IFSIC - Université de Rennes 1
Examen du DEA d'informatique
Module Raisonnement Temporel et Spatial
Énoncé et corrigé de la partie "approches logiques"

Jeudi 30 janvier 2003, 14h

Durée : **3 heures**
Documents autorisés.
(Les temps de résolution sont donnés à titre indicatif.)

1 Approches logiques (45mn)

On demande de traduire l'histoire suivante, qui concerne deux individus $I1$ et $I2$ (ou un individu et une dinde) et une arme[1].

L'arme peut-être prête ou non (chargée ou non s'il s'agit d'un pistolet à un coup par exemple).

- L'individu $I1$ peut préparer l'arme ("armer" pour faire court).
- L'individu $I1$ peut utiliser l'arme ("tirer" pour faire court).
- Si l'arme est préparée par l'individu vivant $I1$, elle devient prête.
- Si l'arme est utilisée par l'individu vivant $I1$, alors elle ne sera plus prête ensuite, et si elle est prête, $I2$ sera mort ensuite.
- "Mort" et "vivant" se comportent comme dans la réalité.
- On peut aussi "attendre", ce qui n'a aucun effet particulier.
- Pour simplifier, on pourra supposer ici que toutes les actions sont toujours possibles.

Voici l'histoire **(HE)**, pour la traduction en calcul des événements:

1. Au temps 0, $I1$ et $I2$ sont vivants.
2. Au temps 1, $I1$ prépare l'arme.
3. Au temps 2, $I1$ attend.
4. Au temps 3, $I1$ utilise l'arme.
5. Au temps 4, $I1$ attend.

Voici l'histoire **(HS)**, pour la traduction en calcul situationnel:

1. En situation initiale $S0$, $I1$ et $I2$ sont vivants et $I1$ prépare l'arme.
2. Ensuite, $I1$ attend.
3. Ensuite, $I1$ utilise l'arme.

1. Dans ce problème très élémentaire, on peut se passer d'utiliser des paramètres représentant l'arme (et même les individus dans la plupart des cas: par exemple, seul $I1$ tire). Cette réduction (facultative) permet d'utiliser des formules plus simples.

4. Ensuite, $I1$ attend.

On demande de formaliser ce problème, en utilisant successivement deux formalismes vus en cours:

1.1 Calcul des événements de Shanahan (cadre) [pour (HE)]:

On demande d'utiliser la "solution au problème du cadre" vue en cours:

Question 1.1.1 Décrire les éléments formels particuliers (symboles d'événements – c'est-à-dire d'actions – et de fluents) au problème nécessaires ici, en précisant ce qu'ils sont censés représenter de manière intuitive.

Question 1.1.2 Donner toutes les formules particulières à ce problème, que l'utilisateur doit fournir.

Question 1.1.3 Préciser quelle est, "en interne", la théorie considérée (d'après les formules fournies à la question précédente).

Question 1.1.4 Décrire la "situation" (au sens informel du terme ici) au temps 5.

Question*[2] 1.1.5 Démontrer les résultats énoncés dans la question précédente.

1.2 Calcul situationnel de Toronto (Reiter) [pour (HS)]

On demande d'utiliser la "solution au problème du cadre" vue en cours:

Question 1.2.1 Décrire les éléments formels particuliers au problème nécessaires ici (symboles d'action et d'objets, fluents relationnels et fonctionnels), en précisant leur signification intuitive.

Question 1.2.2 Donner les axiomes d'effets (positifs et négatifs) nécessaires ici, ainsi que les éventuelles autres formules qui doivent être fournies explicitement par l'utilisateur.

Question 1.2.3 Donner le ou les "axiomes" (ou "formules") de succession d'état qui découlent alors des axiomes et formules énoncés dans la question précédente (et des axiomes de Σ, qu'il n'est pas nécessaire de rappeler).

Question 1.2.4 Comment s'écrit le terme qui représente la situation "finale", qui résulte de la suite d'actions décrite dans (HS). Même si rigoureusement le langage ne le permet pas, on pourra donner un nom (considéré comme une "abréviation") à cette situation: $Sf =_{def} \cdots$.

Question 1.2.5 Décrire de façon pertinente l'état du "monde (HS)" en cette situation finale.

