

B7-1 : Filtrage bayésien et approximation particulière

TP 4 : Navigation en environnement intérieur

mercredi 9 novembre 2011

Un utilisateur se déplace à l'intérieur d'un bâtiment dont le plan est disponible sous la forme d'une carte numérique fournie dans le fichier `map-ground.mat`. Pour récupérer ces informations

```
load('map-ground.mat');  
[N2 N1] = size(map);  
X1MIN = 0; X1MAX = 150;  
X2MIN = 0; X2MAX = 100;  
PIX1 = (X1MAX-X1MIN)/N1;  
PIX2 = (X2MAX-X2MIN)/N2;
```

et pour la visualisation

```
imagesc([X1MIN X1MAX],[X2MIN X2MAX],map);  
colormap('gray');  
axis equal; axis tight;  
hold on;
```

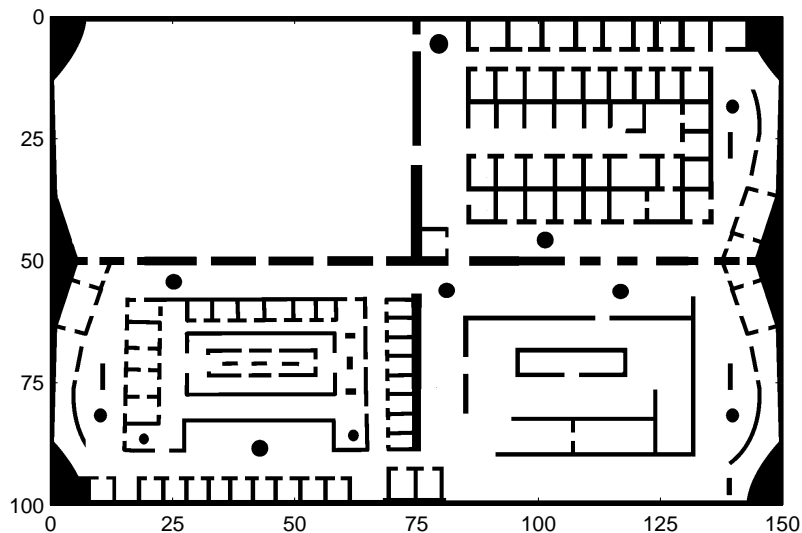


Figure 1: Plan du bâtiment

L'utilisateur est caractérisé à l'instant t_k

- par sa position r_k (un point du plan hors des zones noires),
- par son orientation θ_k (un vecteur unitaire, ou un angle) par rapport à la direction de référence correspondant au vecteur unitaire $u = (1, 0)$, dirigé vers la droite sur la carte.

Un exemple de trajectoire admissible, c'est-à-dire ne rencontrant pas les obstacles (représentés par les zones noires), est fournie dans le fichier `red-path-low.mat` ou alternativement dans le fichier `blue-path-low.mat`. Pour récupérer ces informations

```
load('red-path-low.mat','pos');
nmax = size(pos,2);
r = pos;
```

et pour la visualisation

```
plot(r(1,:),r(2,:), 'Color','red', 'LineStyle','-', 'LineWidth',2);
```

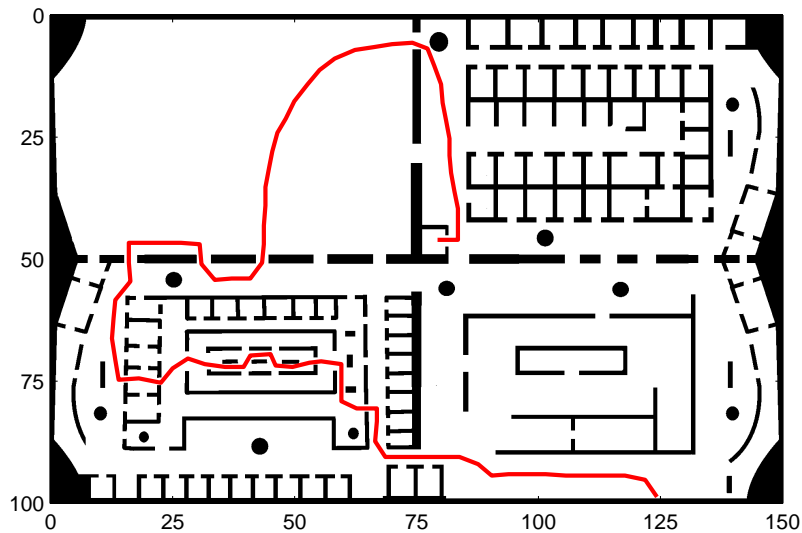


Figure 2: Exemple de trajectoire admissible

Le segment numéro k , joignant les positions r_k et r_{k+1} occupées par l'utilisateur aux instants t_k et t_{k+1} respectivement, peut être caractérisé de la manière équivalente

