

Optimisation d'un modèle de tarification de l'Internet

Y. Hayel¹ et B. Tuffin¹

1. IRISA/INRIA, campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes cedex
(yhayel,btuffin)@irisa.fr

Mots-clefs : modèle de tarification, Internet, optimisation

L'extension permanente du trafic et l'avènement de nouvelles applications consommatrices de ressources dans le réseau Internet, incitent au changement du modèle de tarification actuel afin de résoudre le problème de congestion et permettre une différenciation des services. Le modèle utilisé par la plupart des fournisseurs d'accès mondiaux actuels se base sur un prix forfaitaire (*flat-rate pricing*) ou dépendante de la durée de communication. Il fût un des acteurs de l'expansion rapide du réseau, mais aujourd'hui il n'est plus viable et un modèle basé sur l'usage semble mieux adapté. De nombreuses méthodes ont donc été proposées [1]. Nous nous focalisons ici à un modèle dit du Cumulus où le prix est forfaitaire, dépendant du débit demandé, et associé à une pénalité en cas de dépassement du contrat [2]. Ce modèle nous semble intéressant du fait de son compromis entre la simplicité d'utilisation et le contrôle efficace du trafic.

1 Le modèle du Cumulus

Ce modèle utilise un contrat entre chaque utilisateur et son fournisseur d'accès pour le débit demandé à un certain prix fixé. La consommation réelle de l'utilisateur est mesurée par le fournisseur durant chaque période, un mois par exemple, et suivant l'écart de consommation entre le débit demandé et celui mesuré, le client obtient des points. Ceux-ci sont positifs si l'écart de consommation est positif sinon négatifs. Des seuils, noté par le vecteur θ , déterminent le nombre de points à attribuer pour chaque période. Un utilisateur ayant un écart de consommation Δ se verra attribuer i points de la manière suivante si :

$$0 \leq \theta_i \leq \Delta < \theta_{i+1} \text{ ou } \theta_{i-1} < \Delta \leq \theta_i \leq 0.$$

L'accumulation de points se fait à la fin des périodes de mesure et lorsque ce total dépasse le seuil de renégociation, le contrat est revu soit à la hausse soit à la baisse. L'avantage de ce modèle du côté du réseau, est de connaître la consommation moyenne des utilisateurs, ce qui permet un dimensionnement possible du réseau. Ainsi, il est préférable que chaque utilisateur indique dans son contrat la véritable quantité de ressources qu'il pense consommer afin que l'écart de consommation ne soit pas trop important. Pour cela, un mécanisme de pénalisation est mis en place de telle sorte que le prix à payer pour avoir demandé x plus une surconsommation de Δ (avec Δ positif) est strictement supérieur au prix si l'utilisateur avait demandé dans son contrat $x + \Delta$. Le modèle proposé par Reichl et al. [2] se base sur une pénalité qui entre en jeu lorsque la somme des points cumulés dépasse un certain seuil.

2 Incitation au respect du contrat

Le modèle étant posé, notre premier travail montre que pour forcer réellement les utilisateurs à révéler leur véritable demande, le seuil de pénalisation doit être nul avec un écart de consommation strictement positif. Le niveau de satisfaction de l'utilisateur dépend de sa demande et de

sa consommation par la formule suivante :

$$G_u(x, \delta, \theta) = U(x + \delta) - c(x) - c(\delta)\mathbb{1}_{\{\delta > 0\}} - \gamma C(\delta),$$

avec $U(x)$ l'utilité perçue par un utilisateur suivant son débit x , $C(\delta)$ est le nombre de points associés à l'écart de consommation δ dont γ est le coût économique d'un point, lié à la renégociation du contrat par exemple, et $c(x)$ est le prix fixe à payer pour un débit x . L'expression mathématique du respect du contrat est :

$$\operatorname{argmax}_{x,d} G_u(x, d, \theta) = (x^*, 0, \theta), \quad (1)$$

avec G_u est le niveau de satisfaction de l'utilisateur. Cette condition doit être vérifiée pour tout vecteur θ . Afin de vérifier cette propriété, nous avons modifié le modèle proposé par Reichl et al.[2]. Ainsi, la pénalisation se fait à la fin de chaque période de mesure. De plus, nous avons démontré une condition suffisante pour obtenir (1) est que, pour tout seuil négatif θ_i ($i < 0$) :

$$c(x + \theta_i) < c(x) - i\gamma.$$

3 Optimisation du revenu du fournisseur

Comme seconde contribution, nous nous intéressons à l'optimisation du revenu total du fournisseur suivant les seuils d'attribution des points. Nous avons fixé le nombre de variables pour l'optimisation du revenu. Le taux d'entrée d'un utilisateur dans le réseau dépend du niveau de satisfaction moyen perçu pour un utilisateur suivant son débit demandé x , l'écart de consommation δ et les seuils d'attribution des points, le vecteur θ . Le gain du réseau dépend des mêmes variables et également de la taille de l'échantillon nécessaire pour que la mesure de la consommation de chaque utilisateur soit assez précise. L'expression du revenu du fournisseur par utilisateur est :

$$G_{net}(x, \delta, \theta, n) = c(x) + c(\delta)\mathbb{1}_{\{\delta > 0\}} + \gamma C(\delta) - C_{net}(n),$$

avec $C_{net}(n)$ coût de la mesure pour le fournisseur utilisant un échantillon de taille n . Ainsi nous avons maximiser l'expression du gain total du fournisseur en fonction des seuils :

$$\lambda(\mathbb{E}(G_u(x, \delta, \theta)))\mathbb{E}(G_{net}(x, \delta, \theta, n)),$$

où la fonction $\lambda(\cdot)$ est le taux d'arrivée moyen d'un client et n est la taille de l'échantillon nécessaire pour une bonne précision sur la mesure. Nous avons supposé que la variable aléatoire δ représentant la différence entre la consommation réelle et celle mesurée suit une loi avec densité symétrique et de moyenne nulle du fait de la propriété sur le respect de la consommation demandée. Nous en avons déduit une relation entre la taille de l'échantillon n et les seuils d'attribution des points. Ainsi, pour x fixé, nous avons l'expression du gain total du fournisseur suivant les seuils θ .

Nous avons étudié de façon analytique l'optimisation du revenu du fournisseur dans des cas particuliers de configuration. Lorsque que l'on suppose la linéarité des seuils, le résultat montre plusieurs configurations optimales suivant les écarts entre les seuils. Avec des exemples simples de densité de δ et de fonction d'utilité, nous avons pu vérifier numériquement ces résultats. Dans le cas général, l'expression de l'optimisation étant trop complexe, nous avons choisi d'utiliser un algorithme d'optimisation par Recuit Simulé.

Références

- [1] B. Tuffin (2002). Charging the Internet without Bandwidth Reservation: an Overview and Bibliography of Mathematical Approaches. IRISA RI1434.
- [2] P. Reichl, P. Flury, J. Gerke et B. Stiller. (2001) How to overcome the feasibility problem for tariffing internet services: the Cumulus pricing scheme. In *Proceedings of IEEE ICC*, vol.7.