Question*[2] 1.2.6 Démontrer les résultats énoncés dans la question précédente.

1.3 Question subsidiaire

Quel formalisme semble le plus approprié ici?

2. Les questions marquées $*$ sont a priori plus difficiles, et donc il est conseillé de les traiter en dernier.

2 Corrigé

2.1 Calcul des événements de Shanahan (cadre) [pour (HE)]:

Question 1.1.1 Symboles d'événements: $Armer$: préparer l'arme[3]
$Tirer$: utiliser l'arme[3]
$Attendre$: attendre[3]

Symboles de fluents: $Vivant$ (fonction d'arité 1) $Vivant(i)$: l'individu i est vivant
$Prête$: l'arme est prête

On ajoute enfin les deux symboles d'*objets* $I1$ et $I2$ représentant les deux "individus"[4].

Question 1.1.2 Formules fournies par l'utilisateur:

Situation précise particulière à ce cas:

$HoldsAt(Vivant(I1), 0)$	$(RR1)$	$HoldsAt(Vivant(I2), 0)$	$(RR2)$
$Happens(Armer, 1)$	$(RB1)$	$Happens(Attendre, 2)$	$(RB2)$
$Happens(Tirer, 3)$	$(RB3)$	$Happens(Attendre, 4)$	$(RB4)$

Lois générales du domaine considéré:

$$Terminates(Tirer, Vivant(I2), t) \Leftarrow (HoldsAt(Prête, t) \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t)^{5}) \quad (RA1)$$

$$Terminates(Tirer, Prête, t) \Leftarrow HoldsAt(Vivant(I1), t)^{6} \quad (RA2)$$

$$Initiates(Armer, Prête, t) \Leftarrow HoldsAt(Vivant(I1), t)^{7} \quad (RA3)$$

Remarque: $HoldsAt(Vivant(i), t)$ signifie "l'individu i est vivant au temps t et $\neg HoldsAt(Vivant(i), t)$ signifie "l'individu i est mort au temps t". Comme ce texte n'évoque ni naissance ni résurrection, et que les deux seuls individus mentionnés sont vivants au temps 0, pour tout temps positif ou nul, le principe d'inertie suffit ici à modéliser le comportement "réel" du fluent $Vivant$[8]. Il est donc préférable d'utiliser un seul fluent. Si toutefois on tient à en utiliser deux ($Mort$ et $Vivant$), il ne faut pas oublier d'ajouter des formules. Ici, ajouter à (RR) la formule $HoldsAt(Mort(i), t) \Leftrightarrow \neg HoldsAt(Vivant(i), t)$ suffit, et est la solution la plus simple. On pourrait aussi ajouter des formules en $Terminates$ et $Initiates$.

Question 1.1.3 $\{(EC),\ (RR1), (RR2),$
$Circ(\{(RA1), (RA2), (RA3)\}, Initiates, Terminates),$
$Circ(\{(RB1), (RB2), (RB3), (RB4)\}, Happens)\}.$

Question 1.1.4 $HoldsAt(Vivant(I1), 5)$, $\neg HoldsAt(Vivant(I2), 5)$, $\neg HoldsAt(Prête, 5)$.

De plus, la théorie est consistante, et donc, on **n'a pas** $\neg HoldsAt(Vivant(I1), 5)$,....

Ainsi, au temps 5 (comme d'ailleurs en tout temps supérieur à 5), $I1$ est vivant, $I2$ est mort et l'arme n'est pas prête.

3. Pour $I1$, qui est le seul à effectuer cette action dans l'histoire (HE).
4. On pouvait aussi remplacer le symbole de fonction $Vivant$ par les deux symboles de constantes de fluent $Vivant1$ et $Vivant2$ [pour remplacer $Vivant(I1)$ et $Vivant(I2)$]. Dans ce cas, on n'a pas besoin de symboles d'objets $I1$ et $I2$.
5. On peut ajouter ici $\wedge\ HoldsAt(Vivant(I2), t)$, cela ne change rien au résultat, il est donc plus simple de l'omettre. Voir en §3 ce qui se passe si on l'ajoute.
6. On peut ajouter ici $\wedge\ HoldsAt(Prête, t)$.
7. On peut ajouter ici $\wedge\ \neg HoldsAt(Prête, t)$.
8. Dans un cadre admettant des naissances ou des créations et pas de résurrection. on pourrait, s'il est nécessaire d'introduire des "individus à naître", définir un fluent $Mort$ qui ne satisferait pas la formule $HoldsAt(Mort(i), t) \Leftrightarrow \neg HoldsAt(Vivant(i), t)$.