- par son origine r_k , qui s'interprète comme la position de l'utilisateur à l'instant t_k ,
- par sa longueur $d_k = |r_{k+1} - r_k|$, qui peut s'interpréter comme la distance parcourue par l'utilisateur entre les instants t_k et t_{k+1} ,

- et par son orientation θ_k (déjà mentionnée), qui peut être définie de manière équivalente par le vecteur unitaire $u_k = (r_{k+1} - r_k)/d_k$,

et on dénote par $\alpha_k = \theta_k - \theta_{k-1}$ le changement d'orientation entre le segment numéro $(k - 1)$ et le segment numéro k , qui peut s'interpréter comme une rotation effectuée par l'utilisateur à l'instant t_k .

Pour effectuer la navigation, c'est-à-dire pour permettre à l'utilisateur d'estimer sa propre position à chaque instant, celui-ci est équipé d'un module de navigation à l'estime (ou module PNS, pour *pedestrian navigation system*), qui fournit

- une mesure $\hat{\alpha}_k$ de la rotation effectuée par l'utilisateur à l'instant t_k , avec une incertitude caractérisée par un bruit gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ_{turn}^2 ,
- et une mesure \hat{d}_k de la distance parcourue par l'utilisateur entre les instants t_k et t_{k+1} , avec une incertitude caractérisée par un bruit gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ_{walk}^2 .

En d'autres termes

$$\hat{\alpha}_k = \alpha_k + w_k^{\text{turn}} \quad (\text{modulo } 2\pi) \quad \text{et} \quad \hat{d}_k = d_k + w_k^{\text{walk}}, \quad (\star)$$

où w_k^{walk} et w_k^{turn} sont deux variables aléatoires gaussiennes indépendantes, de moyenne nulle et de variance σ_{walk}^2 et σ_{turn}^2 , respectivement.

Les mesures bruitées $\hat{d}_1, \dots, \hat{d}_{n_{\text{max}}-1}$ et $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_{n_{\text{max}}-1}$ (avec la convention $\hat{\alpha}_1 = 0$) sont recueillies par l'utilisateur le long de la trajectoire, et sont fournies dans le fichier `red-pns.mat` ou alternativement dans le fichier `blue-pns.mat`, selon le cas. À partir de ces mesures PNS incrémentales bruitées, et à partir d'estimations de la position initiale r_1 et de l'orientation initiale θ_1 inconnues, on peut essayer de reconstruire la position et l'orientation de l'utilisateur à chaque instant, par intégration

$$\theta_k^{\text{PNS}} = \theta_{k-1}^{\text{PNS}} + \hat{\alpha}_k \quad (\text{modulo } 2\pi) \quad \text{et} \quad r_{k+1}^{\text{PNS}} = r_k^{\text{PNS}} + \hat{d}_k u(\theta_k^{\text{PNS}}),$$

où $u(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta)$ désigne le vecteur unitaire associé à l'angle θ . Pour récupérer ces informations

```
load('red-pns.mat','dist_pns','alpha_pns');
```

et pour la visualisation de la trajectoire estimée à partir des mesures PNS seulement

```
r_pns(1,:) = ...; theta_pns(1) = ...; % initialisation
for n=2:nmax
    r_pns(1,n) = r_pns(1,n-1)+dist_pns(n-1)*cos(theta_pns(n-1));
    r_pns(2,n) = r_pns(2,n-1)+dist_pns(n-1)*sin(theta_pns(n-1));
    theta_pns(n) = theta_pns(n-1)+alpha_pns(n);
end
plot(r_pns(1,:),r_pns(2,:), 'Color','green','LineStyle','-','LineWidth',2);
```


- et symétriquement, tout utilisateur se trouvant à une distance supérieure à R par rapport à une balise n'est pas détecté par cette balise.

