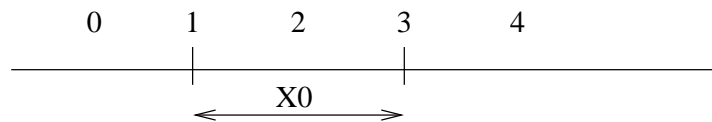


FIG. 2 – Codage des relations élémentaires dans l'algèbre des intervalles de Allen

**Question 3.1** Rappeler les caractéristiques de ce codage. Montrer qu'il permet d'évaluer directement le nombre de relations élémentaires de l'algèbre sans avoir besoin de les énumérer. Donner les relations élémentaires et leur codage.

#### 3.2 Codage des relations entre intervalles cycliques

**Question 3.2** En s'appuyant sur le codage vu à la question précédente, proposer un codage s'appliquant aux intervalles cycliques (voir article cité). En déduire le nombre de relations élémentaires de cette algèbre des intervalles cycliques.

**Question 3.3** Donner le codage et le nom des relations élémentaires communes à l'algèbre classique et à celle des intervalles cycliques.

**Question 3.4** Quelles sont les relations élémentaires présentes dans l'algèbre classique et que l'on ne retrouve pas dans celle des intervalles cycliques.

**Question 3.5** Donner le codage et proposer un nom pour les relations élémentaires nouvelles de l'algèbre des intervalles cycliques.

### 3.3 Utilisation sur un exemple

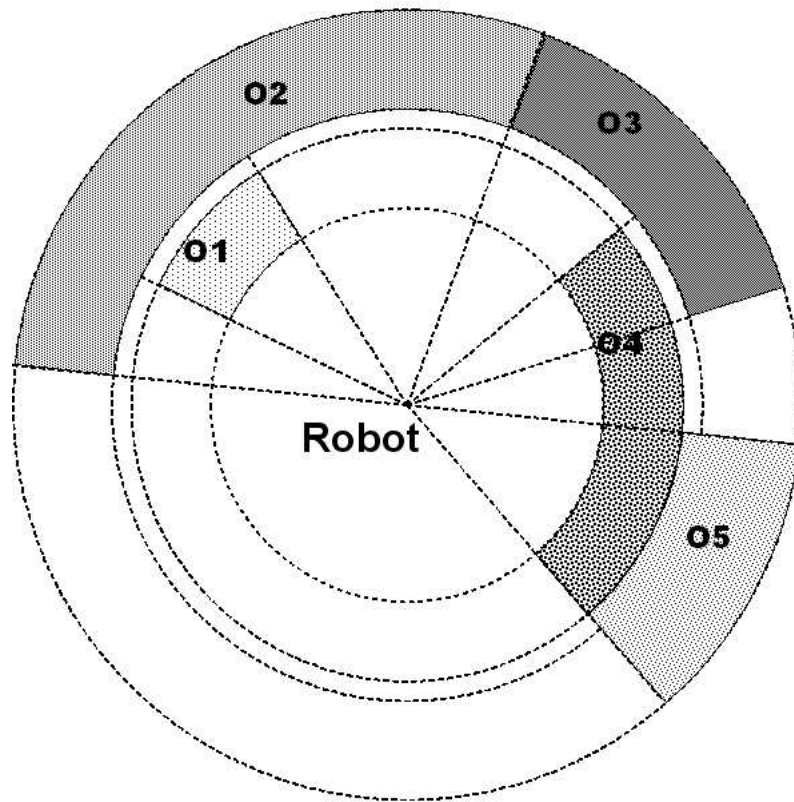


FIG. 3 – Immeubles entourant le robot R

**Question 3.6** Soit un robot R situé au centre des cercles concentriques de la figure 3. Donner les codages correspondant aux relations élémentaires de l’algèbre des intervalles cycliques entre les objets (immeubles) qu’il voit autour de lui. On ne s’intéresse pas dans cette question à la profondeur de champ.

**Question 3.7** On peut utiliser en complément l’algèbre des intervalles classiques pour caractériser la position des objets vus par le robot en tenant compte cette fois de la profondeur de champ. Donner le codage obtenu.