Question 1.1.5 $Circ(\{(RA1), (RA2), (RA3)\}, Initiates, Terminates)$ équivaut à la conjonction des deux formules suivantes, appelées respectivement ***(Term)*** et ***(In)***:

$Terminates(a, f, t) \Leftrightarrow$
$[(a = Tirer \wedge f = Vivant(I2) \wedge HoldsAt(Prête, t) \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t))$
$\vee(a = Tirer \wedge f = Prête \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t))]$, et

$Initiates(a, f, t) \Leftrightarrow (a = Armer \wedge f = Prête \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t))$.

$Circ(\{(RB1), (RB2), (RB3), (RB4)\}, Happens)$ équivaut à la formule suivante, appelée ***(Hap)***:

$Happens(a, t) \Leftrightarrow [(a = Armer \wedge t = 1) \vee (a = Attendre \wedge (t = 2 \vee t = 4)) \vee a = Tirer \wedge t = 3]$.

Afin de faciliter la lecture, on va donner des noms à certaines formules dans les démonstrations suivantes.

Rien dans les données ou axiomes ne peut empêcher $HoldsAt(Vivant(I1), t)$ de rester vrai, quelque soit t, on a donc en particulier $HoldsAt(Vivant(I1), 5)$. Voici la démonstration formelle:
On a $\forall a, \forall t\ \neg(Happens(a, t) \wedge Initiates(a, Vivant(I1), t))$ et
$\forall a, \forall t \neg(Happens(a, t) \wedge Terminates(a, Vivant(I1), t))$,
puisque d'après *(Hap)*, *(In)* et *(Term)*, aucune action a ne rend vrai $Initiates(a, Vivant(I1), t)$ ou $Terminates(a, Vivant(I1), t)$[9]. On en déduit, par (EC1) et (EC2), qu'on a
$\forall t_1 \forall t_2\ \neg Clipped(t_1, Vivant(I1), t_2)$ et $\forall t_1 \forall t_2\ \neg Declipped(t_1, Vivant(I1), t_2)$.
Ainsi, (EC5) se simplifie en $HoldsAt(Vivant(I1), t) \Leftarrow HoldsAt(Vivant(I1), t_1) \wedge t_1 < t$[10], d'où on déduit (avec $t_1 = 0$), la formule $\forall t > 0\ HoldsAt(Vivant(I1), t)$ *(HoV1t)*.

On démontre maintenant $HoldsAt(Prête, 3)$: *(Hap)* donne $Happens(Armer, 1)$.
On vient de démontrer (HoV1t), donc $HoldsAt(Vivant(I1), 1)$
et ainsi *(In)* donne $Initiates(Armer, Prête, 1)$.
D'après *(Hap)* et *(Term)*, (EC) donne $\neg Clipped(1, Prête, 3)$, puisque la seule action a susceptible de rendre $Terminates(a, Prête, t)$ vraie est $a = Tirer$ et que l'on a $\neg Happens(Tirer, t)$ pour $t < 3$. On déduit alors $HoldsAt(Prête, 3)$ par (EC3).
D'après *(Term)* on déduit donc $Terminates(Tirer, Vivant(I2), 3)$.
D'après *(Hap)* on a $Happens(Tirer, 3)$. Par (EC2), on obtient alors $\neg Declipped(3, Vivant(I2), 5)$: en effet, $Initiates(a, Vivant(I2), t)$ est toujours faux d'après *(In)*.
On déduit donc, par (EC4), $\neg HoldsAt(Vivant(I2), 5)$.