Pour récupérer ces informations

```
load('ranging-ground-low.mat','pos');
```

et pour la visualisation

```
pos_ranging(1,:) = PIX1*pos(1,:);
pos_ranging(2,:) = PIX2*pos(2,:);
ns = size(pos_ranging,2);
plot(pos_ranging(1,:),pos_ranging(2,),'sb','MarkerFaceColor','b');
tour = linspace(0,2*pi,100);
for s=1:ns
    plot(min(max(pos_ranging(1,s)+range*cos(tour),X1MIN),X1MAX),...
         min(max(pos_ranging(2,s)+range*sin(tour),X2MIN),X2MAX),'-k');
end
```

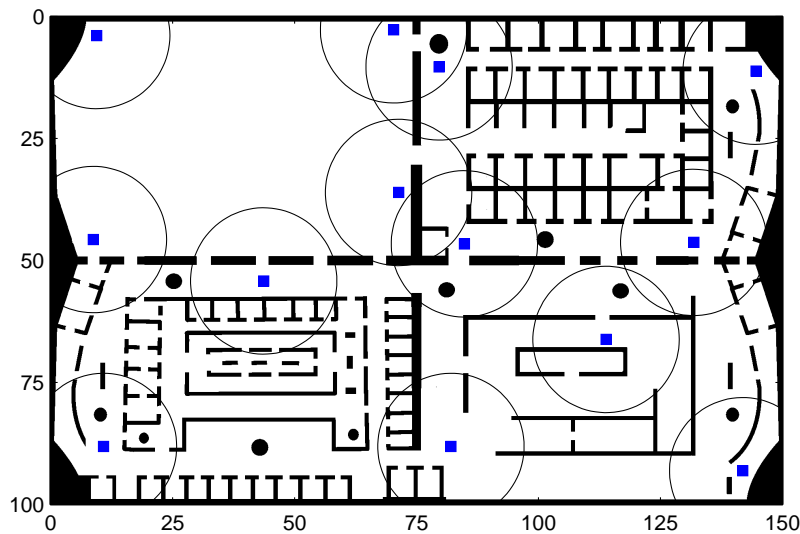


Figure 4: Balises de *ranging* à portée limitée

En outre, si une balise détecte un utilisateur alors une mesure de la distance entre l'utilisateur et cette balise est également disponible, avec une incertitude caractérisée par un bruit gaussien additif de moyenne nulle et de variance σ_{range}^2 . Les éventuelles détections et mesures de distance bruitées sont recueillies par l'utilisateur le long de la trajectoire, et sont fournies dans le fichier `red-measurements.mat` ou alternativement dans le fichier `blue-measurements.mat`, selon le cas. Pour récupérer ces informations

```
% z(n,s) contient la mesure de distance fournie par le capteur s ou bien 'NaN'  
load('red-measurements.mat','z');
```