## 4 Approches logiques (30mn)

### 4.1 Calcul des événements de Shanahan

Une *navette* se déplace entre deux points  $A$  et  $B$ . On demande de formaliser le problème suivant, en utilisant le calcul des événements de Shanahan vu en cours (“solution modulaire” au problème du cadre). Il est conseillé d’utiliser les trois fluents (avec des prédicats; en propositionnel, ce qui est également possible, cela en fait bien sûr un peu plus) traduisant les “états” suivants, ainsi qu’un certain (assez petit) nombre de symboles d’événement (ou d’action).

“États” : “être au lieu  $l$ ”,  
 “se déplacer sur le trajet  $t$ ”,  
 “être en bon état, ou non”.

La navette se déplace de  $A$  en  $B$ , et réciproquement. Elle est soit à l’arrêt en un lieu, soit en déplacement sur un trajet. Il y a trois possibilités pour le lieu ( $A$ ,  $B$ , ou  $C$  pour “ailleurs”), et deux pour le trajet (de  $A$  vers  $B$  ou de  $B$  vers  $A$ ). Indépendamment, elle est soit “en bon état” soit non.

Si la navette part de  $A$  alors qu’elle est en bon état, elle se trouve en mouvement de  $A$  vers  $B$ , et de même en intervertissant  $A$  et  $B$ . Si la navette arrive alors qu’elle est en bon état et en un des deux mouvements possibles, elle se trouve à l’arrêt au lieu désigné par la destination du mouvement.

Si elle est accidentée, elle devient “pas en bon état”, et, si elle est en mouvement, elle s’arrête “en  $C$ ”. Si elle est réparée alors qu’elle n’est pas en bon état, elle devient en bon état et se trouve à l’arrêt en  $A$ <sup>1</sup>.

**Question 4.1.1** Décrire précisément, en donnant le sens intuitif, le vocabulaire nécessaire pour formaliser ce problème : symboles d’événements (actions), de fluents (états) et autres (lieux, mouvements,...) si nécessaire.

**Question 4.1.2** Donner les formules qui doivent être fournies par l’utilisateur, afin de traduire l’énoncé ci-dessus.

**Question 4.1.3** Au temps 0, la navette est en en bon état, arrêtée en  $A$ . Elle part au temps 1, arrive au temps 5, est accidentée au temps 7, est réparée au temps 10.

Donner les formules à ajouter aux formules précédentes afin de traduire ces données particulières.

**Question 4.1.4** Quelle est la situation (au sens informel du terme...) aux temps 4, 8 et 10?

On demande de donner la ou les formules pertinentes pour décrire chaque “situation”, ainsi qu’une brève justification. On ne demande aucune démonstration ici

**Question 4.1.5** Énoncer la formule logique (ou l’ensemble de ces formules) qui traduit “en interne” le problème.

**Question 4.1.6** (si temps...) Démontrer (le plus rigoureusement possible) le résultat de la question 4.1.4 au temps 4.

## 4.2 À propos du papier *Narratives as programs* [Reiter, KR’ 2000]

Le Théorème 3.1 de ce papier, rappelé ici brièvement, évoque un résultat donné en cours. Quel résultat ? Comment peut-on résumer (en moins d’une dizaine de lignes) les différences entre le résultat du cours et ce théorème ?

**Théorème 3.1 [Reiter, KR’ 2000]** [...] Then, with reference to Lemma 3.2,

$$\mathcal{D} \models (\forall s). Do(\nu, S_0, s) \supset Q(s) \text{ iff for } i = 1, \dots, n, \mathcal{D}_{S_0} \cup \mathcal{D}_{una} \models (\forall \vec{x}_i). \mathcal{R}[C_i] \supset \mathcal{R}[Q(\sigma_i)].$$

---

<sup>1</sup>On peut considérer qu’il s’agit d’un raccourci pour indiquer, par exemple, qu’elle est emmenée en  $A$  si elle ne s’y trouve pas déjà, puis réparée en  $A$ . On ne demande bien sûr pas de formaliser ces détails. Ce raccourci évite ainsi l’introduction d’autres actions, états ou mouvements et limite le nombre de formules nécessaires.