On démontre de même $\neg HoldsAt(Prête, 5)$: On a $\neg Declipped(3, Prête, 5)$ par (EC2) car il n'existe aucune action a telle qu'on ait $Happens(a, t) \wedge Initiates(a, Prête, t)$ pour $3 \leq t < 5$ d'après ***(In)*** et *(Hap)*: la seule action a possible serait $a = Armer$, et $Happens(Armer, t)$ est faux pour $3 \leq t < 5$. Comme on a $HoldsAt(Vivant(I1), 3)$ par (HoV1t), d'après *(Hap)* et *(Term)* on obtient
$Happens(Tirer, 3) \wedge Terminates(Tirer, Prête, 3)$, d'où on déduit, par (EC4): $HoldsAt(Prête, 5)$.

Il reste à démontrer la consistance de la théorie. Rigoureusement, cela se fait en trouvant un modèle.

9. Donc, (EC3) et (EC4) ne sont jamais “déclenchables”, ce qui est inutile dans la présente démonstration, mais utile pour démontrer la consistance.

10. De même, (EC6) se simplifie en $\neg HoldsAt(Vivant(I1), t) \Leftarrow \neg HoldsAt(Vivant(I1), t_1) \wedge t_1 < t$, mais cela ne donne aucun résultat nouveau puisqu'on ne peut jamais établir $\neg HoldsAt(Vivant(I1), t_1)$.Tout comme la remarque de la note précédente, et les remarques similaires des notes 12 et 13 ci-dessous, cette remarque est inutile dans la présente démonstration. Toutefois, elle est utile afin d'établir la consistance de la théorie.

Ce modèle est décrit par les extensions des différents prédicats, c'est-à-dire par l'ensemble des formules $P(terme_1, \cdots, terme_n)$ qui sont satisfaites (les autres formules $P(terme_1, \cdots, terme_n)$ étant donc falsifiées). Ici, P peut-être $HoldsAt, Happens, Initiates, Terminates$ et $terme_i$ peut-être un nombre t, ou l'action $Armer$ ou l'action $Attendre$ ou le fluent $Prête$ ou le fluent $Vivant(i)$.

Voici une description d'un modèle ["du modèle" en fait, c'est le seul type de modèle possible]:

Le temps: $t \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ (on pourrait tout aussi bien choisir l'ensemble des entiers naturels ou même les réels positifs ou nuls).

Les seuls autres objets utiles sont les deux individus: $\{I_1, I_2\}$.

$$\begin{array}{lllll} HoldsAt(f,t) \text{ ssi} & f = Vivant(I_1) & & & \text{ou} \\ & f = Vivant(I_2) & \text{et} & 0 \leq t \leq 3 & \text{ou} \\ & f = Prête & \text{et} & 1 < t \leq 3 & \end{array}$$

$Happens(a,t)$ ssi $(a = Armer \wedge t = 1) \vee (a = Tirer \wedge t = 3) \vee (a = Attendre \wedge (t = 1 \vee t = 3))$.

$$\begin{array}{lllllll} Terminates(a,f,t) \text{ ssi} & a = Tirer & \text{et} & f = Vivant(I_2) & \text{et} & 1 < t \leq 3 & \text{ou} \\ & a = Tirer & \text{et} & f = Prête & & & \end{array}$$

$Initiates(a,f,t)$ ssi $a = Armer$ et $f = Prête$.

On peut vérifier qu'il s'agit bien d'un modèle de l'ensemble des formules de (EC) plus les formules (RR1,2), (RB1–4), *(Hap)*, *(Term)*, (Min), c'est-à-dire de la théorie donnée en question 1.1.3.

Remarque: La description d'un modèle est donc assez longue, et la vérification exhaustive du fait qu'il s'agit bien d'un modèle de la théorie donnée en question1.1.3 [laquelle subsume 1.1.2] est fastidieuse, même si ici c'est faisable. C'est pourquoi il peut être préférable d'utiliser une autre méthode pour démontrer la consistance: Ici, une éventuelle inconsistance ne peut provenir que directement des données (question 1.1.2), de chacune des deux circonscriptions [question 1.1.3, ici en fait cela revient à tester la consistance de *(Term)* $\wedge$ *(Min)* et de *(Hap)*], ou de la combinaison de ces formules. Il est immédiat de vérifier que les données telles qu'énoncées en 1.1.2 et chacune des formules de *(Term)*, *(In)* et *(Hap)* données en 1.1.3 sont consistantes. D'après la forme de ces formules et des axiomes de (EC), une inconsistance éventuelle ne peut alors provenir que de la possibilité de démontrer à la fois $HoldsAt(f,t)$ et $\neg HoldsAt(f,t)$ pour un même couple (f,t), au moyen des données de ce problème appliquées aux axiomes (EC3), (EC4), (EC5) et (EC6). On a donné en notes 9, 10 (voir aussi ci-dessous, en partie 3, les notes 12–13) quelques indications expliquant pourquoi on ne pouvait pas obtenir ni $\neg HoldsAt(Vivant(I1), t_1)$ ni $\neg HoldsAt(Vivant(I2), 3)$ (cf notes 12, 13 ci-dessous). On peut démontrer rigoureusement la consistance ainsi.

