IFSIC - Université de Rennes 1
Examen du DEA d'informatique
Module Raisonnement Temporel et Spatial

Jeudi 30 janvier 2003, 14h

Durée : **3 heures**
Documents autorisés.
(Les temps de résolution sont donnés à titre indicatif.)

1 Réseau de contraintes temporelles : les intervalles cycliques (1h)

Les intervalles cycliques ou c_intervalles sont utilisés pour représenter des phénomènes qui se répètent régulièrement. On peut les représenter graphiquement comme des arcs sur un cercle (cf. figure 1). Le sens de lecture est celui des aiguilles d'une montre.

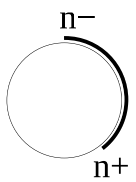

FIG. 1 – *Représentation de la période de nuit*

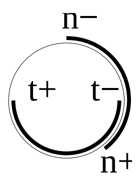

FIG. 2 – *Relation liant les intervalles représentant la nuit* $[n^-, n^+]$ *et la période de travail* $[t^-, t^+]$

1.1 Relations temporelles atomiques

Soient les c_intervalles $N = [n^-, n^+]$ et $T = [t^-, t^+]$. On définit des relations temporelles qualitatives entre c_intervalles à la manière des relations d'Allen à partir des positions respectives de leurs bornes sur le cercle (cf. figure 2). On cherche à déterminer quelles sont les 16 relations temporelles atomiques entre intervalles cycliques.

Question 1.1.1 Donnez la représentation graphique des relations eq, s, si, f, fi, d et di.

Question 1.1.2 Donner la représentation graphique des relations b et bi. Que peut-on en dire ?

On détermine les autres relations temporelles atomiques à l'aide d'exemples concernant les relations entre la nuit (N) et la période de travail (T).

Question 1.1.3 Dans les exemples suivants on examine les relations induites par la relation d'Allen $meets$ entre les intervalles N et T. Elles reflètent la position de t^+ la borne supérieure de T relativement à n^- la borne inférieure de N. Donnez une représentation graphique des situations suivantes :

1. le travail commence à la fin de la nuit, se poursuit de jour et se termine avant le début de la nuit ;
2. le travail commence à la fin de la nuit, se poursuit de jour et se termine au début de la nuit ;
3. le travail commence à la fin de la nuit, se poursuit de jour et se termine après le début de la nuit.

La relation correspondant au premier exemple ci-dessus sera notée m. Les relations illustrées par les exemples 2 et 3 seront nommées en utilisant l'autre relation temporelle qui, en plus de m, existe entre $[n^-, n^+]$ et $[t^-, t^+]$. Le nom de la relation résultante est composé en concaténant m et le nom de l'autre relation. Donnez le nom de ces deux relations résultantes.

Question 1.1.4 Même question que la précédente cette fois en s'appuyant sur la relation o :

1. le travail commence pendant (strictement après le début et avant la fin de) la nuit, se poursuit de jour et se termine avant le début de la nuit ;
2. le travail commence pendant la nuit, se poursuit de jour et se termine au début de la nuit ;
3. le travail commence pendant la nuit, se poursuit de jour et se termine après le début de la nuit.

Question 1.1.5 Procédez de la même façon avec mi et oi. Comparez attentivement ces résultats avec ceux induits par m et o. Quelles sont les nouvelles relations réellement produites ?

Question 1.1.6 Donnez la liste des 16 relations temporelles atomiques sur les intervalles cycliques.

1.2 Opérations fondamentales sur les relations temporelles cycliques

Les opérations *inverse*, *composition* et *intersection* sont définies sur l'algèbre des intervalles cycliques sur le modèle de l'algèbre d'Allen. La relation inverse R^{-1} d'une relation cyclique R est définie par $R^{-1} = \{A^{-1} | A \in R\}$ où A est une relation atomique et A^{-1} est telle que $A^{-1}(x, y)$ si et seulement si $A(y, x)$ (définition de la relation inverse d'une relation temporelle atomique).

Question 1.2.1 Donner les relations inverses des 16 relations atomiques.

La composition de deux relations R et S est définie par $R \circ S = \{A \circ B | A \in R, B \in S\}$ où A et B sont des relations atomiques et $A \circ B(x, y)$ si et seulement s'il existe z tel que $A(x, z)$ et $B(z, y)$. La composition des relations atomiques est donnée par une table de composition.

Question 1.2.2 Vérifiez que la composition de moi avec o donne $\{di, si, oi\}$, que la composition de moi avec s donne $\{moi\}$, que la composition de moi avec fi donne $\{di, si, oi\}$. Que donne la composition de mi avec les relations induites par o dans la question 1.1.4 ?

