

Filtrage particulière

Exemples en navigation et poursuite

François Le Gland
INRIA Rennes et IRMAR

<http://www.irisa.fr/aspi/legland/rennes-1/>

Systèmes non-linéaires / non-gaussiens
systèmes non-linéaires / non-gaussiens
filtrage particulaire *in a nutshell*

Exemples en localisation, navigation et poursuite

Systèmes non-linéaires / non-gaussiens

évolution de l'état *caché*

$$X_k = f_k(X_{k-1}, W_k) \quad \text{avec} \quad W_k \sim p_k(dw)$$

il suffit de savoir *simuler*

$$X_0 \sim \mu_0(dx) \quad \text{et} \quad W_k \sim p_k(dw)$$

relation entre *observation* et état *caché*

$$Y_k = h_k(X_k) + V_k \quad \text{avec} \quad V_k \sim q_k(v) dv$$

il suffit de *connaître* / savoir *évaluer* la fonction de *vraisemblance*

$$g_k(x') = q_k(Y_k - h_k(x'))$$

cohérence entre un état *possible* et l'observation *réelle*, e.g.

$$g_k(x') \propto \exp\left\{-\frac{1}{2} |Y_k - h_k(x')|^2\right\}$$

objectif : estimer récursivement l'*état caché* X_k
au vu des *observations* $Y_{0:k} = (Y_0 \cdots Y_k)$
il s'agira d'approcher numériquement le filtre bayésien

$$\mu_k(dx) = \mathbb{P}[X_k \in dx \mid Y_{0:k}]$$

Filtrage particulaire *in a nutshell*

approximation numérique du filtre bayésien

$$\mu_k(dx) = \mathbb{P}[X_k \in dx \mid Y_{0:k}]$$

par la distribution empirique pondérée

$$\mu_k^N = \sum_{i=1}^N w_k^i \delta_{\xi_k^i} \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^N w_k^i = 1$$

associée à un système de N particules, caractérisé par

- ▶ les **positions** ($\xi_k^1 \cdots \xi_k^N$)
- ▶ et les **poids** positifs ($w_k^1 \cdots w_k^N$)

il suffit de décrire comment poids et positions évoluent d'un pas de temps à l'autre

algorithme SIR (*sampling with importance resampling*) : version de base

- ▶ rééchantillonnage (sélection) : indépendamment pour tout

$$i = 1 \dots N$$

on choisit un individu $\hat{\xi}_{k-1}^i$ au sein de la population $(\xi_{k-1}^1, \dots, \xi_{k-1}^N)$
en fonction des poids $(w_{k-1}^1, \dots, w_{k-1}^N)$

- ▶ prédiction (mutation) : indépendamment pour tout $i = 1 \dots N$

$$\xi_k^i = f_k(\hat{\xi}_{k-1}^i, W_k^i) \quad \text{avec} \quad W_k^i \sim p_k(dw)$$

- ▶ correction (pondération) : pour tout $i = 1 \dots N$

$$w_k^i = q_k(Y_k - h_k(\xi_k^i)) / \left[\sum_{j=1}^N q_k(Y_k - h_k(\xi_k^j)) \right]$$

si on n'effectue pas de rééchantillonnage
algorithme SIS (*sequential importance sampling*)

- ▶ prédiction : indépendamment pour tout $i = 1 \dots N$

$$\xi_k^i = f_k(\xi_{k-1}^i, W_k^i) \quad \text{avec} \quad W_k^i \sim p_k(dw)$$

- ▶ correction : pour tout $i = 1 \dots N$

$$w_k^i = w_{k-1}^i q_k(Y_k - h_k(\xi_k^i)) / \left[\sum_{j=1}^N w_{k-1}^j q_k(Y_k - h_k(\xi_k^j)) \right]$$

utilisation différente des poids dans SIR et dans SIS

Systèmes non-linéaires / non-gaussiens

Exemples en localisation, navigation et poursuite

recalage altimétrique de navigation inertielle

suivi visuel par histogramme de couleur

navigation en environnement intérieur

1er exemple : recalage altimétrique de navigation inertielle

démo originale due à Fabien Campillo (INRIA, Montpellier)

financement : DGA, programme d'étude amont *NCT (nouveaux concepts pour la navigation par corrélation de terrain)*, coordination Thalès