2.2 Calcul situationnel de Toronto (Reiter) [pour (HS)]

Question 1.2.1 Symboles d'actions:

$Armer$:	préparer l'arme
$Tirer$:	utiliser l'arme
$Attendre$:	attendre

Symboles de fluents relationnels:

$Vivant$:	(prédicat d'arité 2)[11]	$Vivant(i, \sigma)$:	l'individu i est vivant en situation σ
$Prête$:	(prédicat d'arité 1)	$Prête(\sigma)$:	l'arme est prête en situation σ.

Symboles d'objets: $I1, I2$: les deux individus.

11. Comme pour le calcul des événements, on pourrait diminuer l'arité de 1: il suffit de remplacer le prédicat d'arité 2 par deux prédicats $Vivant1$ et $Vivant2$ d'arité 1: $Vivantk(\sigma)$: l'individu I_k est vivant en situation σ.

Question 1.2.2 Lois générales du domaine considéré:

Axiome d'effet positif: $Vivant(I1, s) \Rightarrow Prête(do(Armer, s))$.

Axiomes d'effets négatifs: $Vivant(I1, s) \wedge Prête(s) \Rightarrow \neg Vivant(I2, (do(Tirer, s)))$.
$Vivant(I1, s) \Rightarrow \neg Prête(do(Tirer, s))$.

Afin de décrire la situation précise particulière à ce cas, il faut aussi décrire la situation initiale S_0: $Vivant(I1, S_0), Vivant(I2, S_0)$.

Question 1.2.3 On trouve [cf (PCFR) du cours]:
$Vivant(i, do(a, s)) \Leftrightarrow (Vivant(i, s) \wedge \neg(i = I2 \wedge a = Tirer \wedge Vivant(I1, s) \wedge Prête(s)))$
$Prête(do(a, s)) \Leftrightarrow [(Vivant(I1, s) \wedge a = Armer) \vee (Prête(s) \wedge \neg(a = Tirer \wedge Vivant(I1, s)))]$.

Question 1.2.4 $S_f = do(Attendre, do(Tirer, do(Attendre, do(Armer, S_0))))$.

Remarque: Cela achève (avec la fin de la réponse à la question 1.2.2), la description de la situation précise particulière à ce cas

Question 1.2.5 $Vivant(I1, S_f)$, $\neg Vivant(I2, S_f)$, $\neg Prête(S_f)$.

De plus, la théorie est consistante, c'est à-dire que l'on n'a pas les négations de ces formules.

Question 1.2.6 Vérifions que l'on obtient bien les formules données en 1.2.3:

Forme générale de l'axiome d'effets positifs de $Vivant$: $\forall i, \forall s\ (FAUX \Rightarrow Vivant(i, s))$. En effet, aucun événement de ce problème ne rend un individu vivant, donc $\gamma^+(i, a, s) \equiv FAUX$.

Forme générale de l'axiome d'effets négatifs de $Vivant$:
$\forall i, \forall s\ ((i = I2 \wedge a = Tirer \wedge Vivant(I1, s) \wedge Prête(s)) \Rightarrow \neg Vivant(i, s))$.
Il s'agit du seul axiome d'effets négatifs de $Vivant$, ré-écrit sous sa "forme générale".

Forme générale de l'axiome d'effets positifs de $Prête$: $\forall s\ ((a = Armer \wedge Vivant(I1, s)) \Rightarrow Prête(s))$.
Il s'agit du seul axiome d'effets positifs de $Prête$, ré-écrit sous sa "forme générale".