1.3 Proximité des relations temporelles atomiques

On cherche à établir le graphe de voisinage entre relations temporelles atomiques. Soient deux c_intervalles $X = [x^-, x^+]$ et $Y = [y^-, y^+]$. Partant d'une relation temporelle atomique on détermine les relations rencontrées lors du déplacement continu de la borne y^- (resp. de la borne y^+) dans le sens contraire aux aiguilles d'une montre. On s'interdit de déplacer une borne de l'intervalle y au-delà de l'autre borne de cet intervalle. Le déplacement de y^- (resp. de y^+) définit le voisinage *horizontal* (resp. *vertical*) de la relation traitée.

Question 1.3.1 Donner les relations de voisinage des relations atomiques en utilisant la méthode décrite ci-dessus. Construire tout le graphe de voisinage des relations en prenant pour origine la relation o et en utilisant des arcs horizontaux pour représenter les déplacements de y^- et des arcs verticaux pour représenter les déplacements de y^+ selon le modèle de la figure 3.

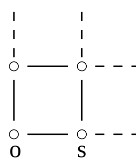

FIG. 3 – *Graphe de voisinage*

2 Approches logiques (45mn)

On demande de traduire l'histoire suivante, qui concerne deux individus $I1$ et $I2$ (ou un individu et une dinde) et une arme[1].

L'arme peut-être prête ou non (chargée ou non s'il s'agit d'un pistolet à un coup par exemple).

- L'individu $I1$ peut préparer l'arme ("armer" pour faire court).
- L'individu $I1$ peut utiliser l'arme ("tirer" pour faire court).
- Si l'arme est préparée par l'individu vivant $I1$, elle devient prête.
- Si l'arme est utilisée par l'individu vivant $I1$, alors elle ne sera plus prête ensuite, et si elle est prête, $I2$ sera mort ensuite.
- "Mort" et "vivant" se comportent comme dans la réalité.
- On peut aussi "attendre", ce qui n'a aucun effet particulier.
- Pour simplifier, on pourra supposer ici que toutes les actions sont toujours possibles.

Voici l'histoire **(HE)**, pour la traduction en calcul des événements:

1. Au temps 0, $I1$ et $I2$ sont vivants.
2. Au temps 1, $I1$ prépare l'arme.
3. Au temps 2, $I1$ attend.
4. Au temps 3, $I1$ utilise l'arme.
5. Au temps 4, $I1$ attend.

Voici l'histoire **(HS)**, pour la traduction en calcul situationnel:

1. En situation initiale $S0$, $I1$ et $I2$ sont vivants et $I1$ prépare l'arme.
2. Ensuite, $I1$ attend.
3. Ensuite, $I1$ utilise l'arme.
4. Ensuite, $I1$ attend.

On demande de formaliser ce problème, en utilisant successivement deux formalismes vus en cours:

2.1 Calcul des événements de Shanahan (cadre) [pour (HE)]:

On demande d'utiliser la "solution au problème du cadre" vue en cours:

Question 2.1.1 Décrire les éléments formels particuliers (symboles d'événements – c'est-à-dire d'actions – et de fluents) au problème nécessaires ici, en précisant ce qu'ils sont censés représenter de manière intuitive.

Question 2.1.2 Donner toutes les formules particulières à ce problème, que l'utilisateur doit fournir.

Question 2.1.3 Préciser quelle est, "en interne", la théorie considérée (d'après les formules fournies à la question précédente).

Question 2.1.4 Décrire la "situation" (au sens informel du terme ici) au temps 5.

Question$*$[2] **2.1.5** Démontrer les résultats énoncés dans la question précédente.

1. Dans ce problème très élémentaire, on peut se passer d'utiliser des paramètres représentant l'arme (et même les individus dans la plupart des cas: par exemple, seul $I1$ tire). Cette réduction (facultative) permet d'utiliser des formules plus simples.

2.2 Calcul situationnel de Toronto (Reiter) [pour (HS)]

On demande d'utiliser la “solution au problème du cadre” vue en cours:

Question 2.2.1 Décrire les éléments formels particuliers au problème nécessaires ici (symboles d'action et d'objets, fluents relationnels et fonctionnels), en précisant leur signification intuitive.

Question 2.2.2 Donner les axiomes d'effets (positifs et négatifs) nécessaires ici, ainsi que les éventuelles autres formules qui doivent être fournies explicitement par l'utilisateur.

Question 2.2.3 Donner le ou les “axiomes” (ou “formules”) de succession d'état qui découlent alors des axiomes et formules énoncés dans la question précédente (et des axiomes de Σ, qu'il n'est pas nécessaire de rappeler).

Question 2.2.4 Comment s'écrit le terme qui représente la situation “finale”, qui résulte de la suite d'actions décrite dans (HS). Même si rigoureusement le langage ne le permet pas, on pourra donner un nom (considéré comme une “abréviation”) à cette situation: $Sf =_{def} \cdots$.

Question 2.2.5 Décrire de façon pertinente l'état du “monde (HS)” en cette situation finale.