Communications

- ▶ mesures inertielles
 - accélération linéaire et vitesse angulaire de l'avion (centrale inertielle)
- par double intégration : estimation inertielle de position et vitesse de l'avion
- ▶ modèle a priori pour l'évolution de l'erreur d'estimation inertielle
- ▶ mesures altimétriques bruitées de l'altitude de l'avion
 - par rapport au niveau de la mer (baro-altimètre)
 - au-dessus du relief (radio-altimètre)
- par différence : mesure bruitée de la hauteur du relief à la verticale de l'avion
- ▶ corrélation avec une carte numérique (MNT, modèle numérique de terrain) donnant la hauteur du relief en toute position horizontale

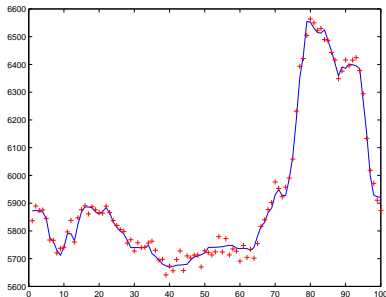
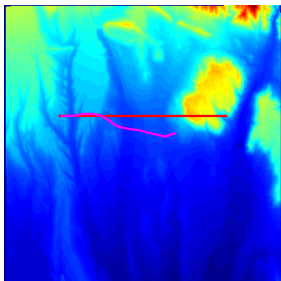


Figure : Trajectoire réelle et trajectoire estimée par intégration des mesures inertielles seules — Profil du relief survolé et mesures altimétriques bruitées

mesures inertielles bruitées : accélération de l'avion dans le plan horizontal

$$a_k^{\text{INS}} = a_k + w_k^{\text{INS}}$$

trajectoire estimée par intégration des mesures inertielle seules

$$r_k^{\text{INS}} = r_{k-1}^{\text{INS}} + \Delta_k v_{k-1}^{\text{INS}} \quad \text{et} \quad v_k^{\text{INS}} = v_{k-1}^{\text{INS}} + \Delta_k a_k^{\text{INS}}$$

variable d'état $X_k = (\delta r_k, \delta v_k)$: correction à apporter à l'estimation inertielle de la position et de la vitesse dans le plan horizontal, i.e.

$$\delta r_k = r_k - r_k^{\text{INS}} \quad \text{et} \quad \delta v_k = v_k - v_k^{\text{INS}}$$

modèle d'état : par différence (ou par linéarisation, dans un modèle plus réaliste)

$$\delta r_k = r_{k-1} + \Delta_k v_{k-1} - (r_{k-1}^{\text{INS}} + \Delta_k v_{k-1}^{\text{INS}}) = \delta r_{k-1} + \Delta_k \delta v_{k-1}$$

$$\delta v_k = v_{k-1} + \Delta_k a_k - (v_{k-1}^{\text{INS}} + \Delta_k a_k^{\text{INS}}) = \delta v_{k-1} - \Delta_k w_k^{\text{INS}}$$

i.e.

$$\begin{pmatrix} \delta r_k \\ \delta v_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta r_{k-1} + \Delta_k \delta v_{k-1} \\ \delta v_{k-1} \end{pmatrix} - \Delta_k \begin{pmatrix} 0 \\ w_k^{\text{INS}} \end{pmatrix}$$

observation Y_k : hauteur du relief à la verticale de l'avion, obtenue par différence

- ▶ entre l'altitude de l'avion mesurée par rapport au niveau de la mer

$$z_k^{\text{BAR}} = z_k + w_k^{\text{BAR}}$$

- ▶ et l'altitude de l'avion mesurée au-dessus du relief

$$z_k^{\text{ALT}} = (z_k - h_k(X_k)) + w_k^{\text{ALT}}$$

i.e.

$$Y_k = z_k^{\text{BAR}} - z_k^{\text{ALT}} = h_k(X_k) + V_k \quad \text{avec} \quad V_k = w_k^{\text{BAR}} - w_k^{\text{ALT}}$$

relation $h_k(x)$ avec l'état caché $x = (\delta r, \delta v)$: altitude du relief (lu sur la carte numérique) à la position $r_k^{\text{INS}} + \delta r$ dans le plan horizontal
 pondération (fonction de vraisemblance) : écart entre la hauteur du relief mesurée à la verticale de l'avion, et la hauteur du relief lue sur la carte numérique