Forme générale de l'axiome d'effets négatifs de $Prête$:
$\forall s\ ((a = Tirer \wedge Vivant(I1, s)) \Rightarrow \neg Prête(s))$. Il s'agit du seul axiome d'effets négatifs de $Prête$, ré-écrit sous sa "forme générale".

Vérifions maintenant que la condition de cohérence (transparent 23 du cours) est satisfaite:

Pour le fluent $Vivant$:
$\forall a \forall s\ \neg(FAUX \wedge (i = I2 \wedge a = Tirer \wedge Vivant(I1, s)))$ est équivalent à $VRAI$.

Pour le fluent $Prête$: $\forall a \forall s\ \neg(a = Armer \wedge Vivant(I1, s) \wedge a = Tirer \wedge Vivant(I1, s))$ est également une tautologie, car l'axiome de séparation de constantes donne: $\forall a\ \neg(a = Armer \wedge a = Tirer)$.

Rigoureusement, cela suffit à démontrer le résultat.

2.3 Question subsidiaire

Le problème posé est trop simple pour une comparaison sérieusement argumentée. Voici quelques constations que l'on peut quand même faire sur cet exemple:

1. Il semble plus facile et plus naturel d'utiliser le formalisme des événements de Shanahan pour décrire le problème. En effet, la solution en termes de calcul situationnel de Toronto est plus courte, mais semble moins "naturelle", même si ce jugement peut paraître subjectif.
2. Par contre, les démonstrations formelles sont beaucoup plus difficiles avec le formalisme de Shanahan.

On peut penser que cela traduit le phénomène suivant:

Le formalisme de Shanahan contraint moins l'utilisateur, mais est ensuite plus gourmand en puissance de calcul nécessaire. Toutefois, il se peut qu'il existe des automatisations astucieuses qui se différencient suffisamment de la démonstration logique mécanique "bête" et qui rendent le calcul efficace dans les cas concrets pas trop complexes, même pour le calcul des événements de Shanahan.

3 Compléments

3.1 Calcul des événements: petite variante

Comme signalé en notes 5–7, on peut, en **Question 1.1.2**, remplacer les formules (RA1–3) par les formules suivantes:

$$\begin{array}{lcll}
Terminates(Tirer, Vivant(I2), t) & \Leftarrow & (HoldsAt(Prête, t)\wedge & \\
& & HoldsAt(Vivant(I1), t)\wedge & \\
& & HoldsAt(Vivant(I2), t)) & (RA1') \\
Terminates(Tirer, Prête, t) & \Leftarrow & HoldsAt(Vivant(I1), t)\wedge & \\
& & HoldsAt(Prête, t) & (RA2') \\
Initiates(Armer, Prête, t) & \Leftarrow & HoldsAt(Vivant(I1), t)\wedge & \\
& & \neg HoldsAt(Prête, t) & (RA3')
\end{array}$$

On obtient les mêmes résultats "importants".

Il y a bien sûr des différences de détails.

Ainsi, en **Question 1.1.5**, *(Term)* et *(In)* doivent être remplacées par ***(Term′)*** et ***(In′)***:

$$\begin{array}{l}
Terminates(a, f, t) \Leftrightarrow \\
\quad [(a = Tirer \wedge f = Vivant(I2) \wedge \\
\quad\quad HoldsAt(Prête, t) \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t) \wedge HoldsAt(Vivant(I2), t)) \quad \vee \\
\quad (a = Tirer \wedge f = Prête \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t) \wedge HoldsAt(Prête, t))], \quad \text{et}
\end{array}$$

$$Initiates(a, f, t) \Leftrightarrow (a = Armer \wedge f = Prête \wedge HoldsAt(Vivant(I1), t) \wedge \neg HoldsAt(Prête, t)).$$

Les démonstrations sont donc légèrement modifiées, mais on obtient en réalité les mêmes résultats en $HoldsAt$. ***Pourquoi à votre avis?***

Voici un exemple: En **Question 1.1.5**, il faut, pour démontrer $Terminates(Tirer, Vivant(I2), 3)$, en plus de $HoldsAt(Prête, t)$ et de $HoldsAt(Vivant(I1), 3)$, établir aussi $HoldsAt(Vivant(I2), 3)$, ce qui peut se faire ainsi:

Il n'existe pas d'action a tel que pour $t_1 < 3$ on ait $Happens(a, t_1) \wedge Terminates(a, Vivant(I2), t_1)$, puisque cela imposerait $a = Tirer$ d'après *(Term)*, et que l'on a, d'après *(Hap)*,
$\forall t_1 < 3\ (\neg Happens(Tirer, t_1))$.