Question$*$[2] **2.2.6** Démontrer les résultats énoncés dans la question précédente.

2.3 Question subsidiaire

Quel formalisme semble le plus approprié ici?

2. Les questions marquées $*$ sont a priori plus difficiles, et donc il est conseillé de les traiter en dernier.

3 Raisonnement spatial (1h15)

Calcul topologique sur des entités cartographiques

Les données classiquement manipulées en cartographie ou dans les systèmes d'information géographique sont des points (notés P), des polylignes (suites de segments de droite, notées L) et des surfaces connexes (notées S).

La frontière d'un objet *h*, notée δh est définie pour chaque type d'objet de la manière suivante :

- δP : la frontière d'un objet ponctuel est toujours vide ;
- δL : la frontière d'une polyligne est vide dans le cas d'une polyligne fermée et égale aux deux points extrêmes dans le cas contraire ;
- δS : la frontière d'une surface est la polyligne fermée délimitant la surface.

L'intérieur d'un objet *h*, notée h° est défini par $h^\circ = h - \delta h$.

La fonction *dim* retourne la dimension d'un objet et est définie de la manière suivante pour tout objet $O \neq \emptyset$ ($dim(\emptyset)$ n'est pas défini) :

$$dim(O) = \begin{cases} 0 \; si\, O\, contient\, au\, moins\, un\, point\, et\, ni\, polyligne,\; ni\, surface \\ 1 \; si\, O\, contient\, au\, moins\, une\, polyligne\, et\, aucune\, surface \\ 2 \; si\, O\, contient\, au\, moins\, une\, surface \end{cases}$$

On peut maintenant définir les relations topologiques. La relation *r* entre deux objets h_1 et h_2 sera notée $r(h_1,\, h_2)$.

Les relations *cross* et *overlap* sont ainsi définies par :

$$cross(h_1,\, h_2) \leftrightarrow (dim({h^\circ}_1 \cap {h^\circ}_2) = max(dim({h^\circ}_1), dim({h^\circ}_2)) - 1) \wedge (h_1 \cap h_2 \neq h_1) \wedge (h_1 \cap h_2 \neq h_2)$$

$$overlap(h_1,\, h_2) \leftrightarrow (dim({h^\circ}_1 \cap {h^\circ}_2) = dim({h^\circ}_1) = dim({h^\circ}_2)) \wedge (h_1 \cap h_2 \neq h_1) \wedge (h_1 \cap h_2 \neq h_2)$$

Question 1

Définir ce que signifient les relations *cross* et *overlap*. Définir les relations *touch* et *disjoint*.

Question 2

Soit la relation *in* définie par :

$$in(h_1,\, h_2) \leftrightarrow (h_1 \cap h_2 = h_1) \wedge ({h^\circ}_1 \cap {h^\circ}_2 \neq \emptyset)$$

Définir les relations *equal*, *completely-inside* et *touching-from-inside*.

Question 3

Soit les relations *completely-inside$_i$* et *touching-from-inside$_i$* définies respectivement par :

- *completely-inside$_i$*$(h_1, h_2) \leftrightarrow$ *completely-inside*(h_2, h_1)
- *touching-from-inside$_i$*$(h_1, h_2) \leftrightarrow$ *touching-from-inside*(h_2, h_1)

A l'aide de l'arbre de décision des relations topologiques, montrer que les neuf relations élémentaires (*touch, cross, overlap, disjoint, equal, completely-inside, touching-from-inside, completely-inside*$_i$, *touching-from-inside*$_i$) sont mutuellement exclusives.

Question 4

En fonction de la nature de chacun des deux objets d'une relation (point (P), polyligne (L), surface (S)), déterminer l'ensemble des relations élémentaires possibles entre ces deux objets.

Par exemple, PP-R = $\{$ *equal, disjoint* $\}$ est l'ensemble des relations possibles entre deux points.

Question 5

Une relation générale entre deux objets est définie par :

$$\forall h_1, h_2\; R(h_1,\, h_2) \Leftrightarrow \vee_{r \in R}\, r(h_1,\, h_2)$$

L'inverse d'une relation *R* est définie par :

$$\forall h_1, h_2\; \breve{R}(h_1,\, h_2) \Leftrightarrow R(h_2,\, h_1)$$

Fournir la table d'inversion des neuf relations élémentaires.

Question 6

La composition de deux relations R_1 et R_2 est définie par :

$$R_1 \circ R_2 = \cup_{r_1 \in R_1, r_2 \in R_2}\; r_1 \circ r_2$$

Soit la table de composition PPP pour la composition de relations entre points :

Relations r_2 / r_1	*equal*	*disjoint*
equal	*equal*	*disjoint*
disjoint	*disjoint*	$\{$*equal, disjoint*$\}$

Fournir les tables de composition PPL, LPL et LLS.
Pour LLS, se restreindre à la colonne (LL $\circ$ *touching-from-inside*).