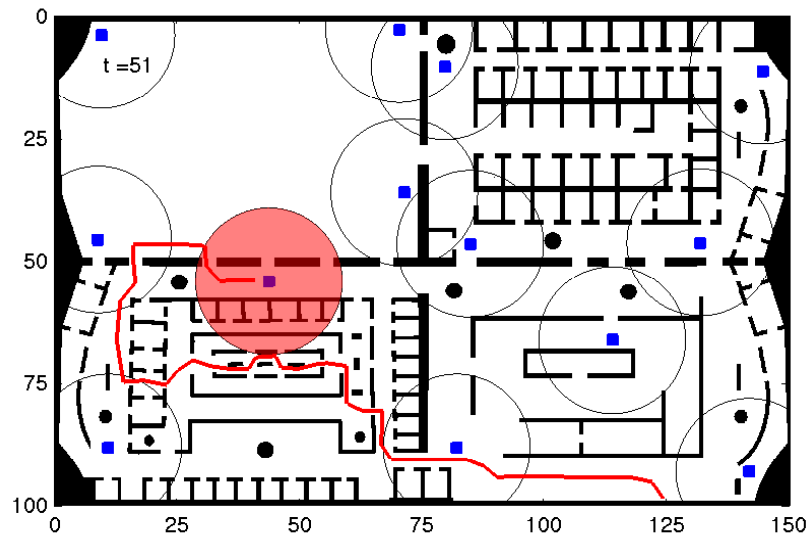


Figure 5: Détection par une balise de *ranging*

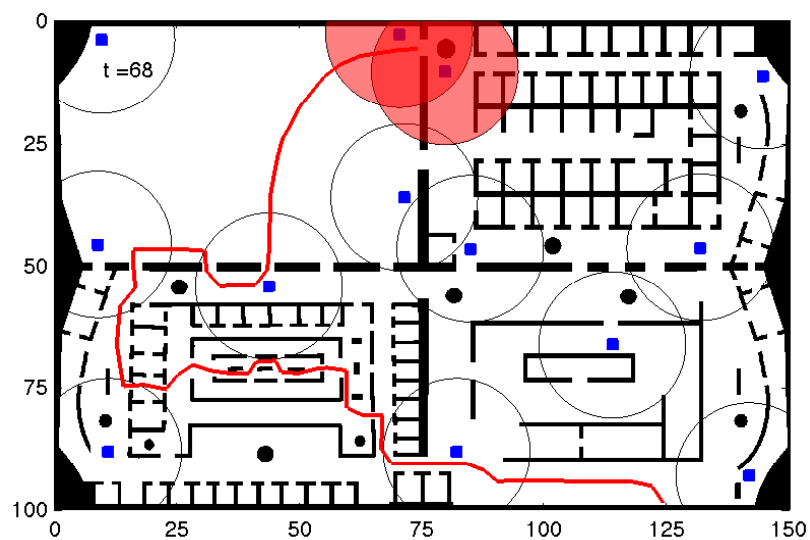


Figure 6: Détection simultanée par deux balises de *ranging*

- (ii) Donner l'expression de la fonction de vraisemblance associée à une mesure de la distance de l'utilisateur par rapport à une balise dont la position est connue.
- (iii) En utilisant les mesures PNS incrémentales bruitées définies en (\star) , proposer un modèle *a priori* pour l'évolution de la position et de l'orientation de l'utilisateur.

L'objectif est maintenant de mettre en œuvre un filtre bayésien et son approximation au moyen d'un système de N particules en interaction, pour l'estimation de la position r_k et de l'orientation θ_k de l'utilisateur, à partir de *toutes* les informations disponibles, à savoir

- A : une information (plus ou moins précise ou au contraire incertaine) sur la position initiale r_1 et l'orientation initiale θ_1 ,
- B : un modèle *a priori* pour l'évolution de la position et de l'orientation de l'utilisateur, utilisant les mesures PNS incrémentales bruitées,
- C : une fonction de vraisemblance associée à chaque balise active, c'est-à-dire à chaque balise déclenchée par l'utilisateur,
- D : et éventuellement d'autres fonctions de pondération, qu'il conviendra de préciser et qui contribueront à la sélection des particules.

- (iv) Mettre en œuvre un filtre particulaire exploitant les points A, B et C listés ci-dessus.

L'étape suivante consiste à inclure d'autres informations plus ou moins explicitement mises en évidence jusqu'ici, c'est-à-dire à préciser le point D listé ci-dessus.

Par exemple, si l'utilisateur est détecté à l'instant t_k par une balise, alors la distance de l'utilisateur par rapport à cette balise est nécessairement inférieure à la portée R , et toute particule dont la distance par rapport à la balise considérée est supérieure à la portée R n'est pas éligible pour représenter l'utilisateur à l'instant t_k . Par sécurité, on ne prononcera l'inéligibilité d'une particule que si sa distance par rapport à la balise considérée est supérieure à une distance $R_1 \geq R$.

- (v) Montrer comment prendre en compte la détection de l'utilisateur par une balise, et mettre en œuvre un filtre particulaire exploitant cette information supplémentaire.

Symétriquement, mais beaucoup moins explicitement formulé, si l'utilisateur n'est pas détecté à l'instant t_k par une balise, alors la distance de l'utilisateur par rapport à cette balise est nécessairement supérieure à la portée R , et toute particule dont la distance par rapport à la balise considérée est inférieure à la portée R n'est pas éligible pour représenter l'utilisateur à l'instant t_k . Par sécurité, on ne prononcera l'inéligibilité d'une particule que si sa distance par rapport à la balise considérée est inférieure à une distance $R_2 \leq R$.

- (vi) Montrer comment prendre en compte la non-détection de l'utilisateur par une balise, et mettre en œuvre un filtre particulaire exploitant cette information supplémentaire.

Il reste une dernière source d'information qui pourrait encore être exploitée, et qui concerne les contraintes sur l'évolution de l'utilisateur dues à la présence d'obstacles, typiquement les murs et cloisons intérieures du bâtiment, information disponible à partir de la carte numérique.

- (vii) Montrer comment l'existence de contraintes sur l'évolution de l'utilisateur dues à la présence d'obstacles pourrait être prise en compte. On ne demande pas de mettre en œuvre un filtre particulière exploitant cette information supplémentaire.

Les valeurs numériques à utiliser pour les constantes sont données dans la Table 1 ci-dessous.

N	10000
R	15
R_1	22.5
R_2	10
σ_{range}	0.1
σ_{walk}	0.1
σ_{turn}	10 (en degré)
σ_0	1

Table 1: Valeurs numériques