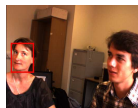
$$g_k(x) \propto q_k(Y_k - h_k(x))$$

2ème exemple : suivi visuel par histogramme de couleur

démo due à Élise Arnaud (UJF et INRIA, Grenoble)

source : Patrick Pérez, Carine Hue, Jako Vermaak and Marc Gangnet, *Color-based probabilistic tracking*, European Conference on Computer Vision (ECCV'02)

l'utilisateur sélectionne une zone dans la première image de la séquence
objectif : suivre automatiquement cette même zone sur l'ensemble de la séquence



initialisation

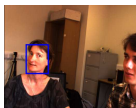


image 2

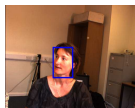


image 3

...

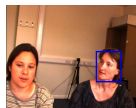


image 10

Figure : Suivi d'un visage dans une séquence de 10 images

hypothèse : l'histogramme de couleur de la zone à suivre est constant le long de la séquence

la zone initiale est caractérisée par un histogramme de couleur (histogramme de référence), construit avec les Nb couleurs les plus représentées dans cette zone

nombre normalisé $q^(n)$ de pixels de la zone initiale dont la couleur est la couleur $n = 1, \dots, Nb$*

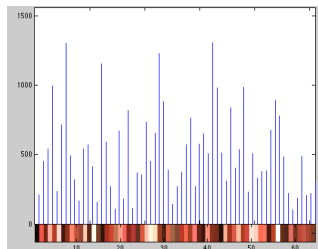


Figure : Zone initiale et histogramme de couleur associé, avec $Nb = 64$

pour évaluer la pertinence d'une zone-test dans la k -ème image de la séquence, caractérisée par la position (exprimée en pixels) de son centre x , on calcule son histogramme de couleur

nombre normalisé $q_k(x, n)$ de pixels de la zone-test centrée à la position x dans la k -ème image de la séquence, dont la couleur est la couleur $n = 1 \cdots Nb$

et on définit une mesure de distance (distance de Hellinger) entre les deux histogrammes de couleur normalisés

$$D(q^*, q_k(x)) = 1 - \sum_{n=1}^{Nb} \sqrt{q^*(n) q_k(x, n)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{Nb} (\sqrt{q^*(n)} - \sqrt{q_k(x, n)})^2$$

variable d'état $X_k = r_k$: position du centre de la zone suivie dans la k -ème image

modèle d'état : marche aléatoire simple

$$r_k = r_{k-1} + W_k$$

observation Y_k : k -ème image de la séquence

pondération : écart entre l'histogramme de la zone-test et l'histogramme de référence

$$g_k(x) \propto \exp\{-\lambda D(q^*, q_k(x))\}$$

3ème exemple : navigation en environnement intérieur

financement : ANR, projet *FIL (fusion d'information pour la localisation)*,
programme Télécommunications, coordination Thalès Alénia Space

- ▶ mesures de navigation (PNS, pedestrian navigation system)
 - distance parcourue et changement de direction entre deux instants successifs
- par intégration : estimation PNS de position et orientation de l'utilisateur
- ▶ modèle de déplacement a priori pour l'utilisateur, i.e. évolution de position et orientation, à partir des mesures PNS incrémentales
- ▶ mesures bruitées de
 - distance entre un utilisateur et une balise de *ranging* de position connue et de portée limitée
- ▶ détection (ou non-détection) par une balise de proximité
- ▶ map-matching : contraintes de déplacement dues à la présence d'obstacles, disponibles à partir d'un plan du bâtiment

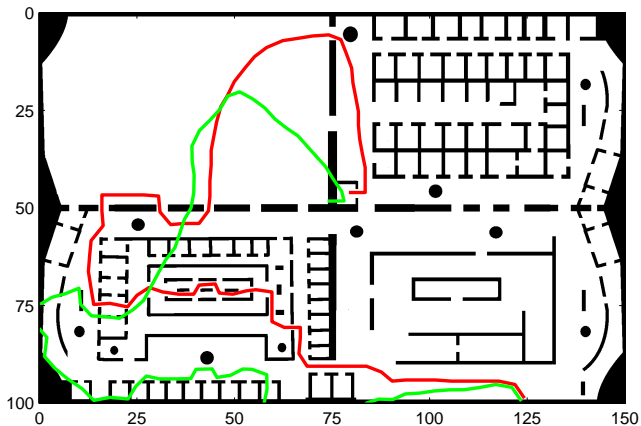


Figure : Trajectoire admissible et trajectoire estimée par intégration des mesures PNS seules