On en déduit $\forall t_1 < t_2 \leq 3\ (\neg Clipped(t_1, Vivant(I2), t_2))$ par (EC1) [12].
D'où on déduit, par l'axiome d'inertie "positive" (EC5):
$HoldsAt(Vivant(I2), 3) \Leftarrow HoldsAt(Vivant(I2), 0)$, et donc $HoldsAt(Vivant(I2), 3)$ [13].

12. On en déduit également que (EC3) et (EC4) ne sont pas utilisables dans ce cas: ils ne permettent de déduire ni $HoldsAt(Vivant(I2), 3)$ ni $\neg HoldsAt(Vivant(I2), 3)$.

13. On peut aussi en déduire que (EC6) ne permet pas d'établir $\neg HoldsAt(Vivant(I2), 3)$.

4 Variante, avec $Vivant2$ seul

4.1 Calcul des événements de Shanahan (cadre) [pour (HE)]:

Question 1.1.1 Symboles d'événements: $Armer$: préparer l'arme[14]
$Tirer$: utiliser l'arme[14]
$Attendre$: attendre[14]

Symboles de fluents (on peut se contenter des deux symboles de constantes suivants, puisqu'aucune action ne peut "tuer" $I1$, qui est vivant au départ):

$Vivant2$: l'individu $I2$ est vivant ($I1$ sera toujours vivant de toute façon)

$Prête$: (symbole de constante) l'arme est prête

Il s'agit d'une simplification "un peu limite", d'après l'énoncé qui explicite le besoin de savoir $I1$ vivant, mais cette simplification a été utilisée dans plusieurs copies, et, comme l'énoncé suggérait de simplifier au maximum, elle a été acceptée. Les démonstrations ne sont pas fournies pour cette variante. ***Un bon exercice consiste à les faire, ce qui est sensiblement plus facile que les démonstrations données ci-dessus (partie §2) pour la traduction orthodoxe.***

Question 1.1.2 Formules fournies par l'utilisateur:

Situation précise particulière à ce cas:

$HoldsAt(Vivant2, 0)$ (RR)

$Happens(Armer, 1)$ $(RB1)$ $Happens(Attendre, 2)$ $(RB2)$
$Happens(Tirer, 3)$ $(RB3)$ $Happens(Attendre, 4)$ $(RB4)$

Lois générales du domaine considéré:

$Terminates(Tirer, Vivant2, t) \Leftarrow HoldsAt(Prête, t)$[15] $(RA1)$
$Terminates(Tirer, Prête, t)$[16] $(RA2)$
$Initiates(Armer, Prête, t)$[17] $(RA3)$

Remarques:

• $HoldsAt(Vivant2, t)$ signifie "l'individu $I2$ est vivant au temps t et
$\neg HoldsAt(Vivant2, t)$ signifie "l'individu $I2$ est mort au temps t". Comme ce texte n'évoque ni naissance ni résurrection, et que les deux seuls individus mentionnés sont vivants au temps 0, pour tout temps positif ou nul, le principe d'inertie suffit ici à modéliser le comportement "réel" du fluent $Vivant2$. En effet, en ce qui concerne $I1$, on a déjà remarqué qu'aucune action ne peut le "tuer", et comme il est vivant au départ, il le reste toujours, ce qui permet d'omettre les formules $HoldsAt$ concernées.

• On aurait aussi pu utiliser le fluent $Mort2$ au lieu de $Vivant2$. Il aurait alors fallu remplacer $HoldsAt(Vivant2, 0)$ par $\neg HoldsAt(Mort2, 0)$ et aussi
$Terminates(Tirer, Vivant2, t)$ par $Initiates(Tirer, Mort2, t)$, et donc le résultat de la circonscription de $(Initiates, Terminates)$ aurait été différent (formules (Term) et (In) du 1.1.5).