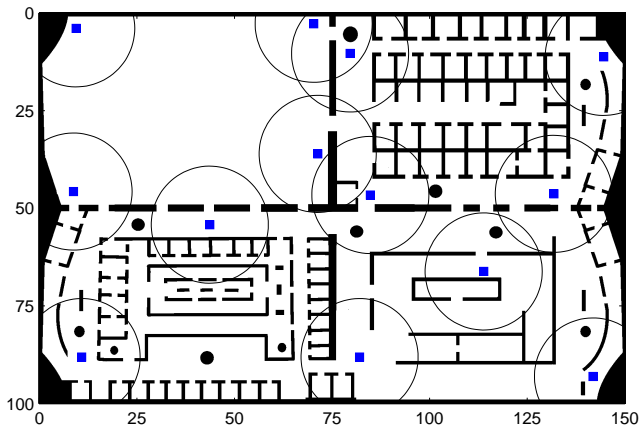


Figure : Balises de *ranging* à portée limitée

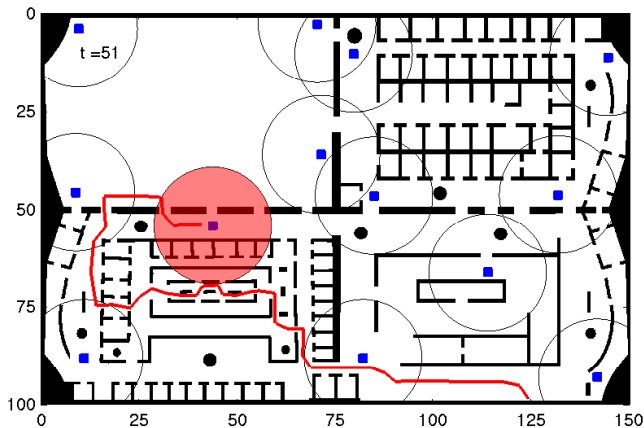


Figure : Détection par une balise de *ranging*

mesures PNS incrémentales bruitée : distance parcourue et changement de direction entre deux instants successifs

$$d_k^{\text{PNS}} = d_k + w_k^{\text{walk}} \quad \text{et} \quad \alpha_k^{\text{PNS}} = \alpha_k + w_k^{\text{turn}}$$

trajectoire estimée par intégration des mesures PNS seules

$$r_k^{\text{PNS}} = r_{k-1}^{\text{PNS}} + u(\theta_{k-1}^{\text{PNS}}) d_k^{\text{PNS}} \quad \text{et} \quad \theta_k^{\text{PNS}} = \theta_{k-1}^{\text{PNS}} + \alpha_k^{\text{PNS}}$$

variable d'état $X_k = (r_k, \theta_k)$: position et orientation de l'utilisateur
modèle d'état : mise à jour incrémentale à l'aide des mesures PNS

$$r_k = r_{k-1} + u(\theta_{k-1}) \underbrace{(d_k^{\text{PNS}} - w_k^{\text{walk}})}_{d_k} \quad \text{et} \quad \theta_k = \theta_{k-1} + \underbrace{(\alpha_k^{\text{PNS}} - w_k^{\text{turn}})}_{\alpha_k}$$

i.e.

$$\begin{pmatrix} r_k \\ \theta_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{k-1} + u(\theta_{k-1}) d_k^{\text{PNS}} \\ \theta_{k-1} + \alpha_k^{\text{PNS}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u(\theta_{k-1}) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_k^{\text{walk}} \\ w_k^{\text{turn}} \end{pmatrix}$$

observation Y_k : distance à une balise active située à la position a et de portée R

$$Y_k = h(X_k) + V_k$$

relation $h(x)$ avec l'état caché $x = (r, \theta)$: distance $|r - a|$ à la balise
 pondération (fonction de vraisemblance) : écart entre la distance mesurée à la balise, et la distance réelle à la balise

$$g_k(x) \propto q_k(Y_k - h(x))$$

si l'utilisateur est / n'est pas détecté par la balise, alors

$$g_k(x) \propto \mathbf{1}(h(x) \leq R) \quad \text{ou bien} \quad g_k(x) \propto \mathbf{1}(h(x) \geq R)$$