Question 1.1.3 $\{(EC), (RR),$
$Circ(\{(RA1), (RA2), (RA3)\}, Initiates, Terminates),$
$Circ(\{(RB1), (RB2), (RB3), (RB4)\}, Happens)\}.$

14. Pour $I1$, qui est le seul à effectuer cette action dans l'histoire (HE).
15. On peut ajouter ici $\wedge\ HoldsAt(Vivant2, t)$, cela ne change rien au résultat, il est donc plus simple de l'omettre. Voir en §3 ce qui se passe si on l'ajoute.
16. De même, on peut ajouter ici $\Leftarrow HoldsAt(Prête, t)$, ce qui ne change rien au résultat.
17. De même, on peut ajouter ici $\Leftarrow \neg HoldsAt(Prête, t)$.

Question 1.1.4 $\neg HoldsAt(Vivant2, 5)$, $\neg HoldsAt(Prête, 5)$.

De plus, la théorie est consistante, et donc, on **n'a pas** $HoldsAt(Vivant2, 5)$,....

Ainsi, au temps 5 (comme d'ailleurs en tout temps supérieur à 5), $I1$ est vivant [traduit ici par aucune formule, puisque l'on a utilisé cette particularité dès le départ en omettant le fluent $Vivant1$ qui de toute manière statisferait toujours $HoldsAt(Vivant1, t)$], $I2$ est mort et l'arme n'est pas prête.

Question 1.1.5 $Circ(\{(RA1), (RA2), (RA3)\}, Initiates, Terminates)$ équivaut à la conjonction des deux formules suivantes, appelées respectivement ***(Term)*** et ***(In)***:

$$\begin{aligned} Terminates(a, f, t) \Leftrightarrow\ & [(a = Tirer \wedge f = Vivant2 \wedge HoldsAt(Prête, t)) \\ & \vee\ (a = Tirer \wedge f = Prête)] \end{aligned} \qquad \textbf{\textit{(Term)}}$$

$$Initiates(a, f, t) \Leftrightarrow (a = Armer \wedge f = Prête. \qquad \textbf{\textit{(In)}}$$

$Circ(\{(RB1), (RB2), (RB3), (RB4)\}, Happens)$ équivaut à la formule suivante, appelée ***(Hap)***:

$Happens(a, t) \Leftrightarrow [(a = Armer \wedge t = 1) \vee (a = Attendre \wedge (t = 2 \vee t = 4)) \vee a = Tirer \wedge t = 3]$.

2.2 Calcul situationnel de Toronto (Reiter) [pour (HS)]

Question 1.2.1 Symboles d'actions:

$Armer$:	préparer l'arme
$Tirer$:	utiliser l'arme
$Attendre$:	attendre

Symboles de fluents relationnels:

$Vivant2$:	(prédicat d'arité 1) [18]	$Vivant2(\sigma)$:	l'individu $I2$ est vivant en situation σ
$Prête$:	(prédicat d'arité 1)	$Prête(\sigma)$:	l'arme est prête en situation σ.

Question 1.2.2 Axiome d'effet positif: $Prête(do(Armer, s))$.

Axiomes d'effets négatifs: $Prête(s) \Rightarrow \neg Vivant2(do(Tirer, s))$.
$\neg Prête(do(Tirer, s))$.

Il faut aussi décrire la situation initiale S_0: $Vivant2(S_0)$.

Question 1.2.3 On trouve [cf (PCFR) du cours]:

$Vivant2(do(a, s)) \Leftrightarrow (Vivant2(s) \wedge \neg(a = Tirer \wedge Prête(s)))$

$Prête(do(a, s)) \Leftrightarrow [(a = Armer) \vee (Prête(s) \wedge \neg(a = Tirer))]$.

Question 1.2.4 $S_f = do(Attendre, do(Tirer, do(Attendre, do(Armer, S_0))))$.

Question 1.2.5 $\neg Vivant2(S_f)$, $\neg Prête(S_f)$.

De plus, la théorie est consistante, c'est à-dire que l'on n'a pas les négations de ces formules.

Question 1.2.6 ***Bon exercice à faire*** (tout comme les démonstrations pour le calul des événements de Shanahan).

18. Comme pour le calcul des événements, on utilise ici le fait que rien ne peut empêcher $I1$ de rester vivant.